

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS

Departamento de Física



**Desarrollo e implementación de una técnica experimental para determinar
la altura de escurrimiento de un fluido no newtoniano**

ALFREDO PATRICIO ARANDA NÚÑEZ

Profesor Guía: CHRISTIAN FELIPE IHLE BASCUÑAN

Proyecto de tesis para optar al

Título Profesional de Ingeniero Físico.

Santiago – Chile

2015

© Alfredo Patricio Aranda Núñez, 2014.

Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial Chile 3.0

DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA TÉCNICA EXPERIMENTAL PARA
DETERMINAR LA ALTURA DE ESCURRIMIENTO DE UN FLUIDO NO NEWTONIANO

ALFREDO ARANDA NÚÑEZ

Este trabajo de graduación fue elaborado bajo la supervisión del profesor guía Dr. Christian Ihle Bascuñán, Profesor asistente de la Universidad de Chile y ha sido aprobado por la comisión calificadora

Dr. Christian Ihle Bascuñán _____

Dr. Francisco Melo Hurtado _____

Dr. Ignacio Olivares Bahamondes _____

Dr. Francisco Vivanco Avaria _____

Dra. Yolanda Vargas Hernández
Directora del Departamento de Física

Dedicatoria

Dedico esta tesis a mis Padres, cuyo constante esfuerzo durante la vida se ha visto reflejado en mis actuales logros, y a aquellos seres que hicieron parte de mi vida una felicidad.

Agradecimientos

Primero que todo quiero agradecer a los grandes académicos del Departamento de Física de la USACH, especialmente a Juan Escrig, Luis Gaete, Francisco Melo, Enrique Cerda y Francisco Vivanco que algún momento de mi carrera pude trabajar con ustedes y conocer en gran parte las áreas de la física aplicada. Gracias por entregarme su gran conocimiento.

Quiero también agradecer al profesor Aldo Tamburrino y Christian Ihle de la Universidad de Chile por aceptarme trabajar con ustedes en mi investigación doctoral, donde pretendo ser un gran aporte durante el tiempo que este con ustedes. Gracias por el proyecto FONDECYT 1130910 del profesor Aldo que permitió concluir el montaje experimental de esta tesis.

Un fundamental agradecimiento a mi compañero y amigo, Nicolás Amigo que me ayudó en los procesos experimentales trabajando largas jornadas diarias, ensuciándose y colocando su esfuerzo para poder salir adelante en este proyecto.

Principalmente agradezco a mi novia, Paulina, por aguantarme, tolerarme, amarme, escucharme y aconsejarme durante estos siete años y más que llevamos juntos. Has sido un pilar fundamental en mi vida. También a mis padres, Carmen y Efraín, por entregarme tanto amor, cariño, apoyo y consejos desde que tengo recuerdos, gracias a ustedes soy lo que soy ahora. A mi hermana Jenny, por también ser una persona constante a mi lado, un gran soporte, gracias por esos almuerzos cuando más los necesité.

Resumen

En el presente trabajo se propone e implementa una técnica experimental basada en la correlación digital de imágenes para la medición de la altura de escurrimiento de ondas rodantes generadas en la descarga de un fluido no newtoniano en un canal inclinado. Sin embargo esta técnica puede ser versátil para medir alturas de cualquier deformación de la superficie libre de un fluido no transparente.

En este método, un proyector y una cámara digital de alta resolución, colocados verticalmente sobre la superficie libre del fluido, son usados para proyectar y grabar un patrón de speckle localizado sobre la superficie libre. De acuerdo a la geometría experimental, se obtiene la deformación fuera del plano (altura de escurrimiento) mediante una expresión cuantitativa que relaciona los parámetros geométricos del montaje y el campo de desplazamiento en la dirección de escurrimiento (deformación en el plano). En términos de esto, la deformación en el plano es encontrada usando un criterio de correlación digital de imágenes basado en la comparación de los puntos entre la imagen de referencia sin el patrón deformado y la imagen con el patrón deformado mediante el uso de una interfaz gráfica de Matlab llamada *ncorr*. Además, la altura máxima calculada con esta técnica es comparada con la altura medida usando una cámara lateral, obteniendo que todos los resultados tienen una diferencia porcentual menor al 10%, validando la técnica en cuestión.

Finalmente se plantea un modelo empírico que determina la altura máxima de la onda rodante, realizado mediante análisis dimensional, que depende de las propiedades del escurrimiento y del fluido.

Tabla de contenido

Introducción	1
Estado del arte	2
Objetivos	4
1. Marco teórico	5
1.1. Correlación digital de imágenes.....	5
1.2. Alcance y limitaciones de la correlación digital de imágenes	7
1.3. Fenómeno del aliasing	7
1.4. Deformación fuera del plano	9
1.5. Modelo de correlación digital de imágenes.....	12
1.6. Campo de speckle	14
1.7. Evaluación de los patrones de speckle simulados	15
2. Generalidades de las ondas rodantes	18
2.1. ¿Qué son las ondas rodantes?	18
2.2. Concentración y modelos constitutivos en fluidos no newtonianos	19
2.3. Modelo que describe la onda rodante.....	20
3. Desarrollo experimental	24
3.1. Montaje experimental.....	24
3.1.1. Dispositivos de medición.....	26
3.2. Metodología.....	28
3.2.1. Actividades previas	28
3.2.2. Proceso de medición.....	29
3.2.3. Actividades finales.....	29
3.2.4. Manejo de GUI de MATLAB.....	29
3.2.5. Uso del reómetro para la medición de las propiedades del fluido	31
4. Análisis y resultados	33
4.1. Elección óptima del patrón de puntos	33
4.2. Cálculo de caudales	35
4.3. Aproximación de la tasa mínima de deformación	37
4.4. Caracterización reológica y ajuste del modelo constitutivo	43
4.5. Altura de escurrimiento y validación de la técnica experimental	45
4.5.1. Alturas obtenidas para la concentración del 9%.....	46
4.5.2. Alturas obtenidas para la concentración del 11%.....	51

4.5.3.	Alturas obtenidas para la concentración del 13%.....	57
4.6.	Propuesta de modelo empírico	58
5.	Conclusiones y comentarios	62
5.1.	Resultados generales	62
5.2.	Validación de la técnica experimental.....	62
5.3.	Comentarios y aplicaciones industriales.....	63
6.	Referencias bibliográficas	64
Anexos	67

Índice de figuras

Figura 1 Flujo inclinado que presenta un tren de ondas rodantes en toda su trayectoria. 1

Figuras del capítulo 1

Figura 1.1 Concepto básico del funcionamiento de la correlación digital de imágenes. 5

Figura 1.2 Obtención de una señal periódica sinusoidal en donde se obtienen las mismas muestras pero de una señal con frecuencia más baja. 8

Figura 1.3 Aliasing en el movimiento del sol en la vía láctea. 8

Figura 1.4 Geometría utilizada para determinar la deformación fuera del plano. 10

Figura 1.5 Definición de los parámetros de la imagen. ROI indica la región de interés y POI el punto de interés. 12

Figura 1.6 Nivel de error para el patrón de speckle cuando se realiza un stress al 2% en un espécimen. La muestra se dividió en 121 ventanas de interrogación y se probaron 64 distintas configuraciones de patrones. 16

Figura 1.7 Nivel de error para el patrón de speckle cuando se realiza un stress al 2% en un espécimen usando el criterio de entropía. La muestra se dividió en 121 ventanas de interrogación y se probaron 64 distintas configuraciones de patrones. 16

Figuras del capítulo 2

Figura 2.1 Perfil de una onda rodante aguas abajo en un plano inclinado para un ángulo θ , donde la línea punteada indica la división de las dos fases antes mencionadas. En este caso se tienen las transformaciones $x' = x\cos(\theta)$ e $y' = y\sin(\theta)$ 18

Figura 2.2 Descripción y modelo de una onda rodante. 20

Figura 2.3. Geometría para determinar la altura de escurrimiento de un fluido tipo plástico de Bingham. 22

Figuras del capítulo 3

Figura 3.1 (a) Montaje experimental realizado en el laboratorio de hidráulica del departamento de ingeniería civil de la Universidad de Chile, (b) Riel móvil para sostener los objetos ópticos y (c) Vista lateral del proyector y la cámara. 24

Figura 3.2 Control de válvulas para el paso del fluido desde el estanque hacia el canal 26

Figura 3.3 El círculo de color rojo indica la cámara lateral que registra un video del escurrimiento del fluido.	26
Figura 3.4 Caja de madera que contiene al proyector y la cámara. Ésta contiene ranuras para poder manipular los botones de ambos dispositivos.	27
Figura 3.5 Interfaz gráfica del software open-source de Matlab.....	30
Figura 3.6 Opciones de la interfaz gráfica de la GUI de Matlab. (a), (b), (c) y (d) son sus opciones de control.....	31
Figura 3.7 Reómetro utilizado para la medición de las propiedades del fluido no newtoniano presente en el laboratorio de pirometalurgia del Departamento de Ingeniería en Minas de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.	32

Figuras del capítulo 4

Figura 4.1 Patrones de puntos generados en Matlab. a) Ventana de interrogación de 32 x 32 pixeles con $\zeta = 0,156$ b) Ventana de interrogación de 42 x 42 pixeles con $\zeta = 0,0907$ y c) Ventana de interrogación de 64 x 64 pixeles con $\zeta = 0,0390$	33
Figura 4.2 Patrones de puntos generados en Matlab. a) Ventana de interrogación de 32 x 32 pixeles con $\zeta = 0,293$, b) Ventana de interrogación de 42 x 42 pixeles con $\zeta = 0,170$ y.....	34
Figura 4.3 Variación de la altura del fluido en función del tiempo para las concentraciones: (a) 9%, (b) 11% y (c) 13% de bentonita en agua.	36
Figura 4.4 Captura lateral del flujo. (a)Indica cuando la onda pasa por la izquierda de la cámara y (b) Indica cuando la onda pasa por la derecha de la cámara.....	38
Figura 4.5 Imagen convertida a escala de grises con un filtro de ruido y detección de bordes en Matlab. (a) Indica cuando la onda pasa por la izquierda de la cámara y (b) Indica cuando la onda pasa por la derecha de la cámara.	38
Figura 4.6 Captura lateral para caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. (a) Obtención de coordenadas cuando la onda está en lado izquierdo y (b) coordenadas cuando la onda está en el lado derecho.	38
Figura 4.7 Captura lateral para caudal $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ (a) Obtención de coordenadas cuando la onda entra al campo de la cámara y (b) coordenadas cuando la onda sale del campo de la cámara.	40
Figura 4.8 Captura lateral del flujo. (a)Indica cuando la onda pasa por la izquierda de la cámara y (b) Indica cuando la onda pasa por la derecha de la cámara.....	41
Figura 4.9 Captura lateral para caudal $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ a una concentración del 11%(a) Obtención de coordenadas cuando la onda entra al campo de la cámara y (b) coordenadas cuando la onda sale del campo de la cámara.	41

Figura 4.10 Captura lateral para caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ a una concentración del 11% (a) Obtención de coordenadas cuando la onda entra al campo de la cámara y (b) coordenadas cuando la onda sale del campo de la cámara.	42
Figura 4.11 Resultado reológico para la concentración de 9%.	44
Figura 4.12 Resultado reológico para la concentración de 11%.	44
Figura 4.13 Resultado reológico para la concentración de 13%.	45
Figura 4.14 Imagen de referencia a una concentración del 9% utilizada para los dos caudales estudiados.	46
Figura 4.15 (a) indica la captura fotográfica en el plano del fluido y (b) indica la captura lateral de la misma onda.	47
Figura 4.16 (a) indica el valor máximo de la altura de la onda junto con su respectivo valor RGB. (b) indica el valor de la altura de referencia con el mismo valor RGB.	47
Figura 4.17 Campo escalar de la altura de escurrimiento de la primera onda a una concentración del 9% para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. La dirección del flujo es de sur a norte.	48
Figura 4.18 Visión 3D del campo escalar de alturas de escurrimiento a una concentración del 9%.	48
Figura 4.19 Altura obtenida por la técnica para las ondas (a), (b) y (c). La concentración es del 9% con un caudal de $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$	50
Figura 4.20 Imagen de referencia a una concentración del 11% utilizada para los dos caudales estudiados.	51
Figura 4.21 (a) y (b) muestran las fotos vertical y lateral respectivamente para el primer caudal en estudio. (c) y (d) muestran las fotos vertical y lateral respectivamente para el segundo caudal en estudio.	52
Figura 4.22 (a) indica el valor máximo de la altura de la onda junto con su respectivo valor RGB. (b) indica el valor de la altura de referencia con el mismo valor RGB. Ambas imágenes son para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$	53
Figura 4.23 (a) indica el valor máximo de la altura de la onda junto con su respectivo valor RGB. (b) indica el valor de la altura de referencia con el mismo valor RGB. Ambas imágenes son para el caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$	53
Figura 4.24 Campo escalar de la altura de escurrimiento de la primera onda a una concentración del 11% para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. La dirección del flujo es de sur a norte.	54
Figura 4.25 Visión 3D del campo escalar de alturas de escurrimiento para el primer caudal a una concentración del 11%.	54
Figura 4.26 Campo escalar de la altura de escurrimiento de la primera onda a una concentración del 11% para el caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$. La dirección del flujo es de sur a norte.	55
Figura 4.27 Visión 3D del campo escalar de alturas de escurrimiento para el segundo caudal a una concentración del 11%.	55

Figura 4.28 Resultado de la altura de escurrimiento para la concentración del 13%. 58

Figura 4.29. Función que representa la variación de la potencia a la $1/3$ de x para los mil primeros enteros ponderado por una altura de 0,7cm..... 60

Índice de tablas

Tablas del capítulo 1

Tabla 1.1 Tipos de criterios de correlación usados en DIC con sus respectivas características. Con f_i y g_i son las imágenes de referencia y deformada tomando el pixel i -ésimo, respectivamente. (a) Sensible a todos los cambios de intensidad, (b) Insensible a los cambios de intensidad, (c) Insensible a los cambios de escala, (d) Insensible a los cambios de intensidad y de escala.	6
--	---

Tablas del capítulo 3

Tabla 3.1 Peso de bentonita utilizado en cada concentración.	28
---	----

Tablas del capítulo 4

Tabla 4.1 Cálculos de los gradientes de intensidad medio para cada patrón simulado.	34
Tabla 4.2 Velocidad y caudal para la mezcla del 9, 11 y 13%	36
Tabla 4.3 Velocidad de las ondas para el primer caudal a una concentración del 9%	39
Tabla 4.4 Velocidad de las ondas para el segundo caudal a una concentración del 9%	40
Tabla 4.5 Velocidad de las ondas para el primer caudal a una concentración del 11%	42
Tabla 4.6 Velocidad de las ondas para el segundo caudal a una concentración del 11%	43
Tabla 4.7 Esfuerzo de fluencia y viscosidad obtenidos a partir del ensayo reológico.	45
Tabla 4.8 Alturas obtenidas mediante la técnica y cámara lateral.	49
Tabla 4.9 Alturas obtenidas mediante la técnica experimental.	51
Tabla 4.10 Alturas obtenidas mediante la técnica experimental y cámara lateral para el caudal de $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$	56
Tabla 4.11 Alturas obtenidas mediante la técnica experimental y cámara lateral para el caudal de $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$	57
Tabla 4.12 Constante calculada para la concentración del 9 y 11% para los dos caudales trabajados.	59
Tabla 4.13. Escala de valores según la variable x antes definida.	60

Introducción

Actualmente la minería es la industria que aporta el mayor beneficio económico para Chile y es indispensable continuar con el desarrollo de nuevas técnicas de medición que permitan aumentar su eficiencia y disminuir su impacto al medio ambiente. De particular interés es el traslado de los relaves hacia sus respectivos tranques de depósitos. En este proceso se debe tener especial atención en el derrame de este fluido, ya que es altamente nocivo con el medio ambiente y se podría presentar por la formación de ondas rodantes a lo largo de su trayecto, tal como se muestra en la Figura 1¹



Figura 1. Flujo inclinado que presenta un tren de ondas rodantes en toda su trayectoria¹.

A partir de lo anterior nace la motivación por innovar en una nueva técnica experimental aplicada al estudio este tipo de fenómenos, en donde se pretende determinar las deformaciones ocurridas fuera del plano, más específicamente su campo escalar de altura de escurrimiento. Además, dada las deficiencias económicas presentes en el mercado privado actual para la adquisición instrumentaría para la investigación, se ha llegado a una expresión empírica que permite estimar las alturas máximas de las ondas rodantes en función de los parámetros del fluido y el escurrimiento.

¹ Imagen obtenida de: http://blogs.ujaen.es/prmedina/?page_id=343

Estado del arte

Actualmente existen diversas técnicas ópticas aplicadas en flujos de fluidos. Una de ellas es la visualización del flujo por medio del efecto schlieren ([1], [2], [3]) donde se basa en la desviación de la luz (o láser colimado) debido al cambio del índice de refracción entre los medio y a las distintas densidades involucradas. Esta técnica requiere de mucha destreza experimental, sin embargo hoy en día existe la fotografía Schlieren digital que se basa en la visualización de objetos a través de un algoritmo matemático [4]. Análogo a lo anterior existe otra variación en la técnica llamada schlieren sintético, usada para medir el campo de densidad en un flujo estratificado [5].

Por otro lado existen diversas técnicas para medir el campo de velocidad del fluido, entre las más conocidas está el “seguimiento de partículas” (o conocida como *particle tracking*, *PTV*) y la velocimetría por imágenes de partículas (*particle image velocimetry*, *PIV*). La primera se basa en colocar trazadores en el fluido y a través de un algoritmo computacional seguir cada uno de ellos como si fuesen una partícula del fluido, sin embargo éstos deben cumplir con la condición de tener la misma trayectoria del flujo y que su densidad sea un poco menor a la del fluido para que puedan flotar y ser arrastrados [6], [7]. La segunda se basa en el mismo procedimiento que el anterior solo que en vez de analizar cada trazador por separado se siguen a través de una ventana de interrogación (*subset* o región digital de estudio para realizar la correlación determinada por un área en pixeles), éstas son de las mismas dimensiones para todas las fotografías en estudio [8], [9].

Por otro lado existen técnicas no invasivas que pueden medir la altura de escurrimiento y el campo de desplazamiento del flujo, entre las más conocidas está la FTP (*Fourier Transform Profilometry*) que se basa en proyectar un patrón de franjas en el fluido y realizar una comparación de su fase entre una imagen de referencia y una imagen deformada a través de un análisis geométrico. Generalmente con esta técnica se estudian las ondas presentes en el fluido [10], [11]. Otra innovadora técnica es la correlación digital de imágenes (DIC) que se basa en proyectar un patrón de puntos en un objeto y comparar, a través de un algoritmo computacional, una imagen de referencia y una deformada pudiendo obtener el campo de desplazamiento [12], [13], [14] en las direcciones de los ejes coordenados. Sin embargo se puede realizar un análisis geométrico para obtener la altura de escurrimiento a partir de este campo encontrado por la DIC, donde esto último es lo que se pretende desarrollar en el presente trabajo. Actualmente existe la comprobación del funcionamiento de esta técnica usada para objetos sólidos estáticos [15].

En el presente trabajo se comienza describiendo la correlación digital de imágenes y los alcances y limitaciones que ésta tiene. Luego se plantean los objetivos generales y específicos, Seguido

de lo anterior se da una breve explicación de las ondas rodantes y la descripción de un modelo teórico que se utiliza para predecir la altura máxima de las ondas.

Posteriormente se estudia el fenómeno del aliasing en las mediciones de señales, las ecuaciones que determinan la deformación fuera del plano y como éstas se relacionan con la correlación digital de imágenes. Luego se estudia el patrón que se utilizará para evaluar cuál de ellos el ofrece un menor error global.

En el siguiente capítulo se estudia la metodología llevada a cabo para abordar los experimentos en cuestión, partiendo por las actividades previas, a continuación viene el proceso de medición y por último las actividades finales. Finalmente se explican los resultados obtenidos y se verifica si se cumple la implementación de la técnica experimental basada en la comparación de dos mediciones empíricas.

Objetivos

Objetivos generales

El presente trabajo tiene dos objetivos generales, estos son:

- 1) Desarrollar y adaptar una técnica óptica experimental para medir ondas superficiales en fluidos no newtonianos.
- 2) Desarrollar un modelo empírico para predecir la altura máxima de las ondas rodantes.

Para llevar a cabo el desarrollo principal del presente trabajo se deben cumplir una serie de objetivos específicos que se presentan a continuación

Objetivos específicos

- 1) Construir un canal en el laboratorio de hidráulica del departamento de ingeniería civil de la Universidad de Chile junto con un estanque y tubos de PVC.
- 2) Diseñar e implementar un sistema óptico para proyectar un patrón y captar imágenes verticales vía una cámara digital.
- 3) Estudiar la densidad óptima de puntos aleatorios asociada a la máscara proyectada sobre la superficie del fluido.
- 4) Entender y utilizar la interfaz gráfica de usuario (GUI) de Matlab (*ncorr*) para realizar la correlación digital de imágenes.
- 5) Capturar lateral y verticalmente las ondas generadas en la descarga de fluido para las distintas concentraciones utilizadas.
- 6) Estudiar la escala de la tasa de deformación del fluido para ajustar el modelo constitutivo de la mezcla.
- 7) Realizar un algoritmo de optimización para procesar los resultados de la correlación de imágenes obtenidos de la interfaz gráfica de usuario de Matlab.
- 8) Encontrar la constante experimental del modelo empírico propuesto para la altura máxima de escurrimiento.

Capítulo 1

1. Marco teórico

1.1. Correlación digital de imágenes

La correlación digital de imágenes es una efectiva y práctica técnica óptica de campo completo que permite medir desplazamientos y deformaciones en el plano de algún objeto en cuestión. Esta se basa en proyectar algún patrón sobre el objeto en estudio y capturar una imagen en su estado inicial (llamada *imagen de referencia*) y una en su estado final o deformado (llamada *imagen deformada*). Típicamente las imágenes se adquieren mediante una cámara CCD monocromática y éstas son divididas digitalmente en ventanas de interrogación conteniendo un número finito de píxeles [16].

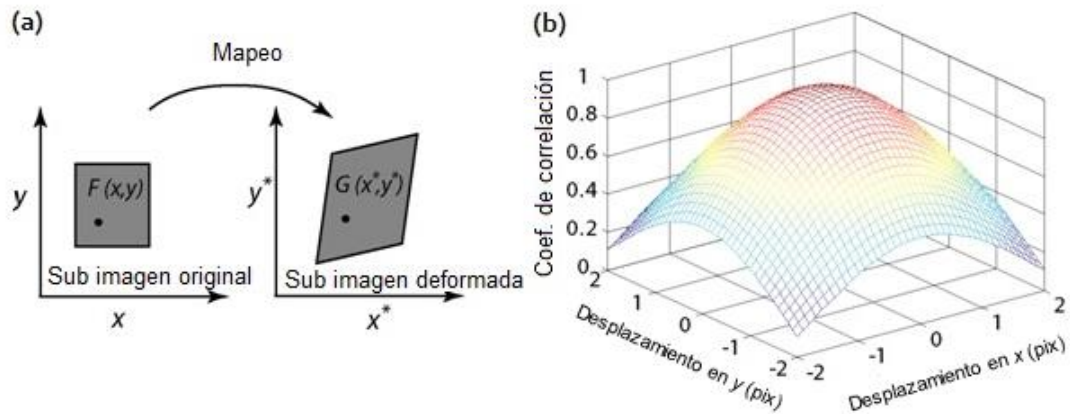


Figura 1.1 Concepto básico del funcionamiento de la correlación digital de imágenes.

La resolución espacial y la precisión de los desplazamientos o deformaciones están limitados por el número total de píxeles en la imagen, ya sea por la resolución de la cámara o por la capacidad computacional de análisis. Para obtener el campo de desplazamiento se debe recurrir a un algoritmo de correlación que pueda identificar el cambio en el patrón, este algoritmo depende del criterio utilizado y éstos son indicados en la Tabla 1.1 [17].

Función	Criterio CC	Criterio SAD	Criterio SSD	Criterio PSSD
(a)	$C_{CC} = \sum f_i g_i$	$C_{SAD} = \sum f_i - g_i $	$C_{SSD} = \sum (f_i - g_i)^2$	-
(b)	$C_{ZCC} = \sum [\bar{f}_i \bar{g}_i]$	$C_{ZSAD} = \sum \bar{f}_i - \bar{g}_i $	$C_{ZSSD} = \sum [\bar{f}_i - \bar{g}_i]^2$	$C_{PSSDb} = \sum (f_i + b - g_i)^2$
(c)	$C_{NCC} = \frac{\sum f_i g_i}{\sqrt{\sum f_i^2 \sum g_i^2}}$	$C_{NSAD} = \sum \left \frac{f_i}{\sqrt{\sum f_i^2}} - \frac{g_i}{\sqrt{\sum g_i^2}} \right $	$C_{NSSD} = \sum \left(\frac{f_i}{\sqrt{\sum f_i^2}} - \frac{g_i}{\sqrt{\sum g_i^2}} \right)^2$	$C_{PSSDa} = \sum (af_i - g_i)^2$
(d)	$C_{ZNCC} = \frac{\sum \bar{f}_i \bar{g}_i}{\sqrt{\sum \bar{f}_i^2 \sum \bar{g}_i^2}}$	$C_{ZNSAD} = \sum \left \frac{\bar{f}_i}{\sqrt{\sum \bar{f}_i^2}} - \frac{\bar{g}_i}{\sqrt{\sum \bar{g}_i^2}} \right $	$C_{ZNSSD} = \sum \left(\frac{\bar{f}_i}{\sqrt{\sum \bar{f}_i^2}} - \frac{\bar{g}_i}{\sqrt{\sum \bar{g}_i^2}} \right)^2$	$C_{PSSDab} = \sum (af_i + b - g_i)^2$

Tabla 1.1 Tipos de criterios de correlación usados en DIC con sus respectivas características. Con f_i y g_i son las imágenes de referencia y deformada tomando el pixel i -ésimo, respectivamente. (a) Sensible a todos los cambios de intensidad, (b) Insensible a los cambios de intensidad, (c) Insensible a los cambios de escala, (d) Insensible a los cambios de intensidad y de escala.

En la tabla 1.1: $\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i$, $\bar{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i$, $\bar{f}_i = f_i - \bar{f}$, $\bar{g}_i = g_i - \bar{g}$

1.2. Alcance y limitaciones de la correlación digital de imágenes

La técnica DIC ha sido empleada a lo largo de los últimos años para analizar diversos problemas en el campo de la mecánica experimental, y en esta última década ha ido adquiriendo una mayor inserción ya que una de las grandes ventajas es que no es una técnica invasiva por lo que el medio en estudio no es perturbado por ningún agente externo. Otro gran beneficio es la ventaja de poder medir parámetros de la muestra a cualquier temperatura, no importando si el instrumento pueda sufrir algún deterioro debido al contacto con ésta.

En comparación con otras técnicas ópticas interferométricas para la medición de deformaciones y campos de desplazamientos se tiene que:

- El montaje necesario para la medición es sencillo, se necesita una cámara digital, idealmente de alta resolución para evitar el aliasing, y los elementos mecánicos necesarios para fijarla en el espacio. Se necesita un patrón para la comparación de imágenes por lo que las muestras pueden ser preparadas por distintos métodos, el más usado es la proyección de un patrón aleatorio de puntos donde su codificación algorítmica resulta bastante sencilla.
- Dependiendo del criterio de correlación utilizado, la luz necesaria para la realización de los ensayos puede ser luz natural ya que la variación de intensidad de una foto con otra no es influyente. Idealmente se utilizan fuentes de luz externas para mejorar la calidad de las imágenes.
- Es versátil, pudiendo aplicarse a diferentes problemas y llegar a tener 0.01 pixel de precisión para la medida del campo de desplazamiento y 0,01% para la medida de las deformaciones.
- En general los algoritmos de comparación tienen bajos requerimientos computacionales pudiendo realizar estudios y análisis en tiempo real.

Una desventaja de esta técnica es que las mediciones de deformaciones donde la superficie presente alguna ruptura conllevarán a la pérdida de información ya que no existe una superficie de comparación.

1.3. Fenómeno del aliasing

El aliasing es un fenómeno propio del muestreo de señales que hace que éstas sean indistinguibles de la serie de datos originales cuando se muestran digitalmente. Si esto sucede la señal no puede ser nuevamente reconstruida en su forma original a partir de la señal digital debido

a la pérdida de su frecuencia particular. En la Figura 1.2 se muestra un ejemplo de cómo se pierde una frecuencia mayor por una menor que pasa por los mismos puntos.

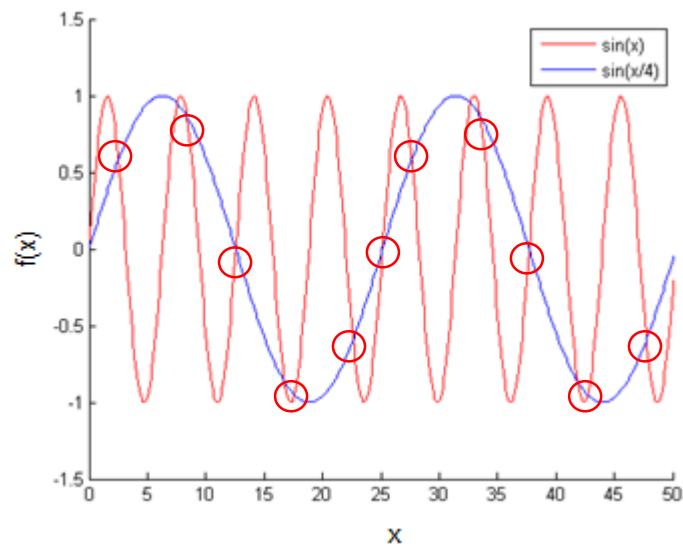


Figura 1.2 Obtención de una señal periódica sinusoidal en donde se obtienen las mismas muestras pero de una señal con frecuencia más baja.

En el caso de análisis de imágenes se tienen frecuencias espaciales donde se define un muestro mínimo, medido en pix/cm , con que una imagen debe ser escaneada para evitar el aliasing. También se sabe que una imagen con un patrón periódico presenta una mayor probabilidad de presentar aliasing en el muestreo que una imagen con un patrón aleatorio [18]. Para entender mejor el efecto se presenta el siguiente ejemplo:

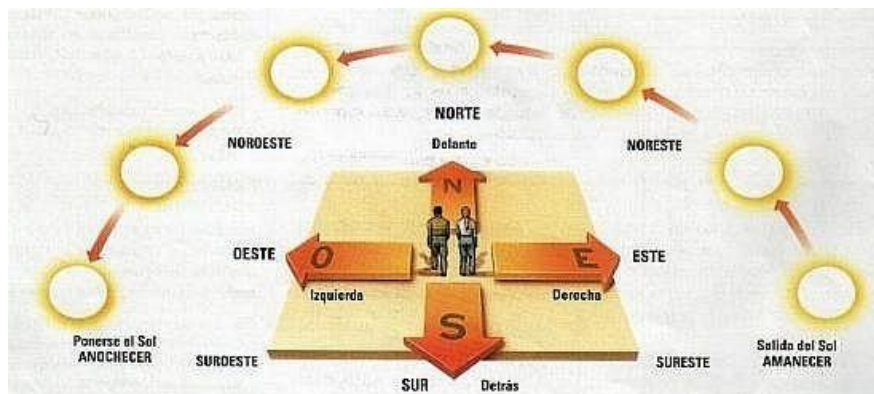


Figura 1.3 Aliasing en el movimiento del sol en la vía láctea².

Tal como se ve en la Figura 1.3² el sol tiene un movimiento aparente de este a oeste con un periodo de 24 horas, lo que corresponde a una frecuencia de 0,042 Hz. Si se toma una fotografía al cielo cada 23 horas, correspondiente a una frecuencia de 0,043 Hz, y luego todas se juntan, entonces el sol parecería moverse de oeste a este con un periodo de 552 horas. En este caso la frecuencia de muestreo es sólo un 2% mayor que la frecuencia solar. Este es el mismo fenómeno que se aprecia cuando se observan las hélices de un helicóptero y éstas parecieran girar más lento o en sentido contrario.

Para evitar el aliasing se debe cumplir el criterio de Nyquist [19]. Éste dice que la frecuencia de muestreo debe ser al menos dos veces mayor que el ancho de banda de la señal, es decir

$$f_m > 2f_s \quad (1)$$

Donde f_m es la frecuencia de muestro y f_s la frecuencia de la señal.

Pero, ¿cómo definir una frecuencia de muestro cuando se tiene una proyección de una imagen espacial? Realizando un criterio análogo al de Nyquist, se debe cumplir un rango de muestreo mínimo, en unidades de pix/cm , con que necesita ser escaneada una imagen. Dicho lo anterior se puede establecer la siguiente relación: La cantidad de pixeles que captan los puntos generados en el patrón deben ser al menos el doble que su diámetro o de lo contrario se producirá aliasing [20]. Esto hace disminuir las frecuencias muy elevadas de patrones actuando como un filtro pasa alta. (Para ver más opciones de antialiasing se puede revisar el capítulo 5 del libro Series in Computer Graphics [20])

1.4. Deformación fuera del plano

La técnica de correlación digital de imágenes mide explícitamente deformaciones y desplazamientos dentro del plano de la muestra. Sin embargo, es posible realizar mediciones fuera del plano gracias al empleo de relaciones geométricas que dependen de este campo de desplazamiento [15]. En la Figura 1.4 se indica la descripción geométrica para el caso de una onda viajando en la dirección $-x$.

² Imagen obtenida de: <https://books.google.cl/books?id=jkhyWjmJBGUC&pg>

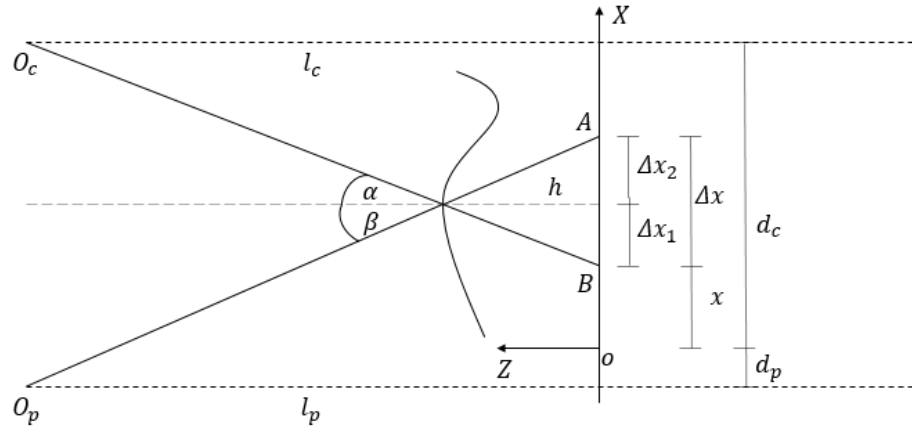


Figura 1.4 Geometría utilizada para determinar la deformación fuera del plano.

De la geometría de la Figura 1.4 se tiene que O_p y O_c son los puntos desde el proyector y el centro óptico de la cámara hacia el plano x respectivamente, l_p es la distancia del punto O_p al plano x , l_c es la distancia del punto O_c hacia el mismo plano, el punto o es escogido de forma aleatoria en una parte del borde de la imagen digital, d_p es la distancia desde el proyector al origen y d_c la distancia del cámara al origen, ambas distancias suman lo mismo que la distancia entre el proyector y la cámara. Para determinar la deformación fuera del plano se debe determinar h cómo función de variables que puedan ser medidas directamente de la geometría.

De la Figura 1.4 se tiene que

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x_1}{h} \quad (2)$$

$$\tan \beta = \frac{\Delta x_2}{h} \quad (3)$$

Pero además se tiene

$$\tan \alpha = \frac{d_c + d_p - (\Delta x_1 + x + d_p)}{l_c - h} = \frac{d_c - \Delta x_1 - x}{l_c - h} \quad (4)$$

$$\tan \beta = \frac{\Delta x_1 + x + d_p}{l_p - h} \quad (5)$$

Igualando las Ec. (2) y (4) y las Ec. (3) y (5) se tiene lo siguiente

$$\frac{\Delta x_1}{h} = \frac{d_c - \Delta x_1 - x}{l_c - h} \quad (6)$$

$$\frac{\Delta x_2}{h} = \frac{\Delta x_1 + x + d_p}{l_p - h} \quad (7)$$

De la Ec. (6) se tiene lo siguiente

$$\frac{\Delta x_1 l_c}{h} = d_c - x \quad (8)$$

Y de la Ec. (7) se tiene lo siguiente, sabiendo que $\Delta x_1 + \Delta x_2 = \Delta x$

$$\frac{\Delta x_2 l_p}{h} = \Delta x + x + d_p \quad (9)$$

Sumando las Ecs. (8) y (9) se obtiene lo siguiente

$$\frac{\Delta x}{h} = \left(\frac{d_c}{l_c} + \frac{d_p}{l_p} \right) + \left(\frac{1}{l_p} - \frac{1}{l_c} \right) x + \frac{1}{l_p} \Delta x \quad (10)$$

A continuación se definen los siguientes parámetros

$D_0 = \frac{d_c}{l_c} + \frac{d_p}{l_p}$, $D_1 = \frac{1}{l_p} - \frac{1}{l_c}$ y $D_2 = \frac{1}{l_p}$, luego, despejando h de la Ec. (10) se obtiene lo siguiente

$$h(x) = \frac{\Delta x}{D_0 + D_1 x + D_2 \Delta x} \quad (11)$$

Se puede definir $\Delta x = Mu$, donde M es la magnificación de la imagen y u el campo de desplazamiento en la dirección x . Con la definición anterior, la Ec. (11) queda como

$$h(x) = \frac{Mu}{D_0 + D_1 x + D_2 \Delta x} \quad (12)$$

Se puede realizar un ajuste experimental tal que $l_p = l_c$. Con lo anterior se tiene que $D_1 = 0$, luego la Ec. (12) se reduce a lo siguiente

$$h = \frac{Mu}{D_0 + D_2 Mu} \quad (13)$$

La precisión de la altura h depende mayoritariamente de la resolución de pixeles del campo de desplazamiento u y éste se obtiene a partir del método de correlación de imágenes digitales (DIC) siguiendo algún criterio mostrado en la Tabla 2.1.

1.5. Modelo de correlación digital de imágenes

De acuerdo con la Ec. (13) se puede obtener la deformación fuera del plano a partir de ciertos parámetros geométricos, y especialmente, de la deformación en el plano que se obtiene de la correlación digital de imágenes. El principio básico de la técnica es rastrear algún patrón localizado en la imagen de referencia y compararlo con el mismo patrón pero de la imagen deformada. Para la implementación práctica de la técnica se trazan divisiones virtuales en las imágenes, conocidas como ventanas de interrogación, y en cada una de ellas se realiza la DIC bajo uno de los criterios antes nombrados. Cada ventana de interrogación tiene una dimensión de $n \times n$ y el punto central de ella se conoce como (x_0, y_0) . Cada punto vecino de este punto central se conoce como (x, y) , y en la imagen deformada se le conoce como (x', y') . La Figura 1.5 [21]³ muestra un esquema de los parámetros antes nombrados

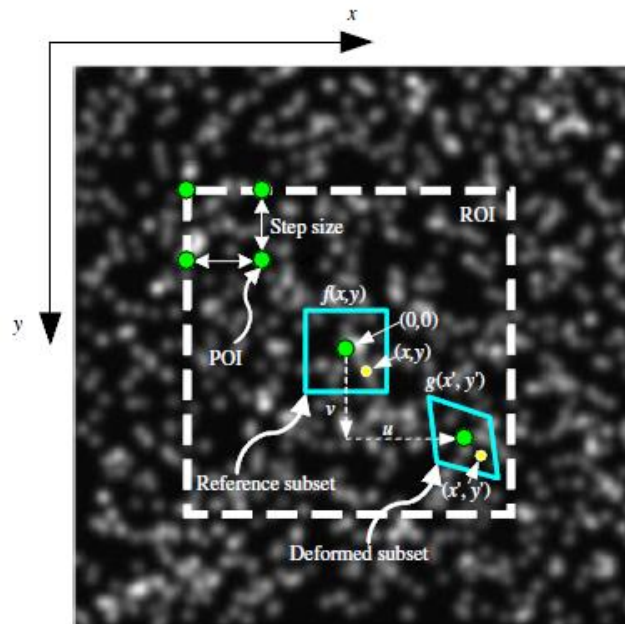


Figura 1.5 Definición de los parámetros de la imagen. ROI indica la región de interés y POI el punto de interés³.

La función que relaciona los puntos deformados con los de referencia en la ventana de interrogación se llama “función de forma” o “función de mapeo de desplazamientos”, luego a través de algún criterio de correlación mostrados en la Tabla 1.1 se pueden correlacionar las variables de la función para obtener el parámetro deseado. Para obtener una información precisa

³ Imagen obtenida de referencia [19]

de la comparación entre las dos imágenes se utiliza la función propuesta por Blaber et al. [22], que es una función de forma de segundo orden y que se describe de la siguiente manera

$$x' = x_{ref_i} + u + \frac{\partial u}{\partial x}(x_{ref_i} - x_{ref_c}) + \frac{\partial u}{\partial y}(y_{ref_i} - y_{ref_c})$$

$$y' = y_{ref_i} + v + \frac{\partial v}{\partial x}(x_{ref_i} - x_{ref_c}) + \frac{\partial v}{\partial y}(y_{ref_i} - y_{ref_c})$$

Donde x_{ref_i} e y_{ref_i} son las coordenadas x e y de un punto de la ventana de referencia; x_{ref_c} y y_{ref_c} son las coordenadas del centro de la imagen de referencia; u y v son las componentes del desplazamiento para el centro de la venta de interrogación en la dirección x e y respectivamente y u_x , u_y , v_x y v_y son las componentes del gradiente de desplazamiento. Se puede apreciar que la función de forma depende de seis parámetros de mapeo, a continuación se define un vector que da cuenta de ellos

$$p = \{u, v, u_x, u_y, v_x, v_y\}^T$$

Para precisar el resultado de las componentes de desplazamientos obtenidos de la correlación, se utiliza el criterio de correlación ZNCC (Zero-mean normalized cross correlation), ya que es insensible a los cambios de intensidad [17].

$$C_{ZNCC}(p) = \frac{\sum (f(x, y) - f_m)(g(x', y') - g_m)}{\sqrt{\sum [f(x, y) - f_m]^2 \sum [g(x', y') - g_m]^2}} \quad (14)$$

Donde p representa los seis parámetros de mapeo; f y g son las imágenes en intensidad de escala de grises de referencia y deformada en un punto específico respectivamente. Las funciones f_m y g_m corresponden al valor medio de escala de grises de la imagen de referencia y la imagen deformada.

$$f_m = \frac{\sum f(\tilde{x}_{ref_i} - \tilde{y}_{ref_j})}{n(S)}$$

$$g_m = \frac{\sum g(\tilde{x}_{cur_i} - \tilde{y}_{cur_j})}{n(S)}$$

Donde $n(S)$ es el número de puntos en la ventana S .

Existe una relación entre criterios de correlación propuesta por Pan et al. [23] que se escribe de la siguiente manera

$$C_{ZNSSD} = 2(1 - C_{ZNCC})$$

Esta función permite optimizar de una manera no lineal los resultados encontrando el mínimo de la expresión [22].

Por otro lado se tiene que el método iterativo de Newton-Raphson [24] que se utiliza para encontrar el desplazamiento u se escribe de la siguiente manera

$$p - p_0 = -(\nabla C_{ZNSSD}(p_0))(\nabla \nabla C_{ZNSSD}(p_0))^{-1} \quad (15)$$

Donde p_0 es algún valor inicial de la solución, P es el valor iterativo aproximado de la solución, $\nabla C_{ZNSSD}(p_0)$ es el gradiente del criterio de correlación y $\nabla \nabla C_{ZNSSD}(p_0)$ es la derivada de segundo orden del criterio de correlación conocida como la matriz Hessiana de la función correlación. A la solución del campo de desplazamiento u se le realiza una interpolación bi-cuadrática (Ec. (16)) con el fin de obtener el resultado en todo el espacio con una alta resolución.

$$\beta^n(x) = \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (-1)^k \left(x - k + \frac{n+1}{2}\right)^n \quad (16)$$

Dada la alta complejidad de programación de la solución de p se acude a un código abierto realizado en Matlab que incorpora la solución de la Ec. (15) y realiza la interpolación correspondiente. En la sección 3.2.4 se hablará de aquello.

1.6. Campo de speckle

Otro detalle particular de la técnica de correlación digital de imágenes empleada es el patrón proyectado sobre la muestra. Este juega un rol fundamental en la medición de la deformación o los campos de desplazamiento ya que si el patrón presenta discontinuidades en sus componentes entonces la correlación no será efectiva y el error aumentará. En el presente trabajo se usó un patrón de campo de puntos aleatorios, comúnmente conocido como "speckle" o campo de motas, donde fue generado en el software Matlab.

La mayoría de las investigaciones dedicadas a la precisión de la DIC se han enfocado en muchos algoritmos de correlación diferentes y en el efecto de variables tales como el tamaño de la ventana de interrogación y la selección de la función de forma. Sin embargo han puesto menos atención en los efectos de la calidad del patrón de speckle en la precisión de la medición, particularmente enfocada en los cambios de la resolución espacial de la imagen [25]. En referencia a lo anterior,

Haddadi y Belhabib [26] en su experimento en el movimiento de un cuerpo rígido, identificaron que los patrones más finos con más puntos y mayor aleatoriedad son mejores en comparación a un patrón con puntos más grandes. Este resultado podría ser extendido al análisis de otros problemas físicos dependiendo del criterio de correlación utilizado. Según lo indicado por Crammond et al. [25], si los tamaños de puntos son muy pequeños entonces estos son captados sólo por un pequeño número de píxeles de la cámara. Esto incrementa la similitud en forma y tamaño reduciendo la unicidad del patrón. Además el ruido y las fluctuaciones producen una gran variación en la identificación de su tamaño, forma y posición relativa a su característica original. Por otro lado, si se incrementa el tamaño de los puntos en el patrón entonces disminuye la aleatoriedad (pudiendo provocar aliasing) y los puntos ocupan más espacio en la ventana de interrogación aumentando el error. Sin embargo estos patrones tienen un gran número de permutaciones en la función de forma creando una mayor unicidad.

A continuación se muestran tres formas distintas de obtener el mejor patrón de puntos para el caso en estudio.

1.7. Evaluación de los patrones de speckle simulados

Es deseable tener un patrón con altos niveles característicos de unicidad y aleatoriedad para maximizar la función correlación correspondiente a cada ventana de interrogación de las imágenes trabajadas y así disminuir la incerteza en el cálculo del campo de deformaciones o desplazamiento [25]. Dicho lo anterior, la calidad del patrón de speckle tiene una gran influencia en la función correlación, independiente del criterio que sea escogido.

En la investigación de Crammond et al. [25] se dedujo que la precisión de la correlación digital de imágenes está directamente relacionada con el tamaño de cada punto en el patrón de speckle y su densidad en cada ventana de interrogación (el resultado se muestra en la Figura 1.6⁴).

⁴ Imagen obtenida de referencia [23]

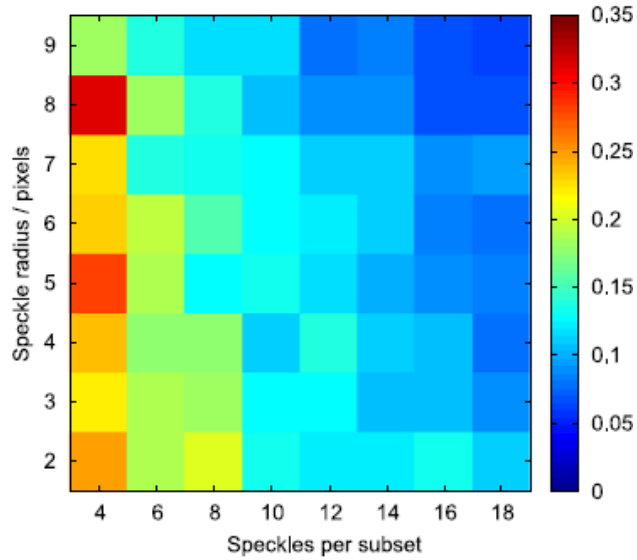


Figura 1.6 Nivel de error para el patrón de speckle cuando se realiza un stress al 2% en un espécimen. La muestra se dividió en 121 ventanas de interrogación y se probaron 64 distintas configuraciones de patrones⁴.

Sin embargo en su misma investigación usó un método de entropía de Shannon (ES) para determinar la calidad del patrón [27]. Aquí se estudia el desorden o aleatoriedad de los puntos dependiendo de cada ventana de interrogación usando un software computacional. Su resultado fue el siguiente

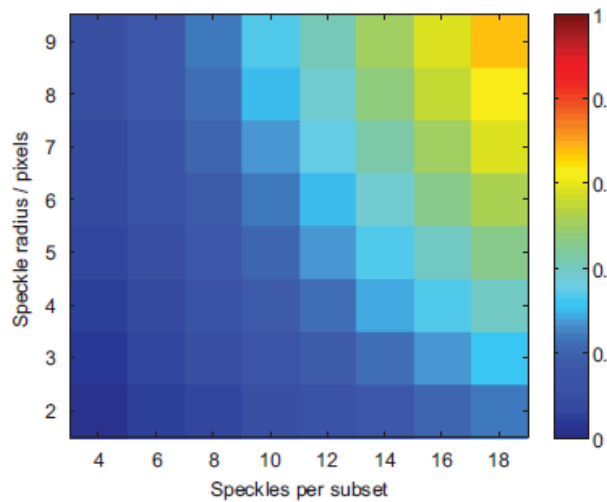


Figura 1.7 Nivel de error para el patrón de speckle cuando se realiza un stress al 2% en un espécimen usando el criterio de entropía. La muestra se dividió en 121 ventanas de interrogación y se probaron 64 distintas configuraciones de patrones⁵.

Como se puede ver en la Figura 1.7⁵ es un resultado que se contrapone al obtenido en la Figura 1.6, es decir, el signo es contrario en el gradiente de error.

Siguiendo los estudios realizados por Crammond vistos en la Figura 1.6 y la Figura 1.7 se puede determinar la siguiente ecuación que relaciona un número adimensional con el radio de los puntos, la cantidad de speckle por ventana y el tamaño de la ventana de interrogación.

$$\zeta = \frac{A_s N_s}{A_c} \quad (17)$$

Donde ζ es un factor adimensional que determina la relación de área entre todos los puntos con su respectiva ventana de interrogación, A_s el área de cada punto (todos los puntos son del mismo radio en el patrón), N_s el número de puntos que hay en una ventana de interrogación y A_c el área de la ventana de interrogación. La Ec. (17) indica un parámetro adimensional que se ingresa en el algoritmo de generación del patrón realizado en Matlab.

Además existe otra forma del diagnóstico en la calidad del patrón de speckle, ésta es el gradiente de intensidad medio en escala de grises denotado por δ_r , propuesto por B. Pan et al. en el año 2010 [28] y se define de la siguiente manera

$$\delta_r = \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^H \frac{|\nabla f(x_{ij})|}{W \times H} \quad (18)$$

Donde W es el largo de la imagen, H el alto de la imagen y $|\nabla f(x_{ij})| = \sqrt{f_x(x_{ij})^2 + f_y(x_{ij})^2}$ es el modulo del vector gradiente de intensidad local. $f_x(x_{ij})$, $f_y(x_{ij})$ son las derivadas de intensidad direccionales en x e y respectivamente en el pixel x_{ij} . Este término puede ser calculado fácilmente usando un algoritmo de diferencia finita.

Este método indica que mientras mayor sea el valor de δ_r habrá una menor tendencia de error en el cálculo del campo de desplazamiento [28].

Por medio de estos tres métodos se puede obtener un patrón óptimo. Primeramente se evalúa un balance entre los resultados de la Figura 1.6 y Figura 1.7 para luego generar una serie de patrones y elegir el que presente el mayor gradiente de intensidad medio.

⁵ Imagen obtenida de referencia [23]

Capítulo 2

2. Generalidades de las ondas rodantes

2.1. ¿Qué son las ondas rodantes?

Los flujos delgados en canales frecuentemente exhiben inestabilidades en su superficie que crecen hasta formar las conocidas ondas rodantes (*roll waves*) y se desplazan como trenes de ondas desde su inicio hasta la zona de descarga. Éstas ocurren comúnmente en conductos hechos por el hombre tales como los acueductos y desagües. Según X. Huang y M. García [29] este tipo de flujos puede ser modelado como un flujo tipo capa límite, tal como se indica en la Figura 2.2.

En el desarrollo de ondas rodantes existen dos zonas bien definidas, la zona de abajo es la llamada flujo cizallado y presenta una distribución parabólica de velocidades, y en la zona de arriba se conoce como flujo tapón y presenta un perfil constante de velocidades. Las ondas rodantes son soluciones oscilatorias de pequeñas perturbaciones de flujo no uniforme respecto de un estado base uniforme [30], [31]. En el caso de fluidos no newtonianos, su aparición depende de un número de Reynolds crítico que es, a su vez, función del esfuerzo de fluencia [32].

La Figura 2.1 indica una captura lateral de una onda rodante para una mezcla de bentonita con agua. En la rompiente de la onda rodante existe una compleja variación del perfil de velocidad, además se aprecia un decaimiento de ésta luego de llegar a su peak.

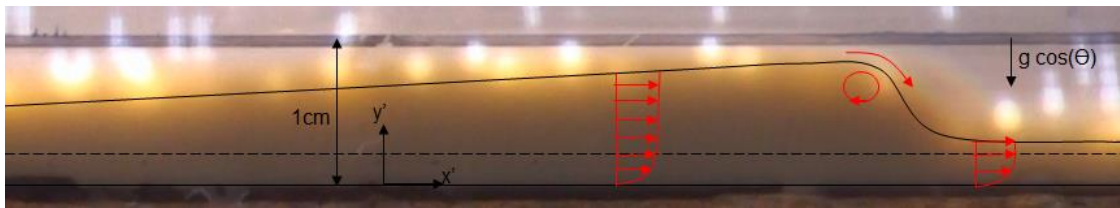


Figura 2.1 Perfil de una onda rodante aguas abajo en un plano inclinado para un ángulo θ , donde la línea punteada indica la división de las dos fases antes mencionadas. En este caso se tienen las transformaciones $x' = x \cos(\theta)$ e $y' = y \sin(\theta)$.

2.2. Concentración y modelos constitutivos en fluidos no newtonianos

Primero que todo se debe establecer qué tipo de concentración se debe utilizar para realizar las mezclas estudiadas en el presente trabajo. Para ello se sabe que la concentración en peso se puede definir de la siguiente manera

$$C = \frac{P_s}{P_s + P_L} \quad (19)$$

Donde P_s es el peso del material sólido y P_L el peso líquido. Despejando P_s de la Ec. (19) se tiene que

$$P_s = \frac{CP_L}{1-C} \quad (20)$$

Esto permite estimar el peso del sólido a partir del peso del líquido y de la concentración que se desee utilizar. La mezcla realizada en el presente trabajo adquiere propiedades de fluido no newtoniano, es decir, se debe utilizar un modelo constitutivo o de cierre para el tensor de esfuerzo y éste depende del comportamiento reológico que presente la mezcla a una determinada tasa de deformación, a esto se le conoce como la ley constitutiva del fluido. Actualmente existen diversos modelos reológicos tales como el modelo de potencia (*Power-Law*), Bird-Carreau, Maxwell, Cross, Ellis y Casson [33]. Existen dos modelos comunes, estos son:

- Modelo de Bingham

$$K_B \frac{\partial u}{\partial y} = \begin{cases} 0, & |\tau| < \tau_0 \\ \tau - \tau_0 \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right), & |\tau| \geq \tau_0 \end{cases} \quad (21)$$

Donde τ_0 es el esfuerzo de fluencia, $\dot{\gamma}$ la tasa de deformación y K_B la viscosidad plástica de Bingham.

- Modelo de Herschel-Bulkley

$$K_H \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n = \begin{cases} 0, & |\tau| < \tau_0 \\ \tau - \tau_0 \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right), & |\tau| \geq \tau_0 \end{cases} \quad (22)$$

Donde n designa el índice del flujo y K_H la viscosidad plástica de Herschel-Bulkley. La elección de los modelos de la Ec. (21) y (22) dependen del mejor ajuste a la curva reológica obtenida en

el análisis del fluido, destacando que el modelo de Bingham es una curva desplazada verticalmente en comparación con la curva obtenida en un fluido newtoniano.

En ocasiones estos modelos de las Ecs. (21) y (22) permiten dar soluciones a las ecuaciones que gobiernan el sistema, dependiendo de la complejidad de éste. Cabe destacar que los parámetros de estos modelos son ajustados por medio de la curva reológica estudiada en el fluido en cuestión.

2.3. Modelo que describe la onda rodante

En la presente sección se analiza la altura de escurrimiento de la onda rodante con el fin de entender el comportamiento dinámico de ellas. Las ecuaciones a desarrollar emplean aproximaciones de capa límite y están basadas en análisis de perturbaciones. En particular, se supone que la altura del flujo es pequeña en comparación con el largo del canal en la dirección de aguas abajo y que los cambios en el perfil de velocidad a lo largo de su escurrimiento son despreciables en comparación con los cambios normales al plano del escurrimiento (aproximación tipo capa límite) [29].

Se considera un flujo completamente desarrollado en un plano inclinado con un ángulo θ con respecto a la horizontal, tal como se indica en la Figura 2.2.

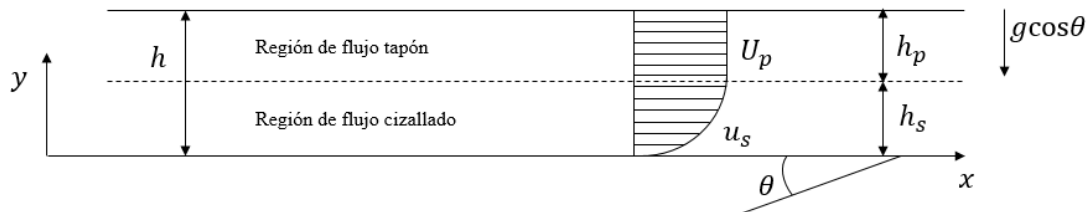


Figura 2.2 Descripción y modelo de una onda rodante.

Tal como se mencionó anteriormente el flujo es dividido en dos zonas. La zona superior configura un flujo de tipo tapón y tiene una velocidad $u = U_p$ para $h_s \leq y \leq h_s + h_p$. Por otro lado. La zona inferior (cizallada) tiene una velocidad u que varía desde 0 hasta U_p con altura de 0 hasta h_s respectivamente. Aquí h_s y h_p son las alturas de las regiones cizallada y tapón, respectivamente; y h es la altura total del flujo, donde $h = h_s + h_p$. El modelo utilizado para resolver el problema es el de Bingham, dado por la Ec. (21). Cabe destacar que algunos autores señalan que el mejor modelo reológico que se ajusta a la mezcla de bentonita-agua es el modelo de Herschel-Bulkley

([34], [35]) debido a diversos experimentos que se han realizado con este tipo de mezclas. Sin duda, esto depende del experimento realizado y el valor de la tasa de deformación en cuestión.

Desarrollando la ecuación permanente de movimiento para un plástico de Bingham en la dirección vertical se tiene que la velocidad media sobre toda la altura del flujo es

$$U = U_p \left(1 - \frac{h_s}{h} \right) \quad (23)$$

$$\text{Con } U_p = \frac{\rho g h_s^2 \sin(\theta)}{2\mu} .$$

Sin embargo la velocidad varía tanto en la dirección de escurrimiento como en el tiempo. Las ecuaciones que gobiernan el flujo son la de momentum y continuidad bajo la aproximación de capa límite, están descritas a continuación:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \sin(\theta) + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (24)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (25)$$

donde u y v son las componentes de la velocidad en la dirección x e y respectivamente y τ el esfuerzo de corte. Además se puede asumir que la presión p es hidrostática. Se debe considerar que $h_s = h_s(x, y, t)$ y $h_p = h_p(x, y, t)$. El perfil de velocidad es usado para obtener la altura de la ecuación integral de momentum y continuidad. Luego siguiendo el método de Von Kármán las ecuaciones que se obtienen son las siguientes

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(U_p h - \frac{U_p h_s}{3} \right) = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{2U_p h_s}{3} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{8U_p^2 h_s}{15} \right) - U_p \left[\frac{\partial h_s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2U_p h_s}{3} \right) \right] = g h_s \left(\sin(\theta) - \frac{\partial h}{\partial x} \cos(\theta) \right) - \frac{2\mu U_p}{\rho h_s}$$

$$0 \leq y \leq h_s \quad (27)$$

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U_p^2}{2} + g h \cos(\theta) \right) = g \sin(\theta) - \frac{\tau_0 \operatorname{sgn}(U_p)}{\rho(h - h_s)}$$

$$h_s \leq y \leq h \quad (28)$$

$$\tau_b = \rho \left\{ gh \left(\sin(\theta) - \frac{\partial h}{\partial x} \cos(\theta) \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{2U_p h_s}{3} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{8U_p^2 h_s}{15} \right) + \dots \right\}$$

$$\left\{ \dots + U_p \left[\frac{\partial h_s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2U_p h_s}{3} \right) \right] - (h - h_s) \left[\frac{\partial U_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U_p^2}{2} \right) \right] \right\}$$

$$0 \leq y \leq h \quad (29)$$

Las Ecs. (26), (27), (28) y (29) constituyen la descripción del flujo fino y laminar de Bingham. Tal como se puede apreciar, es altamente complejo encontrar una solución a estas ecuaciones para hallar la altura de escurrimiento. X. Huang y M. García [29] proponen un modelo perturbatorio para la solución. Este trabajo no se enfoca en encontrar dichas soluciones, sin embargo es interesante poder describir empíricamente el comportamiento instantáneo de h , más precisamente la altura máxima h_{\max} , ya que esto permitiría tener una noción de la altura del flujo evitando su derrame en el canal de descarga sin realizar alguna medición en concreto. Este parámetro se puede obtener a través de una modificación de la solución para una descarga de un fluido newtoniano, donde se tiene lo siguiente

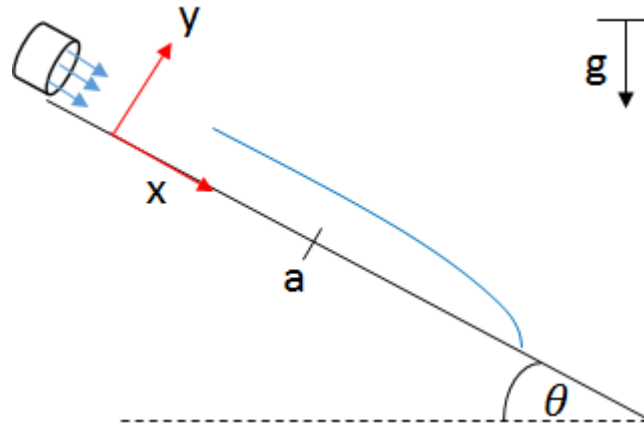


Figura 2.3. Geometría para determinar la altura de escurrimiento de un fluido tipo plástico de Bingham.

Considerando un flujo permanente e incompresible se tiene que la solución de la velocidad para la descarga de la Figura 2.3 usando la ecuación de Navier-Stokes es:

$$v = -\frac{g\rho \sin \theta}{2\mu} y^2 + \frac{y}{\mu} g\rho h \sin \theta$$

donde h es la altura del flujo cuando éste está completamente desarrollado. Asumiendo que la masa se conserva en el sistema se tiene que

$$Q = \bar{v}ha$$

siendo a el ancho del canal.

Considerando la velocidad media de descarga, se tiene que

$$\bar{v} = \frac{\int_0^h \int_0^a v dy dz}{\int_0^h \int_0^a dy dz} = \frac{1}{h} \int_0^h v dy$$

Resolviendo la integral se tiene que

$$\bar{v} = \frac{h^2 \rho g \sin \theta}{3\mu}$$

Luego se tiene que el caudal es

$$Q = \frac{h^2 \rho g \sin \theta}{3\mu} ha \quad (30)$$

Despejando la altura de escurrimiento se tiene que

$$h = \left(\frac{3\mu Q}{a\rho g \sin \theta} \right)^{1/3} \quad (31)$$

La Ec. (30) no considera la formación de una onda rodante y tampoco un fluido no newtoniano. Luego la Ec. (31) puede ser ajustada de la siguiente manera para obtener la altura máxima de escurrimiento de la onda de este nuevo fluido, donde se aproxima $\mu \rightarrow K_B$ y $\rho \rightarrow \rho_m$.

$$h_{\max} = C \left(\frac{3K_B Q}{a\rho_m g \sin \theta} \right)^{1/3} \quad (32)$$

Donde C es una constante a determinar y se ajusta de acuerdo a las mediciones realizadas. Se destaca que la concentración de la mezcla está descrita de manera implícita en la Ec. (32), ésta se refleja en su valor de densidad y viscosidad. Cabe señalar que existe un ancho máximo del canal que corresponde al ancho máximo que se puede alcanzar en la descarga del fluido no confinado.

Como se puede ver de la Ec. (32) la función que describe la altura máxima de la onda es:

$$h_{\max} = h_{\max}(a, \rho_m, g \sin \theta, K_B, Q)$$

donde todos los parámetros anteriores pueden ser medidos.

Capítulo 3

3. Desarrollo experimental

3.1. Montaje experimental

Una parte importante de este trabajo se enfatizó en el montaje experimental y los protocolos llevados a cabo en la realización de las mezclas y la posterior toma de fotografías de las ondas rodantes que se generan en la descarga del flujo. A continuación se representa una esquematización donde fueron llevados a cabo los experimentos en el laboratorio de Hidráulica del Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

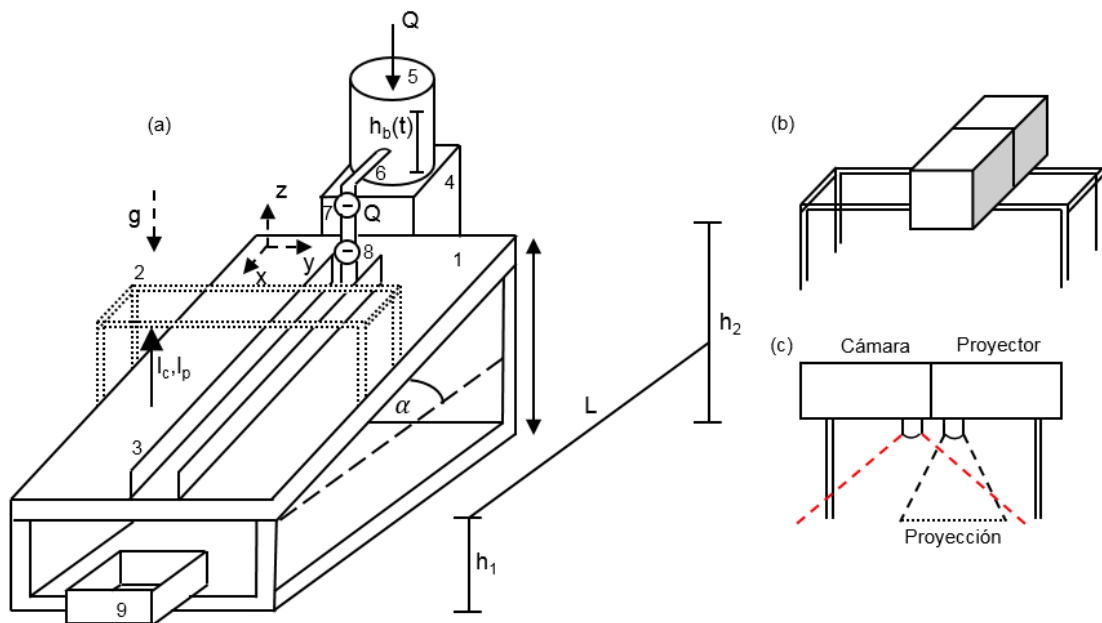


Figura 3.1 (a) Montaje experimental realizado en el laboratorio de hidráulica del departamento de ingeniería civil de la Universidad de Chile, (b) Riel móvil para sostener los objetos ópticos y (c) Vista lateral del proyector y la cámara.

El experimento fue llevado a cabo con los materiales que se indican a continuación

- Melamina
- Policarbonato
- Tubos PVC

- Acrílico
- Agorex
- Silicona
- Baldes y recipientes
- Válvulas de paso

De acuerdo a la Figura 3.1a se tiene que (1) representa la base-soporte del canal con medidas $208,6 \times 120 \times 3 \text{ cm}^3$ hecho de melamina, con una rugosidad suficientemente baja para permitir flujo uniforme (con presencia de ondas rodantes), e impermeable al fluido. Sobre la estructura metálica mostrada en (2) se posicionaron una cámara Nikon modelo D3200, para la captura instantánea del paso de las ondas, y un proyector marca BENQ modelo MS517F que presenta un patrón de puntos aleatorios sobre el fluido, permitiendo la utilización de la técnica de correlación de imágenes descrita en la sección anterior (Figura 3.1c). En la Figura 3.1b se muestra el riel móvil donde va el proyector y la cámara, cabe destacar que éstas siempre se mantienen a una distancia perpendicular hacia el canal.

Sobre la base (1) se colocó un canal de dimensiones $190 \times 15 \times 1,7 \text{ cm}^3$, también de melamina. En sus bordes laterales se pegaron con Agorex dos paredes de policarbonato de 5 cm de alto cuya función es contener la descarga del fluido y permitir la grabación lateral del perfil del escurrimiento de las ondas rodantes empleando una cámara digital marca Sony modelo DSC-WX300, posicionada perpendicularmente a la pared transparente a una distancia de 40 cm, tal como se indica en la Figura 3.3. Cabe destacar que esta grabación lateral permitió validar, mediante una comparación, la técnica experimental propuesta. Las imágenes obtenidas se convirtieron a escala de grises, cuyo rango se encuentra entre 0 y 1, y se realizó una detección de bordes en Matlab. A partir de ellas se encontró en la interface del fluido el valor de 0,4.

Por otro lado, (4) es una base de madera que sostiene el estanque de acrílico (5) de 19 cm de diámetro y 40 cm de altura, con una capacidad de 12 litros, donde se vertió el fluido hasta una altura de 22 cm. Mediante los tubos de PVC pegados con silicona por debajo del estanque, como se indica en (6), se hizo fluir la mezcla hasta el canal (3). En estos tubos existen dos válvulas, tal como se muestra en la Figura 3.2, que cierran o permiten el paso del fluido. La válvula (7) controla el caudal de salida de la mezcla y la (8) se utilizó para iniciar o detener la descarga sin variar el caudal en cuestión. Finalmente el fluido es recuperado en el receptáculo (9) y se reinicia todo el proceso descrito.

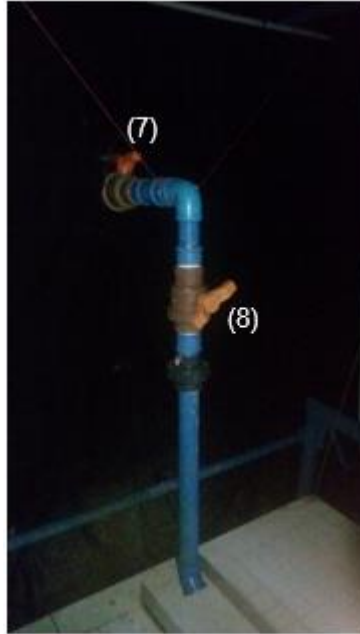


Figura 3.2 Control de válvulas para el paso del fluido desde el estanque hacia el canal

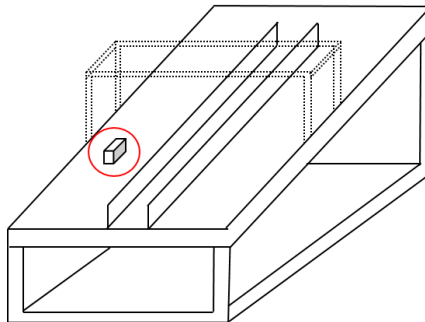


Figura 3.3 El círculo de color rojo indica la cámara lateral que registra un video del escurrimiento del fluido.

Cabe destacar que toda la estructura y el montaje experimental fueron aislados de la luz usando una estructura metálica externa con una doble capa de tela de color negro para así evitar posibles filtraciones de luz que interfirieran en la toma de fotografías y perjudicaran su posterior análisis.

3.1.1. Dispositivos de medición

Tal como se mencionó anteriormente, el riel móvil presente en el canal permitió la fijación de la cámara y el proyector. La función del proyector es generar un patrón de puntos aleatorios a partir

de un algoritmo realizado en el software científico Matlab. Este patrón de puntos (también llamado *patrón de speckle* o *speckle pattern*) debe ser evaluado considerando el tamaño de estos, su aleatoriedad y su intensidad. Se consideró que la proyección quedara contenida mayormente en la zona de estudio. La limitación de esto es que el riel sólo cuenta con zonas discretas de variación en su altura por lo que se probó cada una de ellas hasta llegar al criterio antes mencionado. Por otro lado, en forma paralela al proyector y justo delante de él, está la cámara Nikon D3200 que capturó las imágenes en formato .JPG de las ondas que escurren aguas abajo por el canal. En la Figura 3.4 se indica la colocación del proyector y la cámara sobre el riel. Cabe destacar que ambas estaban dentro de la misma caja para poder disminuir las distancias de sus lentes (12 cm).



Figura 3.4 Caja de madera que contiene al proyector y la cámara. Ésta contiene ranuras para poder manipular los botones de ambos dispositivos.

La función que cumple el patrón de puntos es utilizar la técnica de correlación de imágenes digitales (DIC). Para esto se necesitó una foto de muestra o de referencia que fue tomada inmediatamente después de formarse las ondas rodantes (se toma una foto para cada mezcla), y las imágenes deformadas, que fueron tomadas al paso de cada onda rodante que escurre aguas abajo por el canal. Posteriormente a través de una interfaz gráfica (GUI) de Matlab llamada *NCORR* se pudo realizar el análisis de estas imágenes y obtener los campos de desplazamientos para cada onda registrada. El coeficiente de correlación fue mayor que 0,96 para todos los casos trabajados.

Cabe destacar que algunos investigadores ([36], [37]) han demostrado que la sensibilidad de la correlación digital de imágenes usando speckles es superior a 0,05 pixeles. Para el presente trabajo se tiene que 1 pixel equivale aproximadamente a 8×10^{-3} cm, por lo que la sensibilidad

asociada a 0,05 pixeles es de 4 μm . Este valor indica la distancia mínima que puede ser medida usando la técnica propuesta, y depende de la resolución con que se capturen las imágenes.

3.2. Metodología

3.2.1. Actividades previas

Antes de iniciar la descarga del fluido en el canal, es indispensable preparar la mezcla de agua y bentonita. Primero se pesaron las cantidades adecuadas de bentonita para luego ser depositadas en un recipiente con 15 kilos de agua. Las concentraciones que fueron consideradas en peso fueron 9, 11 y 13%. Los pesos de bentonita utilizados en cada caso se indican en la Tabla 3.1

Tabla 3.1 Peso de bentonita utilizado en cada concentración.

Concentración (p/p)	Peso bentonita (kg)
9%	1.48
11%	1.85
13%	2.24

La mezcla fue revuelta manualmente durante 30 minutos y luego se dejó reposar durante 15 minutos para que la arcilla y el agua se estabilizaran. Posteriormente la mezcla se vertió en el estanque de acrílico para dar inicio a la descarga.

El proyector y la cámara fotográfica fueron posicionados en el riel a una altura de 65 cm respecto del canal para enfocarlo perpendicularmente y con ello proyectar el patrón sobre el fluido y capturar las imágenes para su posterior análisis. Además, una cámara de video fue colocada lateralmente con el objetivo de grabar el perfil del fluido mientras escurre.

Por su parte, el canal fue limpiado y secado completamente para evitar humedad y restos de otros fluidos que pudieran alterar el flujo de la mezcla. Además, éste se inclinó de tal forma de formar un ángulo de 7° respecto a la horizontal. Luego de ello, la mezcla se liberó hacia el canal mediante el tubo de PVC de descarga para posteriormente ser recuperado completamente haciendo uso del recipiente recolector.

Inmediatamente iniciada la descarga del fluido se midió el caudal del flujo, abriendo su válvula 15° y 30°, teniéndose dos casos por mezcla. El caudal se calculó mediante la variación de la altura del fluido en el estanque de carga en función del paso del tiempo. Para ello el estanque fue

graduado en la escala de centímetros y mediante una cámara de video se obtuvo la variación de la altura de bajada del fluido. Así el caudal es calculado como la razón del cambio de altura multiplicada por el área transversal del estanque de carga.

3.2.2. Proceso de medición

Momentos antes de iniciar la descarga de la mezcla, se inició la grabación con la cámara de video. Luego la válvula de paso se abrió completamente para iniciar el flujo, siendo controlado su caudal mediante la válvula siguiente. Se esperaron 5 segundos para acabar el periodo transiente e iniciar el régimen permanente, momento en el cual se procede a capturar las imágenes de las diferentes ondas generadas mediante la cámara fotográfica.

En resumen, la matriz de experimentos realizados en este trabajo fue la siguiente: Se realizaron 3 mezclas de bentonita en agua a concentraciones en peso de 9, 11 y 13%. Para cada una de ellas, en su descarga se varió 2 veces el ángulo de apertura de la válvula para obtener 2 caudales distintos. Luego para cada caudal se realizaron 3 casos donde cada uno presentó 8 tomas fotográficas en distintos días. En total se realizaron 144 experimentos con el fin de validar la técnica experimental.

3.2.3. Actividades finales

Al terminar las mediciones se procedió a depositar el fluido contenido en el balde de la mezcla respectiva. El canal, el estanque de carga y los tubos PVC fueron limpiados completamente con agua y secados para su posterior uso. La cámara fotográfica, de video y el proyector fueron apagados y guardados en sus respectivas fundas.

3.2.4. Manejo de GUI de MATLAB

El procesamiento de las imágenes digitales se basa en una función correlación que depende de las variables de desplazamiento de los puntos del patrón antes y después de la deformación del objeto de estudio. Esta función es explicada en la Ec. (16), sin embargo los objetivos de este trabajo escapan de la programación del algoritmo. Por este motivo se trabajó con una GUI en Matlab llamada Ncorr v1.2 [38] que se basa en la resolución del algoritmo de la Ec. (16) y entrega como resultado los campos de desplazamiento en el plano x e y , y las deformaciones E_{xx} , E_{yy} y

E_{xy} . Esta GUI fue publicada a mitad del año 2014 y actualmente cuenta ya con una publicación de validación, una de verificación, 6 citas y presentada en 3 congresos internacionales [39]. Su interfaz se presenta en la siguiente la Figura 3.5.

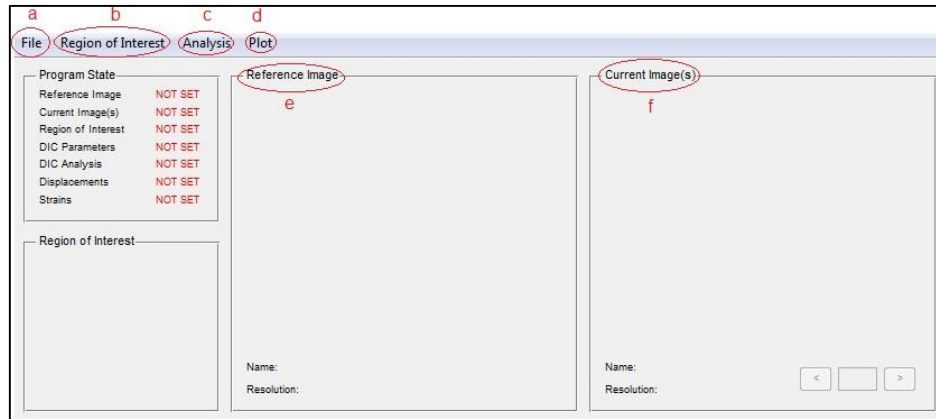


Figura 3.5 Interfaz gráfica del software open-source de Matlab.

De la Figura 3.5 se tiene que

(a) indica la selección de las imágenes que se deben trabajar y analizar (mostrada en la Figura 3.6a) tanto la de referencia como las deformadas y admiten formatos jpg, bmp y tiff. (b) indica la selección de la región de interés (mostrada en la Figura 3.6b), esta puede ser dibujada en la misma interfaz o cargada como imagen en blanco y negro, donde el blanco indica la zona de estudio. (c) indica la selección de los parámetros de estudio (mostrada en la Figura 3.6c). Dentro de ella se debe elegir el tamaño de la región a analizar y el espacio en que se realiza cada correlación, es decir, determina la resolución del cálculo estando determinado por la capacidad computacional. También se debe seleccionar donde se comienza el proceso iterativo el cual depende del número de núcleos computacionales que se trabajen. (d) permite graficar los resultados del campo de desplazamiento y deformación calculado (mostrado en la Figura 3.5d). (e) Muestra la imagen de referencia utilizada y (f) indica las imágenes deformadas (Figura 3.5 y Figura 3.5f).

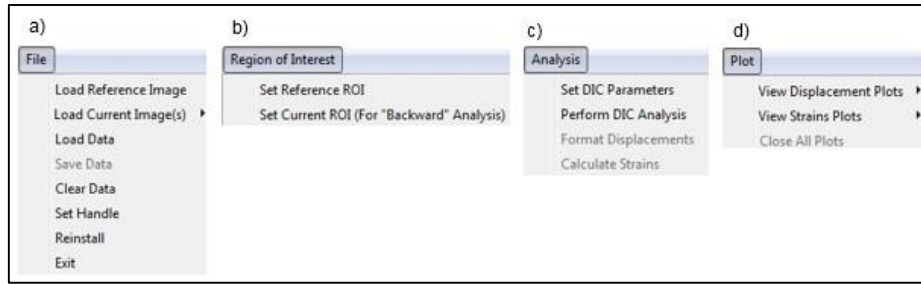


Figura 3.6 Opciones de la interfaz gráfica de la GUI de Matlab. (a), (b), (c) y (d) son sus opciones de control.

La rapidez del proceso iterativo depende del número de imágenes seleccionadas y de las capacidades computacionales.

3.2.5. Uso del reómetro para la medición de las propiedades del fluido

Otro aspecto importante en el presente trabajo fue obtener un modelo empírico de la altura máxima de las ondas rodantes que escurren en un canal confinado. De acuerdo a los parámetros de la Ec. (32) se debe conocer el valor de la viscosidad del fluido y su esfuerzo de fluencia de acuerdo al modelo reológico de plástico de Bingham. Primero que todo se verificó que el fluido en estudio esté dentro de este modelo, para ello se estimó una cota mínima de su tasa de deformación de acuerdo a la aproximación $\dot{\gamma} \sim U/h$. La velocidad instantánea U se obtuvo analizando la grabación lateral del escurrimiento del fluido. Ésta se midió a partir de la distancia que recorre el peak de una onda en una cierta cantidad de tiempo. La distancia obtenida es en unidades de píxeles y su transformación a centímetros es conocida gracias a que cada captura lateral presenta una escala de 1 cm, la que permitió obtener su equivalencia en un procesamiento de imágenes en el software Matlab. Este procedimiento se realizó para 12 ondas en cada caso, donde finalmente se obtuvo el promedio de velocidades de todas ellas.

Una vez que se verificó el valor aproximado de la cota mínima de la tasa de deformación se obtuvieron las curvas reológicas de los fluidos en estudio. Para ello se ocupó el reómetro presentado de la Figura 3.7 de la industria Anton Paar, modelo Rheolab QC.



Figura 3.7 Reómetro utilizado para la medición de las propiedades del fluido no newtoniano presente en el laboratorio de pirometalurgia del Departamento de Ingeniería en Minas de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

Dentro del contenedor de color negro presente en la Figura 3.7 se encuentra la muestra en estudio la cual fue analizada mediante el software RheoPlus. Para la medición se escogió una variación de la tasa de deformación desde 1 s^{-1} hasta 150 s^{-1} en un lapso de 5 minutos midiendo 150 puntos, es decir, cada 2 segundos. A partir de las curvas obtenidas se ajustó un modelo reológico y se conoció el valor de la viscosidad y el esfuerzo de fluencia para cada fluido utilizado.

Capítulo 4

4. Análisis y resultados

4.1. Elección óptima del patrón de puntos

Según lo revisado en la sección 1.7 se han obtenido diversos patrones de acuerdo a los gráficos de error de la Figura 1.6 y Figura 1.7, de ellos se escogieron 2 puntos de equilibrio que ponderan el menor error experimental. En cada uno se realiza una variación de 3 ventanas de interrogación para posteriormente escoger el mejor de ellos. A continuación se presentan los dos casos simulados en Matlab mediante una función aleatoria ya implementada en Matlab.

- Caso 1. Los parámetros definidos son: un radio de speckle de 4 pixeles, cantidad de 10 speckle por ventana (N). Con lo anterior los resultados fueron los siguientes

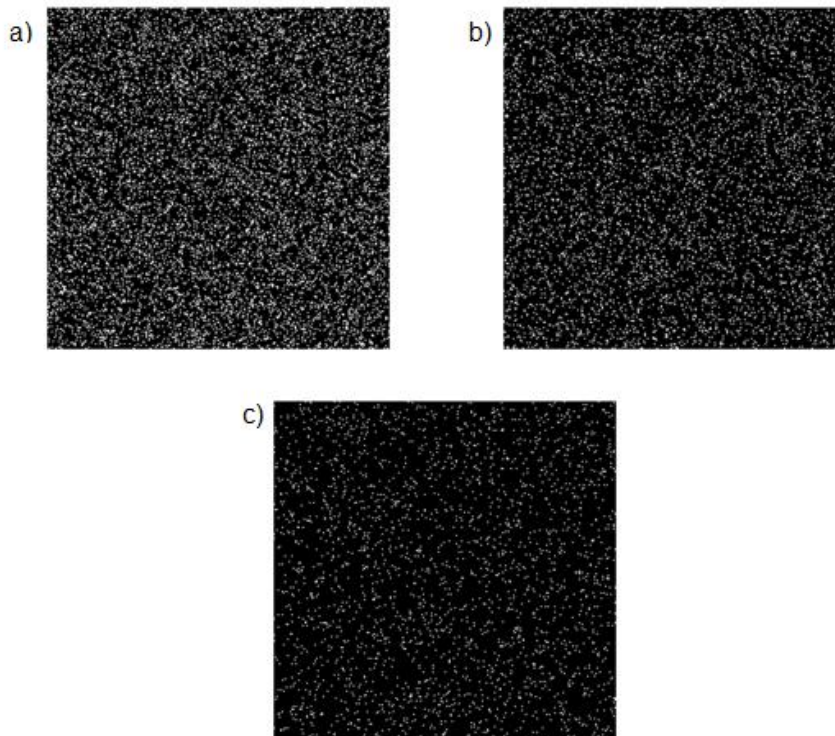


Figura 4.1 Patrones de puntos generados en Matlab. a) Ventana de interrogación de 32 x 32 pixeles con $\zeta = 0,156$ b) Ventana de interrogación de 42 x 42 pixeles con $\zeta = 0,0907$ y c) Ventana de interrogación de 64 x 64 pixeles con $\zeta = 0,0390$.

- Caso 2. Los parámetros definidos son: un radio de speckle de 5 píxeles, cantidad de 12 speckle por ventana (N). Con lo anterior los resultados fueron los siguientes

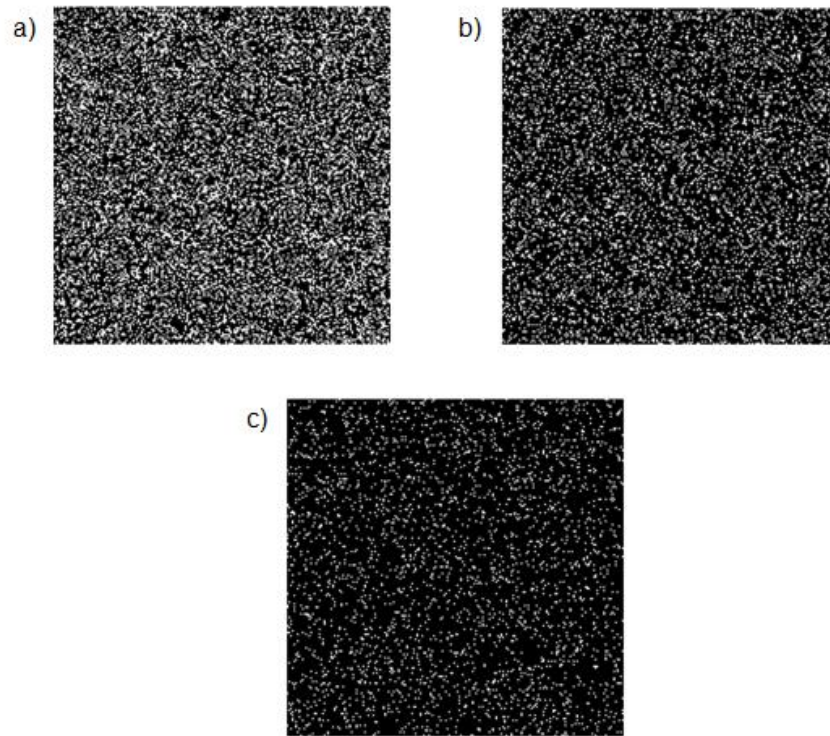


Figura 4.2 Patrones de puntos generados en Matlab. a) Ventana de interrogación de 32 x 32 píxeles con $\zeta = 0,293$, b) Ventana de interrogación de 42 x 42 píxeles con $\zeta = 0,170$ y c) Ventana de interrogación de 64 x 64 píxeles con $\zeta = 0,073$.

Es fácil ver que en la Figura 4.1 y Figura 4.2 mientras mayor área tiene la ventana de interrogación entonces menor es la densidad de puntos en ella. Al tener una baja densidad de puntos se gana rapidez computacional, sin embargo se pierde resolución aumentando el error en la interpolación en el espacio.

Usando el criterio del gradiente de intensidad medio dado por la Ec. (18) se obtienen los siguientes resultados

Tabla 4.1 Cálculos de los gradientes de intensidad medio para cada patrón simulado.

Gradiente de intensidad medio	a)	b)	c)
Caso 1	66,45	76,99	36,83
Caso 2	52,45	70,81	44,25

Como se aprecia en la Tabla 4.1 el mayor gradiente de intensidad medio lo presenta el caso 1b), donde la ventana de interrogación es de 42 x 42 píxeles. Este patrón es el utilizado como proyección para el uso de la técnica DIC. Siguiendo la Ec. (17), el patrón proyectado tiene un 9,07% de motas, que representa el espacio ocupado por los puntos blancos en la ventana de interrogación de dimensiones 42 x 42 píxeles. Además el área de cada punto es de 11 píxeles con un diámetro asociado de 4 píxeles aproximadamente.

Por otro lado se debe cumplir el teorema de Nyquist descrito en la Ec. (1) ya que de no ser así entonces las imágenes analizadas a través de la proyección de puntos pueden verse afectada por el aliasing. Según lo revisado en la sección 1.3 la solución antialiasing es aumentar la cantidad de píxeles de la cámara que capta los patrones, para ellos se usó un resolución de 6016 x 4000 píxeles donde la cantidad de píxeles por puntos es mucho mayor que 10, sin embargo el análisis en Matlab debió ser desarrollado con una resolución de 752 x 500 píxeles por imagen, de lo contrario aumentaba drásticamente el tiempo de cálculo computacional. Considerando esta resolución, la cantidad de píxeles por puntos sigue siendo mucho mayor que 1.

4.2. Cálculo de caudales

Si el caudal de descarga del estanque hacia el canal es constante entonces podría considerarse un estado estacionario del flujo debido a que el canal tiene un ángulo de inclinación pequeño. Esto se traduce en asumir que la altura de la onda se mantiene aproximadamente constante desde el inicio de la descarga hasta la caída en el receptáculo. Considerando lo anterior, se puede dar paso al modelo empírico que predice la altura máxima de la onda rodante para cada concentración, dependiendo de su variación en los experimentos realizados.

Los caudales se obtienen a partir de la ecuación de continuidad, $Q = v \cdot A$, donde v es la velocidad de descenso del fluido en el estanque y A el área del estanque. Por otro lado se tiene que $v \approx \dot{h}$ por lo que $Q = \dot{h} \cdot A$. Luego si \dot{h} es constante entonces el caudal también lo es.

Los gráficos de las Figura 4.3a, Figura 4.3b y Figura 4.3c indican las distintas concentraciones y sus dos respectivos caudales, es decir, una variación de dos ángulos de apertura de la válvula de descarga, donde los valores geométricos del estanque son $D = 29,0 \pm 0,1$ cm (diámetro) y $A = 660,5 \pm 0,7$ cm² (área transversal).

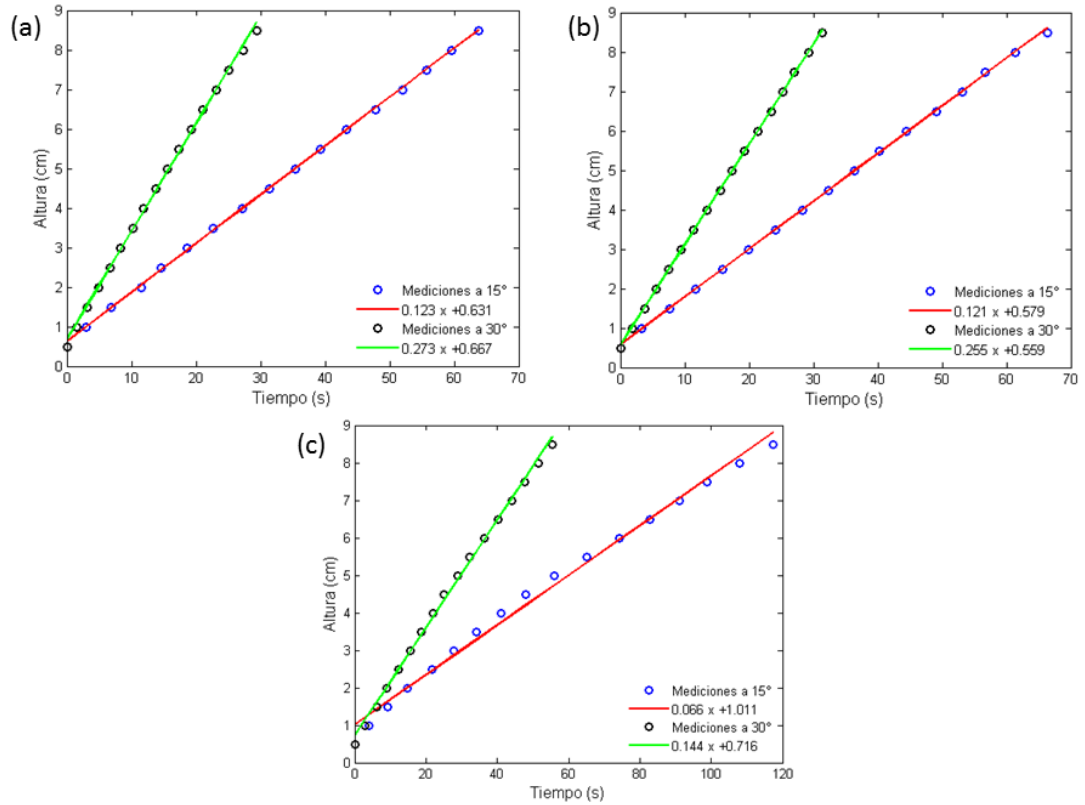


Figura 4.3 Variación de la altura del fluido en función del tiempo para las concentraciones: (a) 9%, (b) 11% y (c) 13% de bentonita en agua.

Los resultados de las velocidades y caudales determinados a partir de las ecuaciones de ajuste de la Figura 4.3 se indican en la Tabla 4.2

Tabla 4.2 Velocidad y caudal para la mezcla del 9, 11 y 13%

(°) de apertura	[C] = 9%		[C] = 11%		[C] = 13%	
	\dot{h} (cm/s)	Q (cm ³ /s)	\dot{h} (cm/s)	Q (cm ³ /s)	\dot{h} (cm/s)	Q (cm ³ /s)
15	$0,120 \pm 0,002$	$79,3 \pm 1,7$	$0,120 \pm 0,002$	$79,3 \pm 1,7$	$0,070 \pm 0,001$	$46,2 \pm 0,2$
30	$0,270 \pm 0,005$	$178,3 \pm 1,9$	$0,260 \pm 0,005$	$171,7 \pm 1,9$	$0,140 \pm 0,003$	$92,5 \pm 2,2$

Se puede apreciar que en las Figura 4.3a. Figura 4.3b y Figura 4.3c la velocidad del fluido se aproxima a la pendiente de la curva, además en los ángulos de apertura de la válvula de descarga se aprecia un comportamiento prácticamente lineal. Los resultados de los caudales se presentan en la Tabla 4.2. Estos caudales del fluido tienen una tendencia constante a lo largo de toda la descarga ya que éste fluye desde un contenedor de grandes dimensiones hacia una tubería de dimensiones menores, por lo que se provoca un cuasi-equilibrio del sistema en el tiempo.

4.3. Aproximación de la tasa mínima de deformación

Tener una escala del valor de la tasa de deformación es importante al momento de ajustar un modelo reológico ya que a partir de esto se puede definir el modelo constitutivo a utilizar, permitiendo obtener su viscosidad efectiva y su esfuerzo de fluencia. Tal como se mencionó en la sección 3.2.5, se obtuvo una medida directa de la tasa de deformación aproximando la velocidad que lleva el peak de una onda en particular. A continuación se muestran las tasas calculadas para los tres casos de concentración utilizada

- Caso 1. Concentración al 9% para los caudales $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$ y $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$

Se analizaron los doce peaks de ondas a través de un procesamiento digital en Matlab. En primer lugar se analiza para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$ donde la Figura 4.4a y Figura 4.4b indican la imagen extraída de la captura lateral del escurrimiento de la onda al lado izquierdo y derecho respectivamente, luego como se muestra en la Figura 4.5 las capturas laterales se convirtieron a una escala de grises filtrando el ruido y detallando la interface del flujo. Finalmente, como se ve en la Figura 4.6a y Figura 4.6b, se encontró el mismo valor RGB de 0,337 para el frente onda al lado izquierdo y al derecho de la captura de la onda, junto con sus respectivas coordenadas en pixeles. En la Figura 4.4a se pueden apreciar dos círculos que indican líneas horizontales, su función es graduar una distancia de 1 cm entre ellas. Digitalmente esta distancia mide 89 pixeles, luego por una regla de tres se obtiene la equivalencia en cm para la distancia recorrida por cada onda.

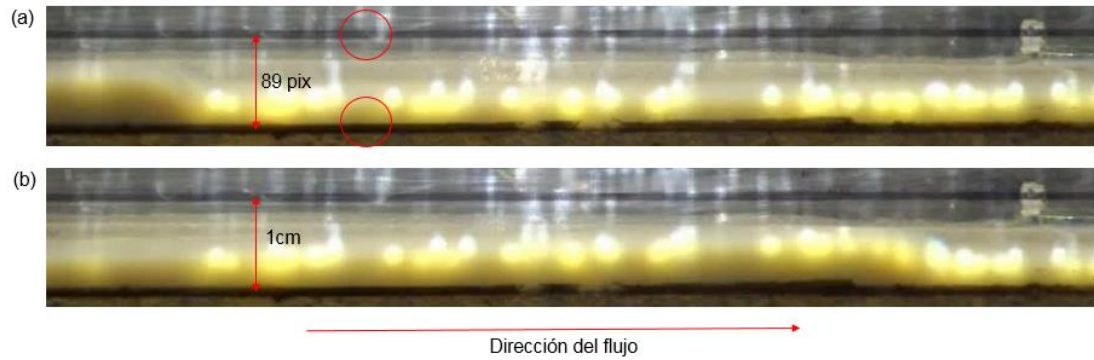


Figura 4.4 Captura lateral del flujo. (a) Indica cuando la onda pasa por la izquierda de la cámara y (b) Indica cuando la onda pasa por la derecha de la cámara.

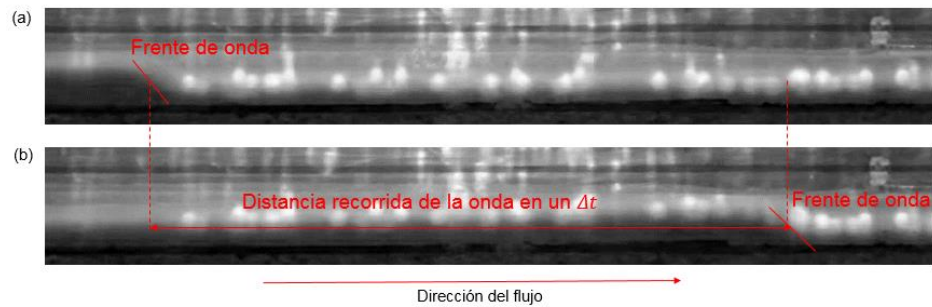


Figura 4.5 Imagen convertida a escala de grises con un filtro de ruido y detección de bordes en Matlab. (a) Indica cuando la onda pasa por la izquierda de la cámara y (b) Indica cuando la onda pasa por la derecha de la cámara.

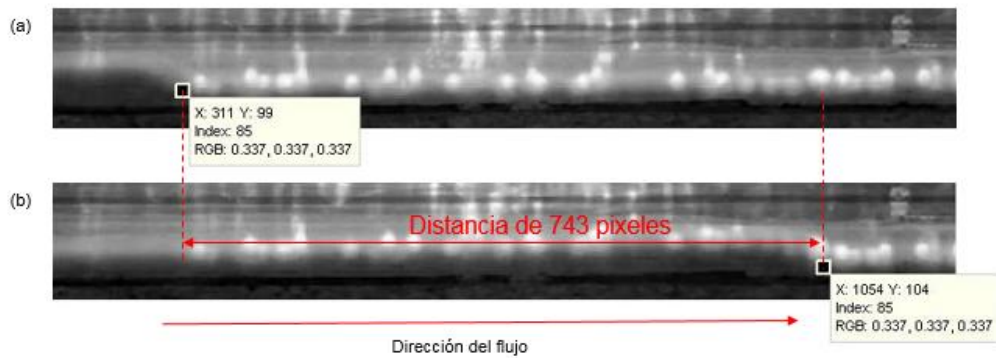


Figura 4.6 Captura lateral para caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. (a) Obtención de coordenadas cuando la onda está en lado izquierdo y (b) coordenadas cuando la onda está en el lado derecho.

Tabla 4.3 Velocidad de las ondas para el primer caudal a una concentración del 9%

N° de onda	Distancia (pix)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad (cm/s)
1	793	8,91	0,20	44,55
2	867	9,74	0,20	48,71
3	795	8,93	0,16	55,83
4	782	8,79	0,20	43,93
5	766	8,61	0,16	53,79
6	698	7,84	0,12	65,36
7	791	8,89	0,20	44,44
8	705	7,92	0,16	49,51
9	934	10,49	0,24	43,73
10	795	8,93	0,20	44,66
11	742	8,34	0,15	52,11
12	784	8,81	0,16	55,06

Llevado a cabo el procedimiento anterior para 12 pares de capturas se obtiene la Tabla 4.3 que indica la velocidad de cada onda para la concentración del 9%.

De la Tabla 4.3 se tiene que la velocidad promedio es $\bar{v} = 50,14$ cm/s. Luego para estimar una escala en la tasa de deformación del flujo se tiene que $\dot{\gamma} \sim \frac{\bar{v}}{h}$, donde \bar{v} es la velocidad promedio de las ondas y h la altura de escurrimiento. Este último valor se estima del orden de 0,5 cm, que es lo que se observa en la Figura 4.6a. Con esta información se obtiene que la tasa de deformación es del orden de los 100 s^{-1} .

Siguiendo el mismo procedimiento para el caudal de $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$, la Figura 4.7 muestra la distancia medida en pixeles que recorre una onda a lo largo del campo de visión de la cámara lateral

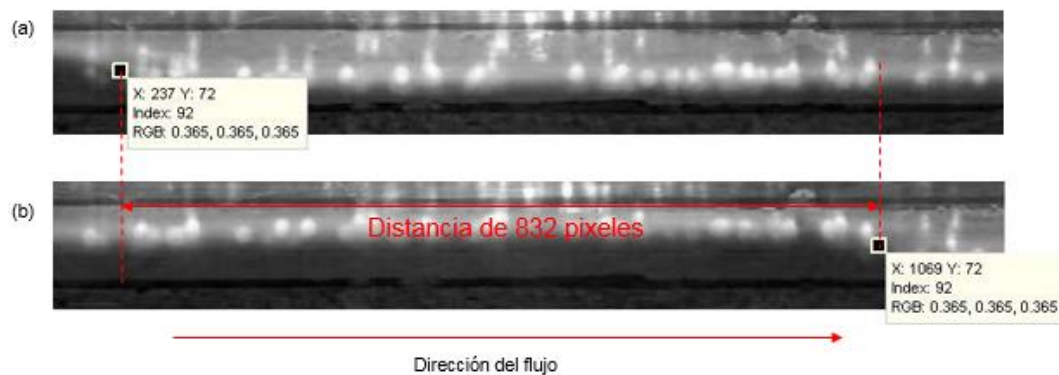


Figura 4.7 Captura lateral para caudal $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ (a) Obtención de coordenadas cuando la onda entra al campo de la cámara y (b) coordenadas cuando la onda sale del campo de la cámara.

A partir del análisis anterior se tienen los resultados indicados en la Tabla 4.4 para cada una de las 12 fotografías, donde se muestra la distancia recorrida por cada onda con sus respectivas velocidades

De la Tabla 4.4 se tiene que $\bar{v} = 93,39$, considerando la misma escala de escurrimiento se tiene que la escala de la tasa de deformación es del orden de 200 s^{-1} .

Tabla 4.4 Velocidad de las ondas para el segundo caudal a una concentración del 9%

N° de onda	Distancia (pix)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad (cm/s)
1	792	9,00	0,06	144,50
2	787	8,94	0,09	95,02
3	773	8,78	0,09	93,33
4	734	8,34	0,12	70,90
5	782	8,89	0,09	94,42
6	574	6,52	0,07	92,41
7	693	7,88	0,09	83,67
8	915	10,40	0,14	76,85
9	820	9,32	0,09	99,01
10	637	7,24	0,09	76,91
11	906	10,30	0,12	87,51
12	879	9,99	0,09	106,13

- Caso 2. Concentración al 11% para los caudales $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$ y $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$

Para este caso también se analizaron los doce peaks de ondas a través de un procesamiento digital en Matlab. En primer lugar se analiza para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$ de la misma manera que se realizó para el Caso 1 de esta misma sección. Los resultados obtenidos para una onda que pasa de izquierda a derecha se muestran en la Figura 4.8a y Figura 4.8b respectivamente, donde se aprecia un incremento en su altura de escurrimiento comparada con la concentración del 9%. Luego en la Figura 4.9a y Figura 4.9b se muestra la distancia en pixeles que recorre la onda indicado por el parámetro x de la figura.

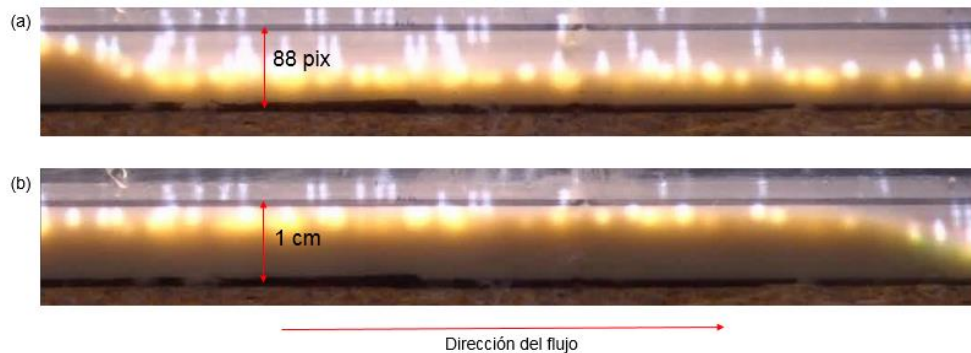


Figura 4.8 Captura lateral del flujo. (a) Indica cuando la onda pasa por la izquierda de la cámara y (b) Indica cuando la onda pasa por la derecha de la cámara

A partir de este análisis se tienen los resultados expresados en la Tabla 4.5 para los 12 casos

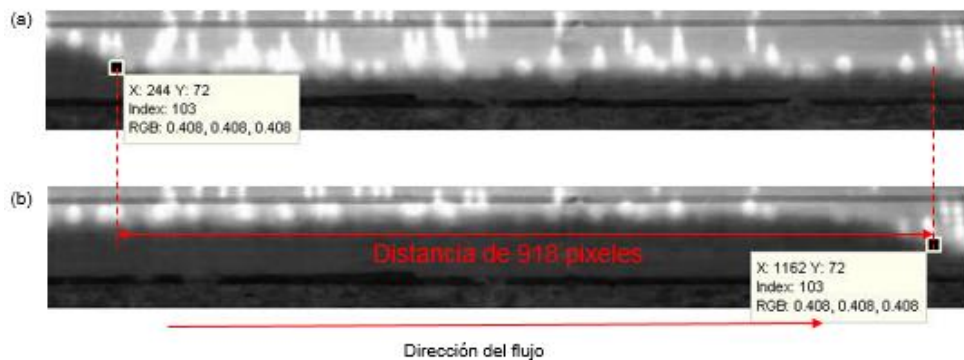


Figura 4.9 Captura lateral para caudal $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ a una concentración del 11% (a) Obtención de coordenadas cuando la onda entra al campo de la cámara y (b) coordenadas cuando la onda sale del campo de la cámara.

Tabla 4.5 Velocidad de las ondas para el primer caudal a una concentración del 11%

N° de onda	Distancia (pix)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad (cm/s)
1	918	10,43	0,24	43,47
2	895	10,17	0,24	42,38
3	798	9,07	0,20	45,34
4	795	9,03	0,20	45,17
5	945	10,74	0,24	44,74
6	892	10,14	0,20	50,68
7	887	10,08	0,20	50,40
8	880	10,00	0,20	50,00
9	946	10,75	0,22	48,86
10	983	11,17	0,27	41,37
11	829	9,42	0,20	47,10
12	788	8,95	0,17	52,67

De la Tabla 4.5 se tiene que $\bar{v} = 46,85 \text{ cm}$, considerando una escala en la altura de escurrimiento de 1 cm se tiene que la escala de la tasa de deformación es del orden de 50 s^{-1} .

Analizando para el siguiente caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ se tiene que la Figura 4.10 muestra la distancia en pixeles que recorre una onda, luego en la Tabla 4.6 se muestra los resultados obtenidos para las 12 analizadas



Figura 4.10 Captura lateral para caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ a una concentración del 11% (a) Obtención de coordenadas cuando la onda entra al campo de la cámara y (b) coordenadas cuando la onda sale del campo de la cámara.

Tabla 4.6 Velocidad de las ondas para el segundo caudal a una concentración del 11%

N° de onda	Distancia (pix)	Distancia (cm)	Tiempo (s)	Velocidad (cm/s)
1	554	5,96	0,08	74,46
2	832	8,95	0,08	111,83
3	912	9,81	0,16	61,29
4	846	9,10	0,12	75,81
5	433	4,66	0,08	58,20
6	732	7,87	0,12	65,59
7	926	9,96	0,12	82,97
8	468	5,03	0,08	62,90
9	866	9,31	0,12	77,60
10	459	4,94	0,08	61,69
11	820	8,82	0,12	73,48
12	820	8,82	0,12	73,48

De la Tabla 4.6 se tiene que $\bar{v} = 58.20 \text{ cm/s}$, considerando una escala en la altura de escurrimiento de 1 cm se tiene que la escala de la tasa de deformación es del orden de 150 s^{-1} .

Para el caso de la mezcla con concentración del 13% no se formaron ondas rodantes, por lo que determinar una tasa de deformación a través de la captura lateral se torna complejo debido a que no existen dos fases distinguibles en el campo capturado por la cámara.

Con todos los valores estimados de la tasa de deformación se puede ajustar un modelo reológico para cada concentración y de ahí obtener su esfuerzo de fluencia y su viscosidad, donde dichos valores van incluidos en la Ec. (32) que determina el modelo empírico de la altura máxima de escurrimiento.

4.4. Caracterización reológica y ajuste del modelo constitutivo

Conocer la altura máxima de escurrimiento de un fluido que presenta perturbaciones en un canal resulta ser muy importante en términos aplicativos de prevención, es por eso que validar la técnica presentada en este trabajo es un importante resultado dada su fácil implementación. Sin embargo se puede anticipar o tener alguna idea de la escala de esta máxima altura, y es por eso que el rol de un modelo empírico juega un papel importante al momento de predecir el fenómeno. Cabe destacar que el modelo empírico puede ser utilizado para cualquier tipo de fluido no newtoniano al igual que la técnica que se pretende validar. Este modelo depende de las propiedades del fluido

en cuestión, tales como su viscosidad y densidad, y además de las propiedades del flujo tales como el esfuerzo de corte al que está sometido. Las Figura 4.11, Figura 4.12 y Figura 4.13 muestran la reometría realizada para las mezclas de 9, 11 y 13% respectivamente. En cada una de ellas se indica una ecuación de la recta, donde ésta es comparada con el modelo reológico del plástico de Bingham propuesto en la Ec. (21). La pendiente de cada recta se relaciona directamente con la viscosidad del fluido y la intersección en el eje de las ordenadas se relaciona directamente con el esfuerzo de fluencia.

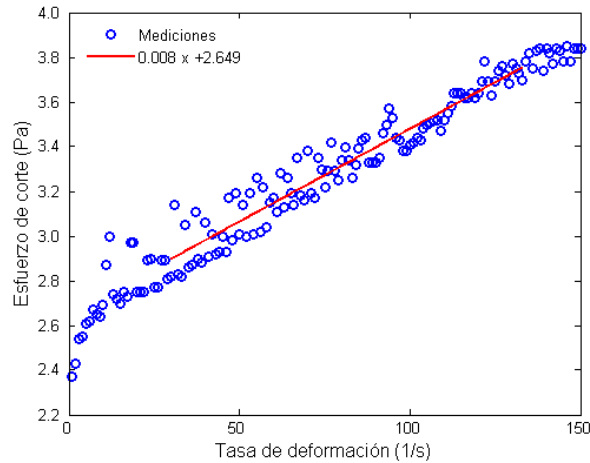


Figura 4.11 Resultado reológico para la concentración de 9%.

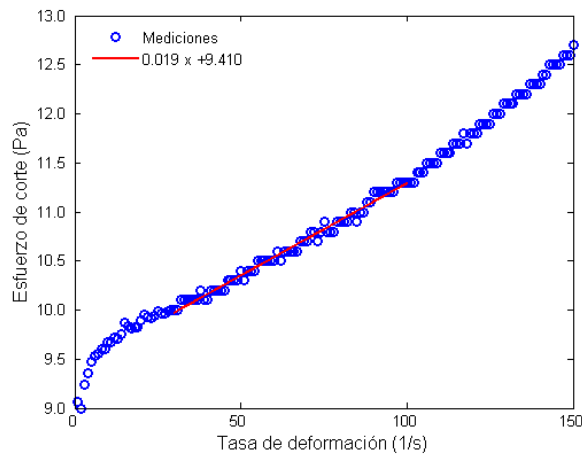


Figura 4.12 Resultado reológico para la concentración de 11%.

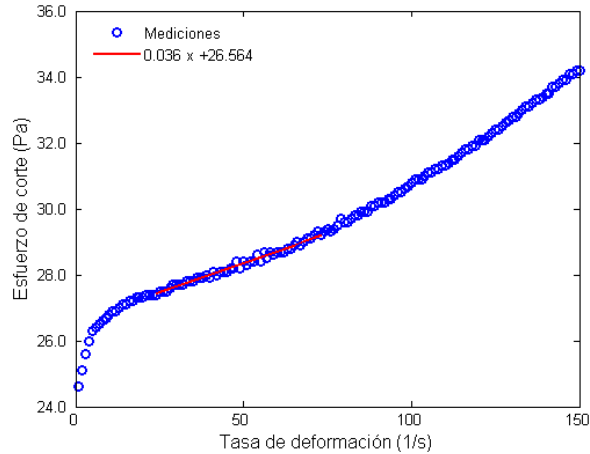


Figura 4.13 Resultado reológico para la concentración de 13%.

A partir de los resultados anteriores se obtiene la Tabla 4.7 que indica los valores del esfuerzo de fluencia, viscosidad y densidad del fluido para los tres tipos de concentraciones

Tabla 4.7 Esfuerzo de fluencia y viscosidad obtenidos a partir del ensayo reológico.

Concentración [%]	τ_0 (pa)	K_B (pa · s)	ρ (kg/m ³)
9	2.65	0,008	1055,12
11	9,41	0,019	1071,16
13	26,56	0,036	1098,22

Cabe destacar que la densidad de cada mezcla fue obtenida mediante un picnómetro.

4.5. Altura de escurrimiento y validación de la técnica experimental

Luego de diversos ensayos en el montaje nombrado en la sección 3.1 se han obtenido diversas imágenes digitales del escurrimiento de un fluido no newtoniano a través de un canal inclinado. Tal como se mencionó anteriormente, la decisión de confinar el flujo se debe a que se puede medir y analizar fácilmente su altura de escurrimiento debido a que su descarga se graba lateralmente con una cámara digital. Esta medición puede ser comparada directamente con la implementación de la técnica, donde esta se validaría siguiendo el criterio de una diferencia porcentual menor del 10% entre ambas mediciones, tal como se indica en la Ec. (33)

$$Error[\%] \leq 1 - \left| \frac{h_{lateral}}{h_{técnica}} \right| \quad (33)$$

Donde $h_{lateral}$ es la altura máxima grabada por la cámara lateral y $h_{técnica}$ es la altura máxima obtenida por la técnica.

4.5.1. Alturas obtenidas para la concentración del 9%

Para el escurrimiento de la concentración del 9% se han obtenido las fotografías verticales para los dos caudales realizados. La Figura 4.14 se indica la imagen de referencia, la que es obtenida cuando la mezcla deja de fluir en el canal.

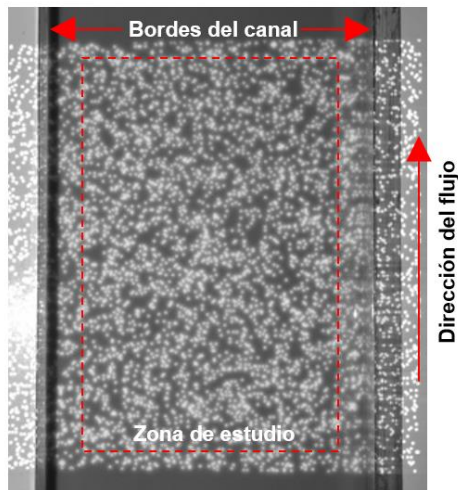


Figura 4.14 Imagen de referencia a una concentración del 9% utilizada para los dos caudales estudiados.

Luego son tomadas las fotografías al momento del paso de las ondas junto con la grabación del video lateral. Tal como se mencionó en la sección 3.2.2 se realizaron tres experimentos, donde cada uno registra 8 fotografías de ondas. Esto se realizó en distintos días para verificar que los experimentos fuesen repetibles entre sí. La Figura 4.15a indica la fotografía vertical de la primera onda tomada del primer caso en estudio para el caudal de $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$, la Figura 4.15b muestra la captura lateral de la misma onda para el mismo caudal. Es difícil realizar una distinción a simple vista entre la imagen de referencia y la imagen deformada, sin embargo la correlación digital entre ambas imágenes permite obtener el campo de desplazamiento, y si se multiplica por un factor se obtiene la altura de escurrimiento, tal como se indica en la Ec. (13)

A partir de la Figura 4.15b se puede realizar el mismo análisis que se realizó la sección 4.3. La Figura 4.16a y Figura 4.16b muestran la captura lateral en escala de grises, filtrada y con

detección de borde, cuyo procedimiento fue realizado Matlab. En ellas se indican las alturas en pixeles de las interfaces del fluido. El criterio establecido fue localizar el punto 0,404 en ambas imágenes. Tras saber la escala de 1 cm delimitada por las dos líneas horizontales de color negro, se puede saber a qué valor, en cm, corresponde la altura de la onda.

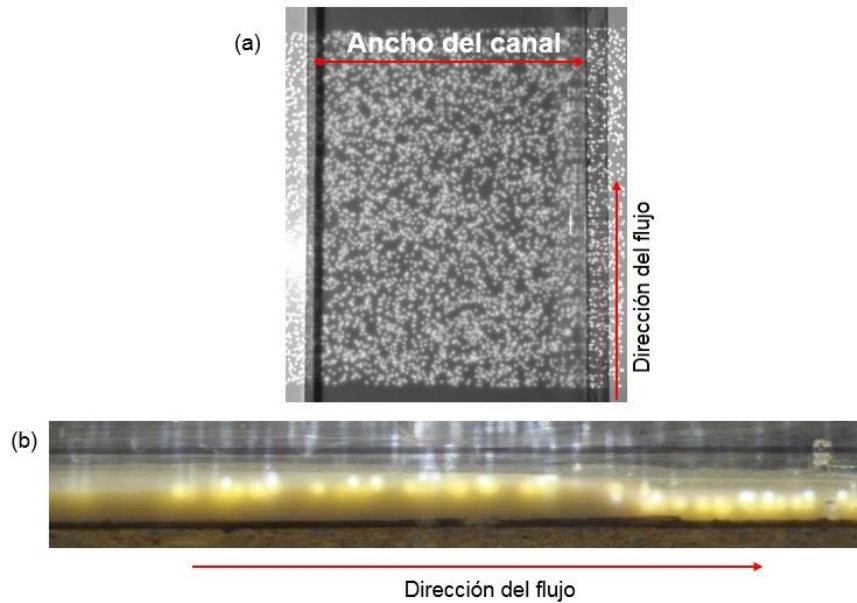


Figura 4.15 (a) indica la captura fotográfica en el plano del fluido y (b) indica la captura lateral de la misma onda.

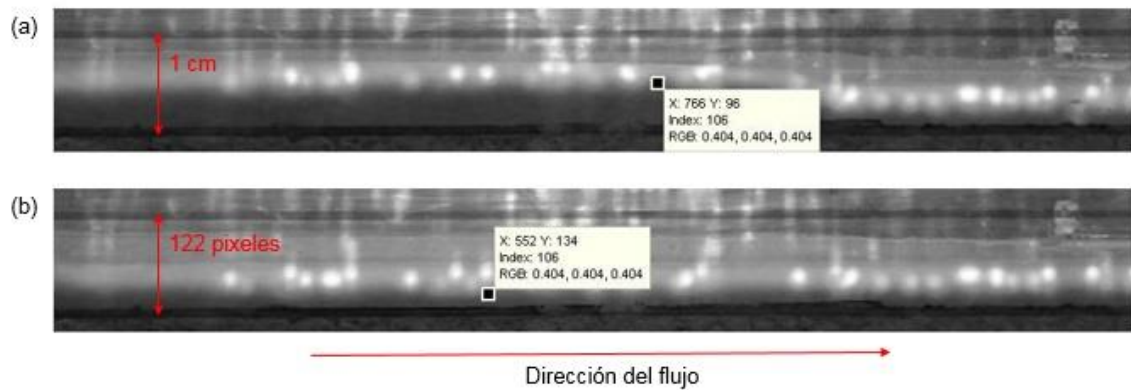


Figura 4.16 (a) indica el valor máximo de la altura de la onda junto con su respectivo valor RGB. (b) indica el valor de la altura de referencia con el mismo valor RGB.

El procedimiento anterior fue realizado para 3 casos, donde en cada caso se midieron 8 ondas, resultando un total de 24 análisis individuales. Luego en la GUI de Matlab se determinó el desplazamiento del campo de speckle para todas ellas. Posteriormente se procesaron dichos

valores en Matlab para obtener el campo escalar de alturas de escurrimiento de cada uno. En la Figura 4.17 se muestra el resultado del campo obtenido para la misma onda de la Figura 4.16. La zona de color oscuro denota una pequeña o ninguna variación en la altura, mientras que a medida que la intensidad se acerca al tono rojo entonces la altura de escurrimiento es mayor.

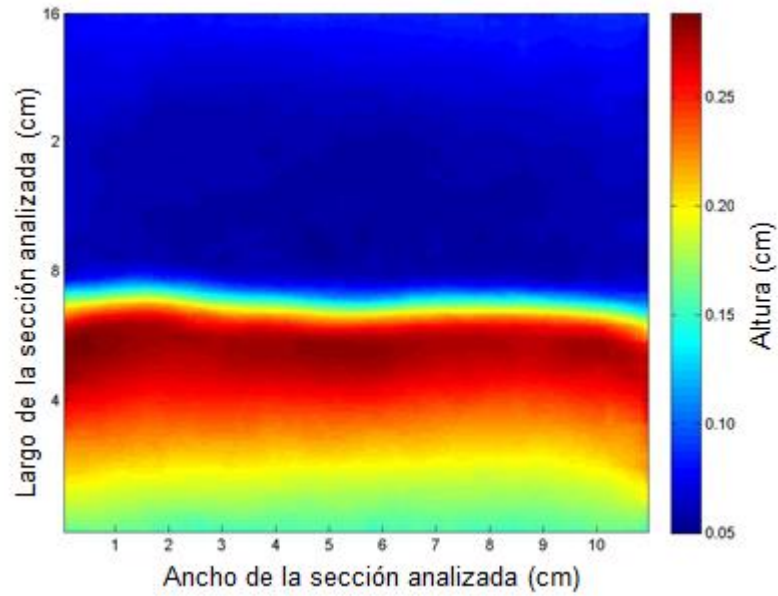


Figura 4.17 Campo escalar de la altura de escurrimiento de la primera onda a una concentración del 9% para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. La dirección del flujo es de sur a norte.

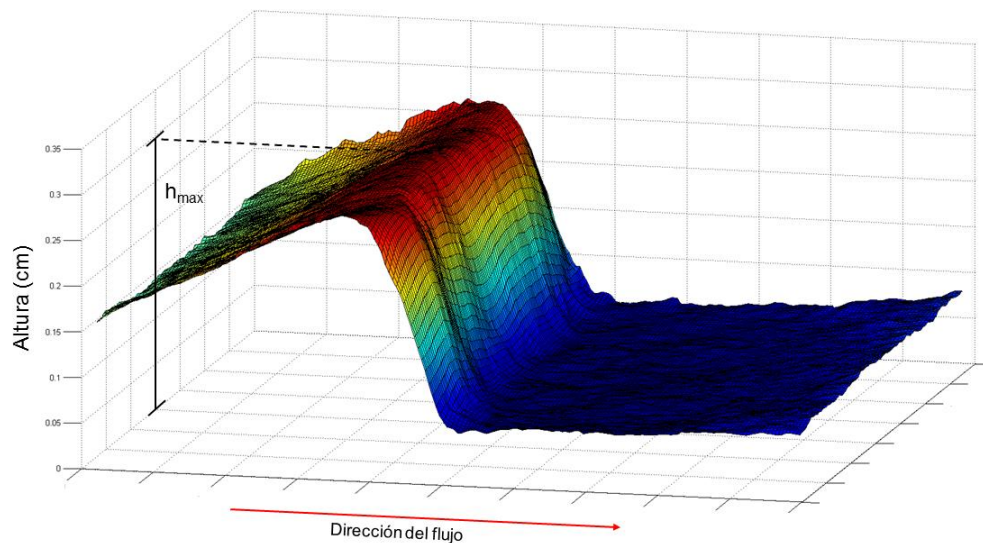


Figura 4.18 Visión 3D del campo escalar de alturas de escurrimiento a una concentración del 9%.

La Figura 4.18 representa la visión 3D de la Figura 4.17. En ella se indica la máxima altura de escurrimiento de la onda estudiada. Cabe destacar que si se dispusiera de una cámara de alta velocidad se podrían obtenerse muchas imágenes con respecto a esta onda lo que conllevaría a poder analizar el comportamiento de la superficie libre del flujo en todo momento.

En la Tabla 4.8 se muestran todas las alturas máximas para todos los set de experimentos realizados, donde h_l representa la altura lateral y h_t la altura medida por la técnica. Además se muestra la diferencia porcentual de ellas. Se puede apreciar que todos los valores de las diferencias porcentuales son menores al 10%. Cabe destacar que en ambos casos se sumó la altura a la que corresponde la onda de referencia cuyo valor son 0,17 cm.

Tabla 4.8 Alturas obtenidas mediante la técnica y cámara lateral.

N° onda	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	h_l (cm)	h_t (cm)	Dif. %	h_l (cm)	h_t (cm)	Dif. %	h_l (cm)	h_t (cm)	Dif. %
1	0,48	0,47	2,78	0,52	0,52	0,38	0,43	0,45	3,36
2	0,47	0,47	1,72	0,47	0,47	0,00	0,44	0,42	4,74
3	0,47	0,48	2,72	0,48	0,46	4,79	0,46	0,44	3,86
4	0,45	0,42	5,90	0,44	0,45	1,79	0,43	0,41	4,35
5	0,44	0,45	1,79	0,52	0,54	2,79	0,45	0,45	0,90
6	0,48	0,52	6,21	0,62	0,59	5,43	0,55	0,53	3,40
7	0,45	0,44	1,58	0,42	0,42	2,17	0,43	0,42	1,89
8	0,45	0,46	2,18	0,48	0,50	3,02	0,49	0,52	5,97

De la Tabla 4.8 se tiene que el valor promedio de la altura de escurrimiento obtenida por la técnica experimental para el caso 1 es 0,46 cm, caso 2 es 0,49 cm y el caso 3 es de 0,46 cm. El promedio de estos tres datos es $h_p = 0,47$ cm con una desviación estándar de 0,045. Se puede notar que la máxima diferencia porcentual corresponde a la sexta onda del caso 1 cuyo valor es 6,21% sin embargo la onda número 2 del caso 2 presenta la mínima diferencia porcentual cuyo valor es 0.

Para el siguiente caudal estudiado ($178,3 \pm 1,9$ cm³/s) en la misma concentración del 9% se presentó que el flujo de la mezcla en el canal era muy rápido para poder distinguir lateralmente las ondas y compararlas con la captura vertical, tal como se hizo en el caso anterior. Sin embargo igualmente se realizaron los 24 ensayos para obtener el campo de alturas entregadas por la técnica. En la Figura 4.19 se muestran los resultados obtenidos para las tres primeras fotos tomas

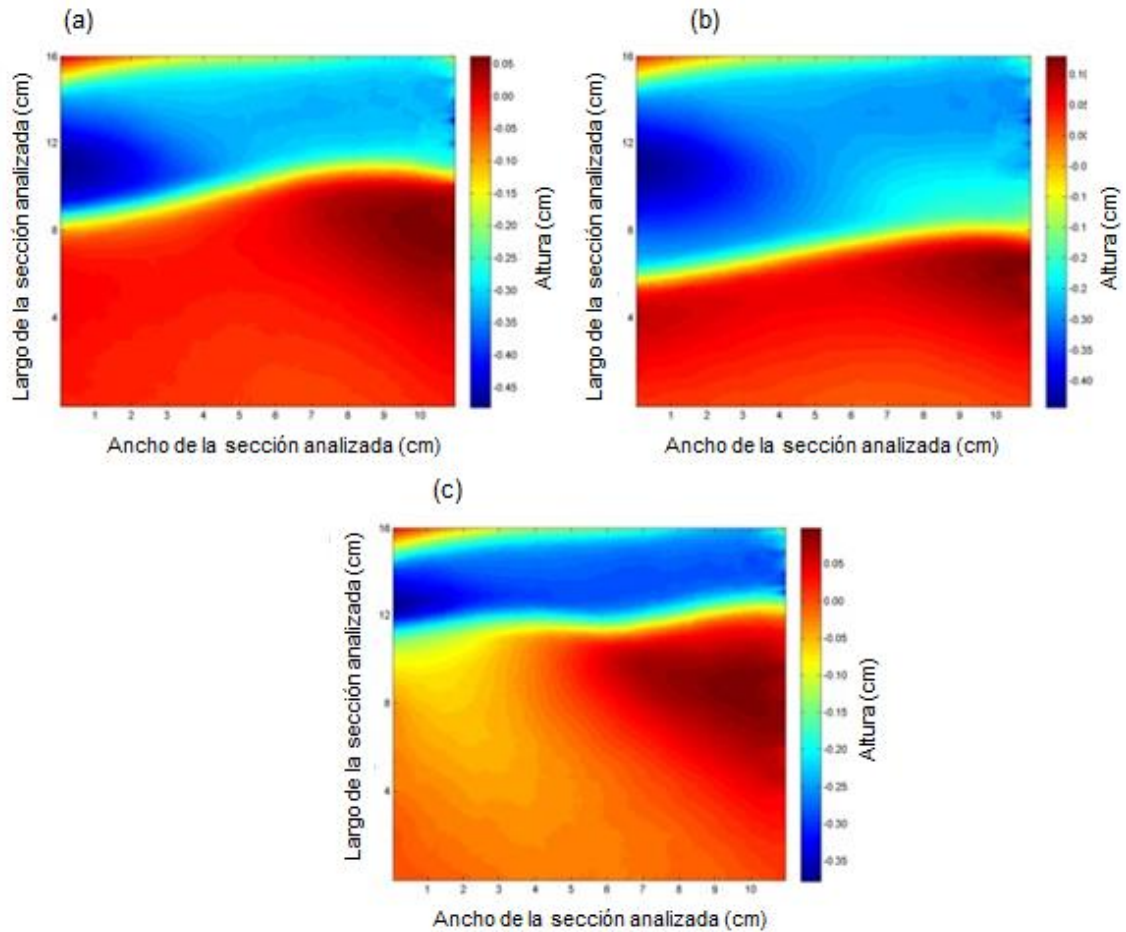


Figura 4.19 Altura obtenida por la técnica para las ondas (a), (b) y (c). La concentración es del 9% con un caudal de $178,3 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Se puede notar que en la Figura 4.19a, b y c la técnica no presentó inconvenientes al registrar la altura de escurrimiento pese a la rápida descarga de la mezcla. Además los valores negativos en la altura se refieren a que hubo una disminución en la altura de escurrimiento con respecto a la altura de referencia, recordando que se utiliza la misma imagen de referencia de la Figura 4.14. En la Tabla 4.9 se muestran los valores obtenidos de la altura para todos los set de experimentos, con h_t la altura medida por la técnica. En este caso también se suma la altura de referencia que corresponde a la misma de la Figura 4.14.

El promedio de la altura de escurrimiento para el caso 1, 2 y 3 son 0,30 cm, 0,31 cm y 0,30 cm respectivamente. El promedio de estos tres datos es $h_p = 0,30 \text{ cm}$ con una desviación estándar de 0,037.

Se puede notar que las desviaciones estándar para los dos caudales estudiados en la concentración del 9% son pequeñas en comparación con el valor promedio de alturas. Con lo anterior se puede asumir que la altura de cada onda se mantiene aproximadamente constante.

Luego con estos valores promedio puede ser utilizado en el modelo empírico propuesto para la determinación de las alturas a distintas concentraciones.

Tabla 4.9 Alturas obtenidas mediante la técnica experimental.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
N° onda	h_t(cm)	h_t(cm)	h_t(cm)
1	0,23	0,28	0,33
2	0,30	0,29	0,34
3	0,27	0,38	0,28
4	0,31	0,29	0,28
5	0,34	0,33	0,36
6	0,27	0,32	0,28
7	0,27	0,30	0,28
8	0,37	0,32	0,25

4.5.2. Alturas obtenidas para la concentración del 11%

Para el escurrimiento a una concentración del 11% en peso de bentonita en agua se han obtenido las fotografías verticales y laterales para ambos caudales, donde en este caso la técnica pudo ser corroborada para ambos casos. Tal como en sección 4.5.1, se toma la imagen de referencia una vez que el fluido deja de escurrir en el canal. En la Figura 4.20 se indica la imagen de referencia obtenida junto con la zona de estudio realizada en la GUI.

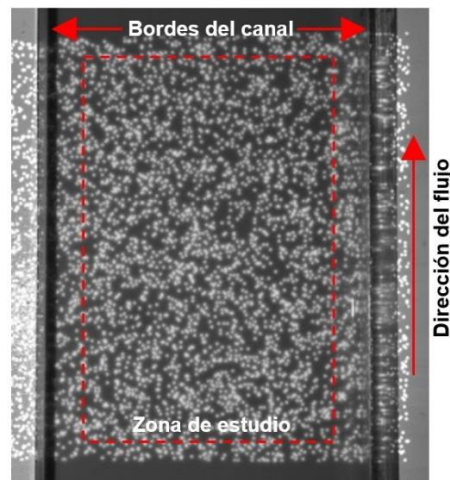


Figura 4.20 Imagen de referencia a una concentración del 11% utilizada para los dos caudales estudiados.

Al igual que la concentración del 9% antes estudiada, se analizan 8 fotos para tres casos en distintos días, así se determina si los experimentos son repetibles o no. La Figura 4.21a muestra la fotografía vertical tomada a la primera onda en estudio junto con la Figura 4.21b que muestra la captura lateral de la misma onda, ambos casos son para un caudal de $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. La Figura 4.21c y la Figura 4.21d muestra la imagen vertical y lateral de la misma onda respectivamente para un caudal de $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$. Tal como se discutió anteriormente, se torna complejo realizar una comparación a simple vista entre la imagen deformada y no deformada.

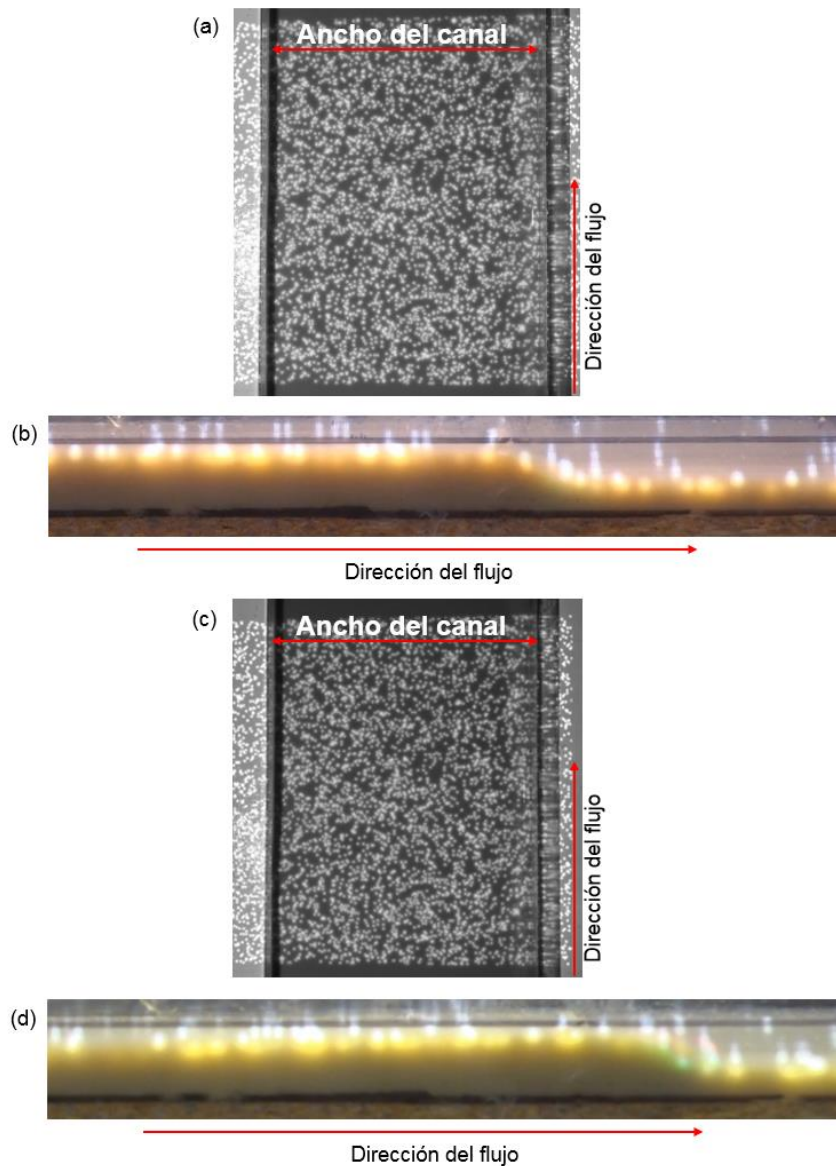


Figura 4.21 (a) y (b) muestran las fotos vertical y lateral respectivamente para el primer caudal en estudio. (c) y (d) muestran las fotos vertical y lateral respectivamente para el segundo caudal en estudio.

Tal como se analizó en la sección anterior, la Figura 4.22 y Figura 4.23 muestran la captura lateral filtrada en escala de grises de la primera onda en estudio para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$ y $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$ respectivamente. En ellas se indican las alturas, en pixeles, de los bordes del fluido que escurre dirección aguas abajo. Tras saber la escala de 1 cm delimitada por las dos líneas horizontales de color negro, se puede saber a qué valor, en cm, corresponde la altura de la onda en cuestión.

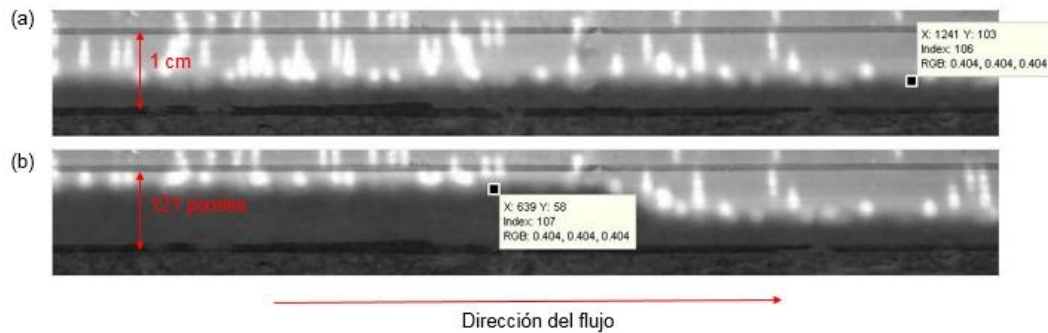


Figura 4.22 (a) indica el valor máximo de la altura de la onda junto con su respectivo valor RGB. (b) indica el valor de la altura de referencia con el mismo valor RGB. Ambas imágenes son para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$.

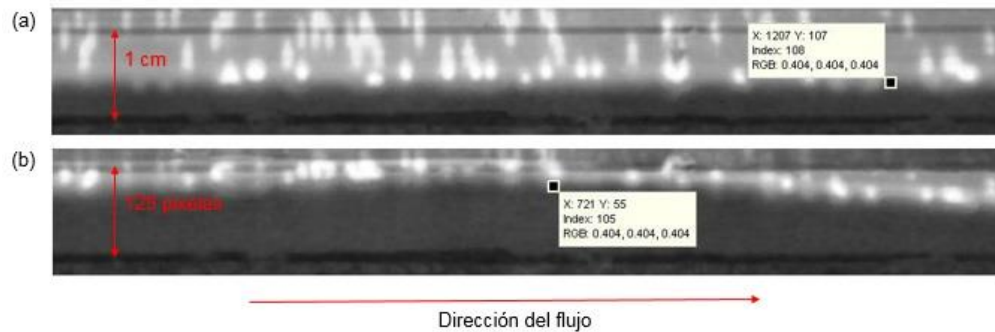


Figura 4.23 (a) indica el valor máximo de la altura de la onda junto con su respectivo valor RGB. (b) indica el valor de la altura de referencia con el mismo valor RGB. Ambas imágenes son para el caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$.

El proceso anterior fue realizado para los 3 casos, resultando un total de 24 análisis individuales para los dos caudales trabajados. Luego en la GUI de Matlab se determinó el desplazamiento del campo de speckle para los 48 casos. Posteriormente se procesaron dichos valores en Matlab para obtener la altura de escurrimiento de cada uno. En la Figura 4.24 se muestra el resultado del campo de alturas obtenido para la misma onda de la Figura 4.21b y en la Figura 4.26 se muestra el resultado del campo de alturas obtenido para la misma onda de la Figura 4.21d.

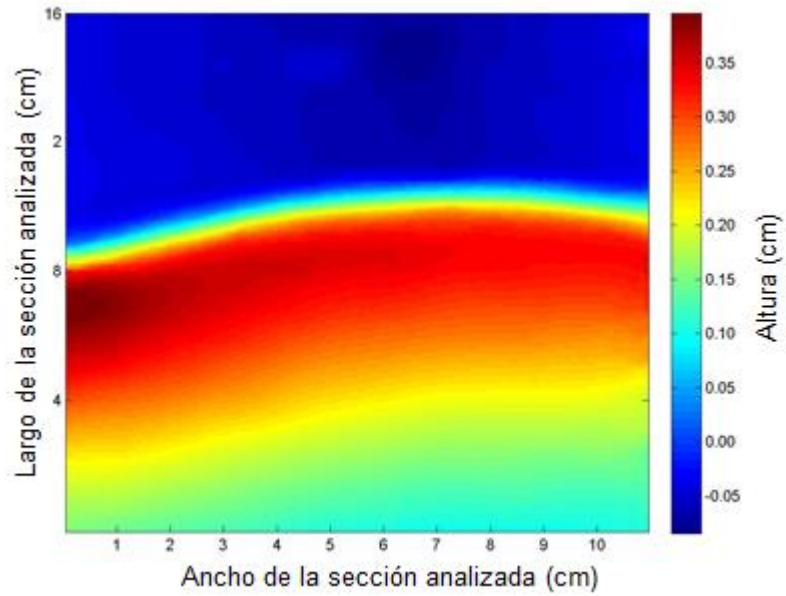


Figura 4.24 Campo escalar de la altura de escurrimiento de la primera onda a una concentración del 11% para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$. La dirección del flujo es de sur a norte.

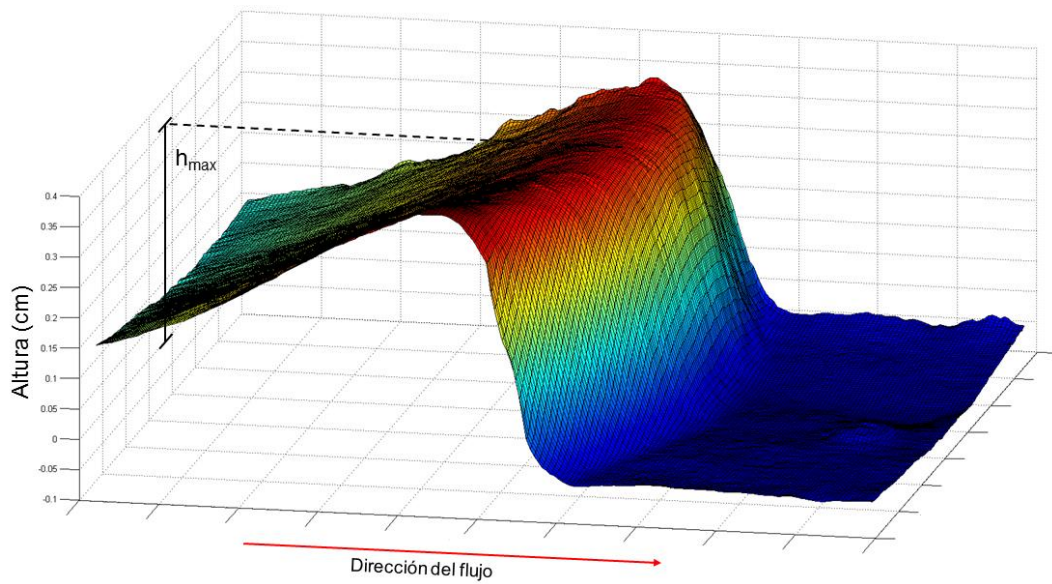


Figura 4.25 Visión 3D del campo escalar de alturas de escurrimiento para el primer caudal a una concentración del 11%

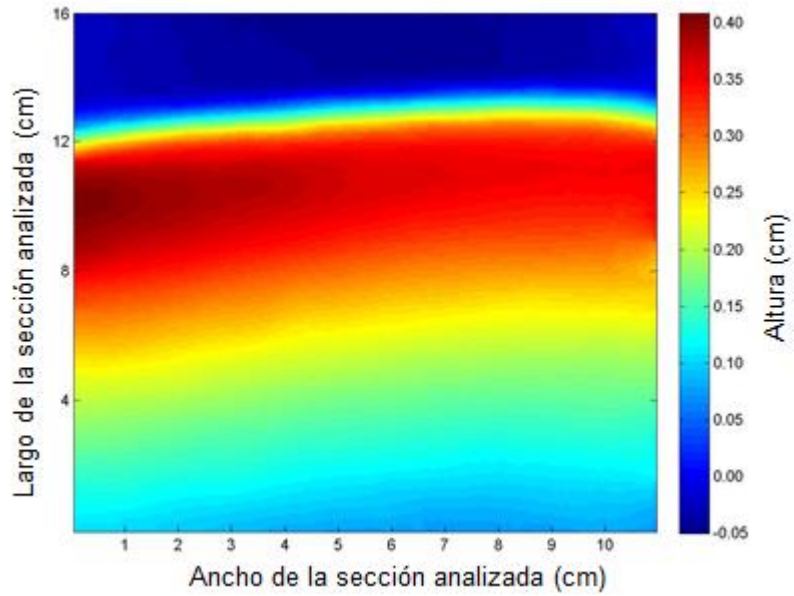


Figura 4.26 Campo escalar de la altura de escurrimiento de la primera onda a una concentración del 11% para el caudal $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$. La dirección del flujo es de sur a norte.

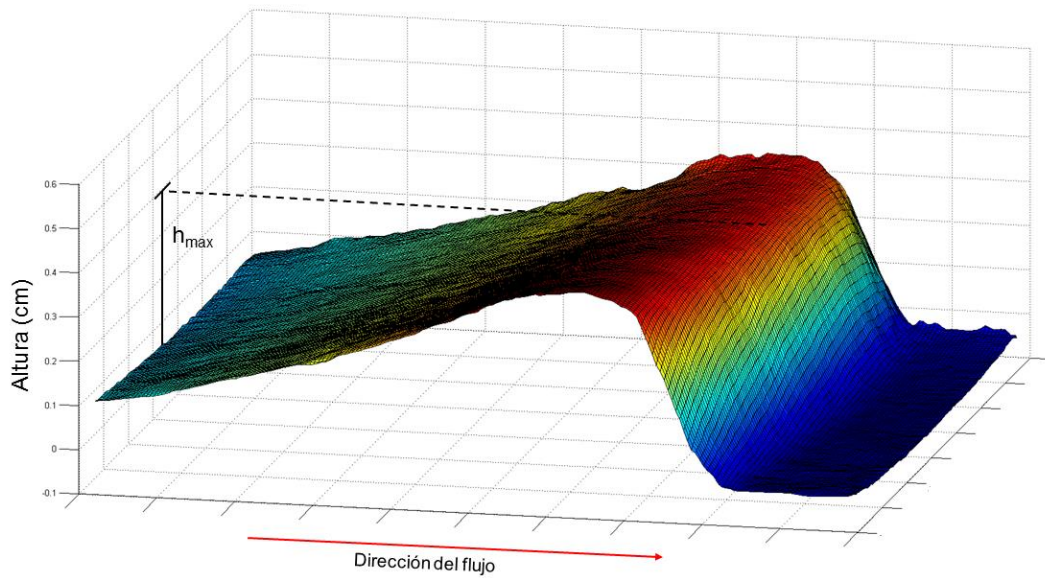


Figura 4.27 Visión 3D del campo escalar de alturas de escurrimiento para el segundo caudal a una concentración del 11%

La Figura 4.25 y Figura 4.27 Figura 4.18 representan la visión 3D de la Figura 4.24 y Figura 4.26 respectivamente Figura 4.17. En ellas se indican la máxima altura de escurrimiento de la onda estudiada.

En la Tabla 4.10 y Tabla 4.11 se muestran todas las alturas máximas para todos los set de experimentos realizados, donde h_l representa la altura lateral y h_t la altura medida por la técnica. Además, al igual que en el caso de la concentración del 9%, se muestra la diferencia porcentual de ellas. Se puede apreciar que todos los valores de las diferencias porcentuales son menores al 10%, vale decir, las alturas medidas por la técnica a una concentración mayor también se encuentran en un rango tolerable de error. Cabe destacar que en ambos casos se sumó la altura la altura de referencia cuyo valor es 0,38 cm.

Tabla 4.10 Alturas obtenidas mediante la técnica experimental y cámara lateral para el caudal de $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$.

N° onda	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	h_l (cm)	h_t (cm)	Dif. %	h_l (cm)	h_t (cm)	Dif. %	h_l (cm)	h_t (cm)	Dif. %
1	0,75	0,78	3,22	0,86	0,90	4,87	0,97	0,92	4,65
2	0,79	0,77	2,48	0,74	0,70	5,15	0,81	0,77	4,65
3	0,83	0,79	4,16	0,84	0,91	7,57	0,85	0,82	4,42
4	0,84	0,81	2,71	0,83	0,81	1,47	0,72	0,71	0,98
5	0,81	0,78	3,58	0,86	0,83	4,00	0,60	0,58	3,61
6	0,67	0,67	0,60	0,80	0,78	2,82	0,75	0,73	2,73
7	0,85	0,83	2,41	0,97	0,98	1,63	0,75	0,72	4,01
8	0,79	0,80	1,25	0,84	0,84	0,12	0,68	0,63	6,95

En el caso de ambas tablas se puede observar que la mayor diferencia porcentual es para la tercera onda del segundo caso para el caudal $79,3 \pm 1,7 \text{ cm}^3/\text{s}$ cuya variación es del 7,57%. De la Tabla 4.10 y Tabla 4.11 se tiene que el valor promedio de la altura de escurrimiento obtenida por la técnica experimental son los siguientes: $h_p = 0,79 \text{ cm}$ con una desviación estándar de 0,09 para el primer caudal en estudio y $h_p = 0,78 \text{ cm}$ con una desviación estándar de 0,05 para el segundo caudal en estudio. En ambos casos se aprecia un pequeño valor en la desviación estándar comparada con el promedio por lo que se puede asumir que la altura de cada onda en la descarga es aproximadamente constante.

Tabla 4.11 Alturas obtenidas mediante la técnica experimental y cámara lateral para el caudal de $171,7 \pm 1,9 \text{ cm}^3/\text{s}$.

N° onda	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	h_i (cm)	h_t (cm)	Dif. %	h_i (cm)	h_t (cm)	Dif. %	h_i (cm)	h_t (cm)	Dif. %
1	0,79	0,79	0,38	0,74	0,72	2,65	0,71	0,72	1,25
2	0,78	0,79	0,63	0,78	0,83	5,21	0,77	0,77	0,00
3	0,81	0,83	2,65	0,68	0,68	0,29	0,83	0,84	1,43
4	0,83	0,88	5,36	0,74	0,72	2,22	0,83	0,83	0,24
5	0,74	0,75	1,21	0,72	0,71	1,41	0,77	0,78	2,04
6	0,77	0,78	2,04	0,78	0,77	0,26	0,78	0,82	4,98
7	0,76	0,81	5,59	0,75	0,77	2,84	0,70	0,74	5,03
8	0,75	0,79	4,45	0,78	0,79	1,77	0,82	0,79	3,79

4.5.3. Alturas obtenidas para la concentración del 13%

Para esta concentración del 13% no se observó la formación de ondas rodantes en el caso de ambos caudales, es por ello no fue posible medir una altura de escurrimiento de la onda formada en el fluido. Por otro lado, el resultado del campo escalar de alturas entregados por la técnica experimental se muestra en la Figura 4.28

Se puede apreciar que la altura del fluido presenta una baja variación, tendiendo a ser constante en todo el espacio analizado. Sumando la altura de referencia del flujo a la crecida en la descarga se tiene que la altura total de 0,64 cm.

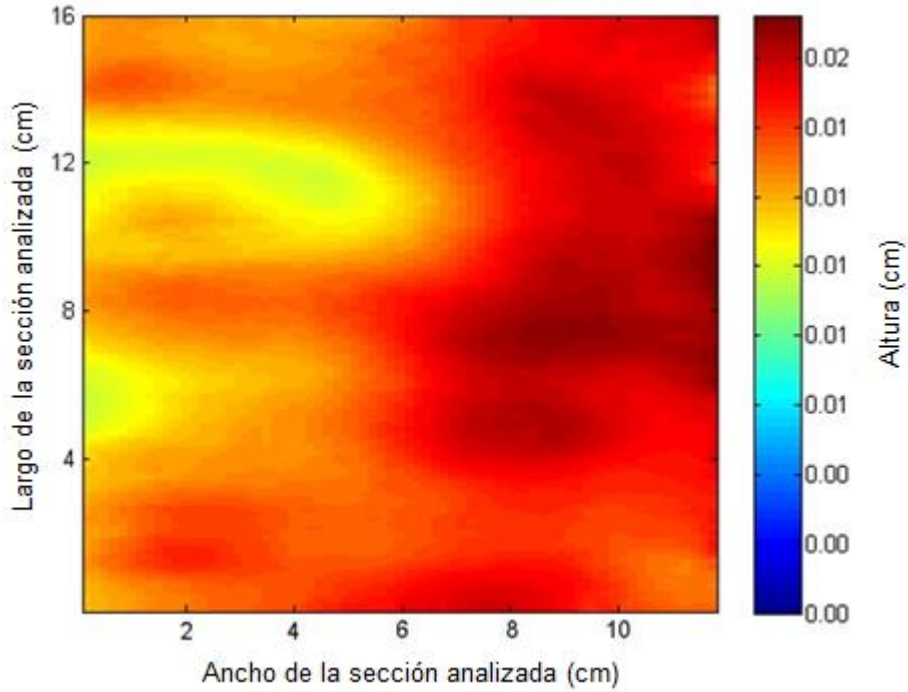


Figura 4.28 Resultado de la altura de escurrimiento para la concentración del 13%.

4.6. Propuesta de modelo empírico

De acuerdo a la Ec. (32) el modelo empírico para predecir la máxima altura de escurrimiento se determina mediante los parámetros del flujo y las propiedades del fluido, tales como el caudal, su viscosidad, el esfuerzo de corte asociado, el ancho del canal, su densidad, la gravedad y la inclinación del canal. La constante se determina despejando la Ec. (32) quedando lo siguiente

$$C = h_{\max} \left(\frac{a\rho g \sin \theta}{3QK_B} \right)^{1/3}$$

Cada parámetro de la ecuación se determina a partir de los resultados obtenidos a lo largo del presente trabajo. Se redefinen las siguientes variables

$$p = h_{\max} (a\rho g \sin \theta)^{1/3}$$

$$q = (3QK_B)^{1/3}$$

Donde p y q presentan las mismas dimensiones. Para obtener h_{\max} , se calcula para cada caso de escurrimiento el valor de $C = p/q$, y luego con todos los valores se obtiene el promedio con su respectivo error. La Tabla 4.12 muestra los valores calculados de C para los casos trabajados

pertenecientes al primer y segundo caudal de descarga, respectivamente. Los siguientes valores se mantuvieron fijos durante todo el trabajo: $\theta = 7^\circ$, $a = 0,15$ m, $g = 9,8$ m/s².

Cabe recordar el que el modelo utilizado para el esfuerzo de corte es el de Bingham presentado en la Ec. (21). A partir de esto se obtiene que

$$\tau = \tau_y + K_B \dot{\gamma}$$

Donde los valores de τ_y y K_B son obtenidos para cada caso mediante los resultados reológicos obtenidos en las Figura 4.11, Figura 4.12 y Figura 4.13.

Tal como se puede apreciar en la Tabla 4.12 el valor de p disminuye a medida que se aumenta el caudal en una misma concentración y aumenta a medida que crece la concentración para el mismo caudal. El valor de q aumenta a medida que se aumenta el caudal en una misma concentración y también aumenta a medida que crece la concentración para el mismo caudal. En el caso de la concentración del 13% no se encontró un valor de la constante ya que no fue posible predecir su tasa de deformación debido a que no se generaban ondas rodantes en su descarga y, por lo tanto, predecir su modelo reológico.

Tabla 4.12 Constante calculada para la concentración del 9 y 11% para los dos caudales trabajados.

	Caso 1			Caso 2		
C [%]	p(kg m ² /s ²)	q(kg m ² /s ²)	C	p(kg m ² /s ²)	q(kg m ² /s ²)	C
9	0,0269	1,239	0,0217	0,0292	1,623	0,0180
11	0,0365	1,653	0,0221	0,0428	2,139	0,0201
13	-	-	-	-	-	-

A partir de lo anterior se obtienen los valores de las constantes para los distintos caudales y para cada concentración de bentonita en agua. Se puede apreciar que el parámetro C tiende a mantenerse prácticamente constante para cada caso estudiado, esto se debe a que la expresión para la altura máxima de escurrimiento amortigua el valor de las variables provocado por la potencia a la 1/3, por ejemplo la Figura 4.29 representa dicha función para los primeros mil enteros

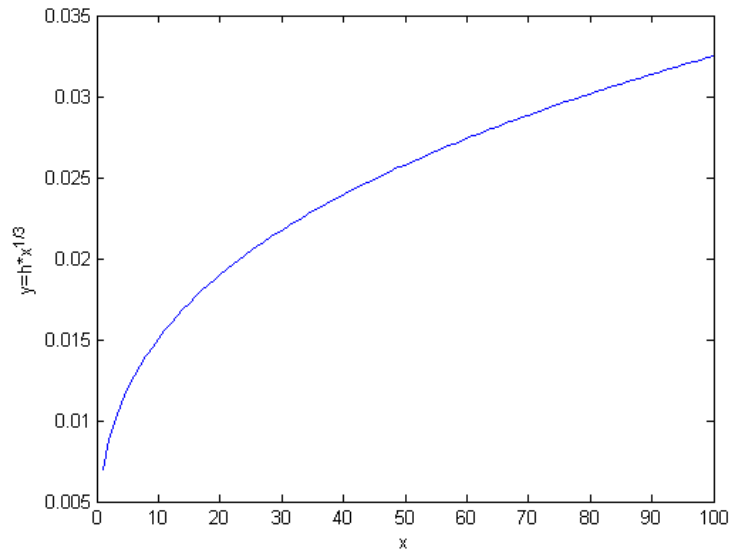


Figura 4.29. Función que representa la variación de la potencia a la 1/3 de x para los mil primeros enteros ponderado por una altura de 0,7cm.

En la Figura 4.29 se puede apreciar que una variación de 3 órdenes de magnitud en x la coordenada y solo varía en un orden de magnitud.

En este caso x es $\frac{\rho g \sin \theta}{3QK_B}$, cuyos resultados para los casos estudiados en el presente trabajo se presentan en la Tabla 4.13

Tabla 4.13. Escala de valores según la variable x antes definida.

	Caso 1	Caso 2
C [%]	x (1/m)	x (1/m)
9	10,13	44,17
11	42,45	19,61
13	-	-

Tal como se aprecia en la Tabla 4.13 los valores son del mismo orden de magnitud por lo que sufren una pequeña variación en la función y. El promedio de estos valores es 29,09 (1/m), entonces a partir de aquí se puede definir que para mantener la constante entre un valor de 0,16

y 0,24 en la formulación empírica de la altura de escurrimiento manteniendo un error tolerable del 20%, la variable $\frac{a\rho g \sin \theta}{3QK_B}$ puede variar en aproximadamente ± 20 (1/m).

Realizando un análisis del rango de validez del modelo empírico se tiene que valores que cumplen la condición antes encontrada se presentan en las figura

Suponiendo que los valores de las constantes son similares para n concentraciones, entonces el modelo que predice la máxima altura de escurrimiento queda como

$$h_{\max} = C_{\text{promedio}} \left(\frac{3QK_B}{a\rho g \sin \theta} \right)^{1/3}$$

Donde $C_{\text{promedio}} = 0,0207$ y valido para $9,09 \leq \frac{a\rho g \sin \theta}{3QK_B} \leq 49,09$ (1/m).

Es claro notar que si reemplazan los valores de cada parámetro se obtienen resultados similares a la técnica experimental y medición lateral de la altura máxima de escurrimiento. Con esto podría predecirse una escala de dicha altura para los caudales utilizados en el presente trabajo.

Capítulo 5

5. Conclusiones y comentarios

5.1. Resultados generales

Al término del presente trabajo se ha logrado obtener los campos escalares de altura de un fluido que escurre en un canal inclinado y confinado por medio de la adaptación de una técnica experimental de correlación digital de imágenes combinada con una relación geométrica. Para ello se establecieron un conjunto de 144 experimentos, lo cual corresponde a tres diferentes mezclas del 9, 11 y 13% de concentración en peso de bentonita en agua donde se realizó una descarga variando el caudal de salida dos veces para cada una de ellas. Lo anterior se hizo para tres casos en diferentes días asegurando que el experimento fuese repetible. La correlación digital de la imagen de referencias con cada imagen deformada fue realizada en la GUI de Matlab llamada 'ncorr' bajo el criterio ZNSSD (zero-mean normalized sum of squared difference). De aquí se logró obtener el campo de desplazamiento en la dirección del flujo de los puntos distorsionados del patrón.

Por otro lado se planteó un modelo empírico, que depende de las propiedades del flujo y del fluido, donde permite determinar la máxima altura de escurrimiento. Primero que todo se encontró una escala característica de la tasa de deformación para cada caso estudiado con el fin de poder realizar un correcto ajuste en el modelo reológico obtenido de la reometría realizada a cada mezcla. Con lo anterior se puede encontrar el esfuerzo de corte y la viscosidad efectiva cuyos valores, junto al caudal de flujo y el ancho del canal, determinan los parámetros del modelo. Posteriormente se encontró la constante del ajuste de la solución teórica de la descarga, donde ésta muestra una similitud para cada mezcla en cuestión y es válida para un rango de valores de la función $\frac{\rho g \sin \theta}{3QK_B}$. Es por lo anterior que se recomienda poder continuar con otros estudios de caudales, anchos de canal y tipos de fluidos para encontrar distintas relaciones que acoten los valores de las constantes y el rango de validez de cada modelo.

5.2. Validación de la técnica experimental

Tras obtener todas las alturas de escurrimiento del fluido no newtoniano en el canal confinado e inclinado mediante la técnica óptica de la correlación digital de imágenes y compararlas con la

medición lateral a través de un video analizado en Matlab tal como se indican en las Tabla 4.8, Tabla 4.10 y Tabla 4.11 se puede apreciar que no superan el 10% en su diferencia porcentual, de hecho, más de 3/4 de los datos no supera el 5% de error. Además para la concentración del 13% no se registraron ondas y fue precisamente lo que se obtuvo con la técnica, por otro lado, para el segundo caudal en estudio de la concentración de 9% no se pudieron identificar las ondas mediante las capturas laterales, sin embargo la técnica no presento mayor inconveniente en medir dicha altura. Esto último se condiciona a la utilización de cámaras que registren el movimiento rápido de objetos. Cabe mencionar que la cámara trabajó con una velocidad de obturación de 1/30 cuyo valor fue elegido para obtener las fotos sin reflejos ni distorsiones. Por otro lado las imágenes fueron tomadas en escala de grises usando un filtro del tipo bayer, donde este último contribuye como error a la diferencia porcentual entre ambos valores obtenidos de la altura máxima de la onda rodante.

5.3. Comentarios y aplicaciones industriales

El comportamiento mostrado por la mezcla de bentonita y agua genera un fluido no newtoniano que puede ser utilizado como prototipo para el estudio a grandes escalas de relaves mineros o mezclas sólido-líquidas a altas concentraciones escurriendo con superficie libre. La técnica experimental aquí presentada podría implementarse como un sistema de monitoreo y control de las de las ondas y deformaciones generadas en el flujo desde la descarga hasta su llegada al tranque de relave, ya que podría producirse una eventual crecida de flujo debido a diversos factores, como las precipitaciones, el levantamiento y arrastre de material por la acción del viento o una sobrecarga de material transportado. El derrame de este tipo de fluido puede ser perjudicial para la flora y fauna presente en la faena ya que en algunos casos el agua de los relaves puede disolver minerales solubles y contener reactivos en flotación, mercurio u otros productos tóxicos. La ventaja de utilizar la técnica aquí propuesta es que no es una medición invasiva, vale decir, no existe una perturbación externa al flujo y existe la posibilidad de que el instrumento se dañe por el efecto del calor o sedimentos gruesos. Por otro lado, con los recursos computacionales adecuados, se pueden tener mediciones en tiempo real de cada deformación en particular y así prevenir algún eventual desastre.

Cualquier onda, deformación o perturbación generada en algún tipo de fluido o material solido en movimiento puede ser estudiado con esta técnica sin mayores problemas, sin embargo dependiendo de la escala de la deformación se define qué resolución se debe tener en la cámara de muestreo para poder medir el campo completo. Mientras mayor sea la cantidad de pixeles por cada punto del speckle entonces mayor será resolución de la escala a estudiar.

Capítulo 6

6. Referencias bibliográficas

- [1] N. Kudo, «A simple technique for visualizing ultrasound field without schlieren optics,» *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 41, pp. 2071-2081, 2015.
- [2] A. Okhotsimskiis y M. Hozawa, «Schlieren visualization of natural convection in binary gas–liquid systems,» *Chemical Engineering Science*, vol. 53, pp. 2547-2573, 1998.
- [3] V. Karpen, L. Thomsen y E. Suess, «A new 'schlieren' technique application for fluid flow visualization at cold seep sites,» *Marine Geology*, vol. 204, pp. 145-159, 2004.
- [4] J. Lowrance, Digital Schlieren Photography, Princeton Scientific instruments, INC, 2007.
- [5] S. Dalziel, G. Hughes y B. Sutherland, «Whole-field density measurements by 'synthetic schlieren',» *Experiments in Fluids*, vol. 28, pp. 322-335, 2000.
- [6] T. Hagemeier, C. Roloff, A. Bück y E. Tsotsas, «Estimation of particle dynamics in 2-D fluidized beds using particle tracking velocimetry,» *Particuology*, vol. 22, pp. 39-51, 2015.
- [7] S. Fu, P. Biwole y C. Mathis, «Particle Tracking Velocimetry for indoor airflow field: A review,» *Building and Environment*, vol. 87, pp. 34-44, 2014.
- [8] J. Keller, G. Möller y R. Boes, «PIV measurements of air-core intake vortices,» *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 40, pp. 74-81, 2014.
- [9] C. CHE, M. Tian, G. Zhang y X. Leng, «Experimental study by PIV of swirling flow induced by trapezoid-winglets,» *Journal of Hydrodynamics*, vol. 25, pp. 919-928, 2013.
- [10] P. Cobelli, A. Maurel, V. Pagneux y P. Petitjeans, «Global measurement of water waves by Fourier transform profilometry,» *Experimental Fluids*, vol. 46, pp. 1037-1047, 2009.
- [11] E. Zappa y G. Busca, «Static and dynamic features of Fourier transform profilometry: A review,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 50, pp. 1140-1151, 2012.
- [12] Z. Wang, H. Kieu, H. Nguyen y M. Le, «Digital image correlation in experimental mechanics and image registration in computer vision: Similarities, differences and complements,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 67, pp. 105-115, 2015.
- [13] Z. Liang, B. Yi, J. Mo y S. Wang, «Displacement measurement of specimen surfaces with damaged areas by digital image correlation,» *Measurement*, vol. 76, pp. 182-188, 2015.
- [14] M. Hokka, N. Mirow, H. Nagel, M. Irsusi, S. Vogt y V. Kuokkala, «In-vivo deformation measurements of the human heart by 3D Digital Image Correlation,» *Journal of Biomechanics*, vol. 46, nº 10, pp. 2217-2220, 2015.

- [15] B. Pan, H. Xie, J. Gao y A. Asundi, «Improved speckle projection profilometry for out-of-plane shape measurement,» *Applied Optics*, vol. 47, pp. 5527-5533, 2008.
- [16] B. Pan, A. Asundi, H. Xie y J. Gao, «Digital image correlation using iterative least squares and pointwise least squares for displacement field and strain field measurements,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 47, pp. 865-874, 2009.
- [17] B. Pan, «Recent progress in digital image correlation,» *Experimental Mechanics*, 2011.
- [18] D. Ziou y A. Horé, «Reducing aliasing in images: a PDE-based diffusion revisited,» *Pattern Recognition*, vol. 45, nº 3, pp. 1180-1194, 2012.
- [19] R. Gonzalez y P. Woods, *Digital Image Processing*, Addison Wesley, 2002.
- [20] S. Worley, *The Morgan Kaufmann Series in Computer Graphics*, The Morgan Kaufmann, 2007.
- [21] J. Zhao, P. Zeng, L. Lei y Y. Ma, «Initial guess by improved population-based intelligent algorithms for large inter-frame deformation measurement using digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 50, pp. 473-490, 2012.
- [22] J. Blaber, B. Adair y A. Antoniou, «Ncorr: Open-Source 2D Digital Image Correlation Matlab Software,» *Experimental Mechanics*, vol. 55, nº 6, pp. 1105-1122, 2015.
- [23] B. Pan, H. Xie y Z. Wang, «Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching,» *Applied Optics*, vol. 49, nº 28, pp. 5501-5509, 2010.
- [24] B. Pan, H. Xie, Z. Guo y T. Hua, «Full-field strain measurement using a two-dimensional Savitzky–Golay digital differentiator in digital image correlation,» *Optical Engineering*, vol. 46, pp. 1-10, 2007.
- [25] G. Crammond, S. Boyd y J. Dulieu-Barton, «Speckle pattern quality assessment for digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 51, pp. 1368-1378, 2013.
- [26] H. Haddadi y S. Belhabib, «Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 46, pp. 185-196, 2008.
- [27] C. Shannon, *mathematical theory of communication*, System Technology, 1948.
- [28] B. Pan, Z. Lu y H. Xie, «Mean intensity gradient: An effective global parameter for quality assessment of the speckle patterns used in digital image correlation,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 48, pp. 469-477, 2010.
- [29] X. Huang y M. Garcia, «A perturbation solution for Bingham-plastic mudflows,» *Journal of Hydraulic Engineering*, 1997.
- [30] C. Yih, «Stability of liquid flow down an inclined plane,» *The Physics of Fluids*, vol. 6, pp. 321-334, 1963.

- [31] C. Yih, «Stability of a Non-Newtonian liquid film flowing down an inclined plane,» *The Physics of Fluids*, vol. 8, pp. 1257-1263, 1965.
- [32] N. Balmforth y J. Lui, «Roll waves in mud,» *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 519, pp. 33-54, 2004.
- [33] R. Chhabra y J. Richardson, *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology*, Butterworth-Heinemann, 2008.
- [34] K. Bekkour, M. Leyama, A. Benchabane y O. Scrivener, «Time-dependent rheological behavior of bentonite suspensions: An experimental study,» *Journal Rheology*, vol. 49, pp. 1329-1345, 2005.
- [35] K. Choo y K. Bai, «Effects of bentonite concentration and solution pH on the rheological properties and long-term stabilities of bentonite suspensions,» *Applied Clay Science*, vol. 108, pp. 182-190, 2015.
- [36] J. B. H Schreier y M. Sutton, «Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation,» *Optical Engineering*, vol. 39, nº 11, pp. 2915-2921, 2000.
- [37] B. Pan, H. Xie, B. Xu y F. Dai, «Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation,» *Measurement Science and Technology*, vol. 17, nº 6, pp. 1615-1621, 2006.
- [38] J. Blaber, «NCorr v1.2,» 2014. [En línea]. Available: <http://www.ncorr.com/index.php/dic-algorithms>. [Último acceso: 22 Agosto 2015].
- [39] J. Blaber, «NCorr v1.2,» 2014. [En línea]. Available: <http://www.ncorr.com/index.php/publications>. [Último acceso: 22 Agosto 2015].
- [40] S. R. McNeill, M. A. Sutton, Z. Miao y J. Ma, «Measurement of surface profile using digital image correlation,» *Experimental Mechanics*, vol. 37, pp. 13-20, 1997.
- [41] H. Lu y P. Cary, «Deformation measurement by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient,» *Experimental Mechanics*, vol. 40, pp. 393-400, 2000.

Anexos

Imágenes adquiridas para la concentración del 9% del primer caudal en estudio

- Caso 1:

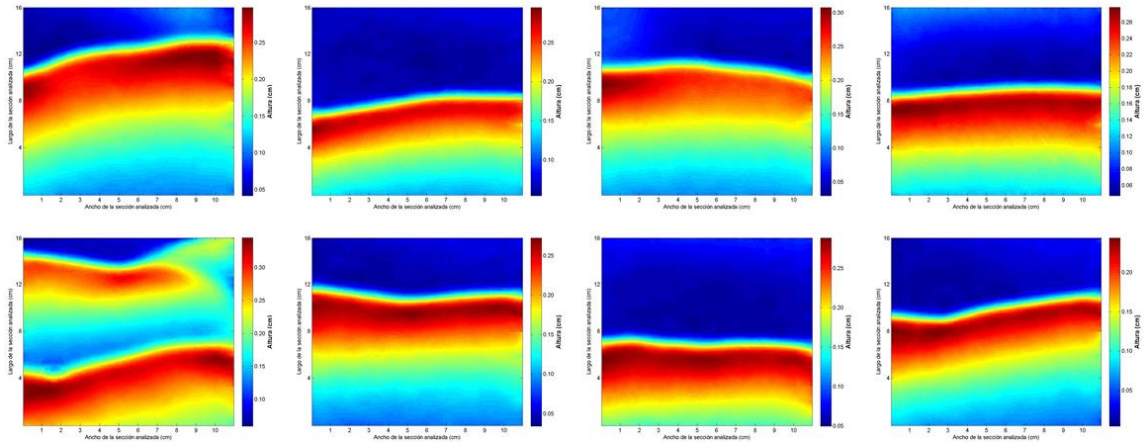


Figura 9.1. Imágenes analizadas para el primer caso de la concentración del 9% del primer caudal en estudio.

- Caso 2:

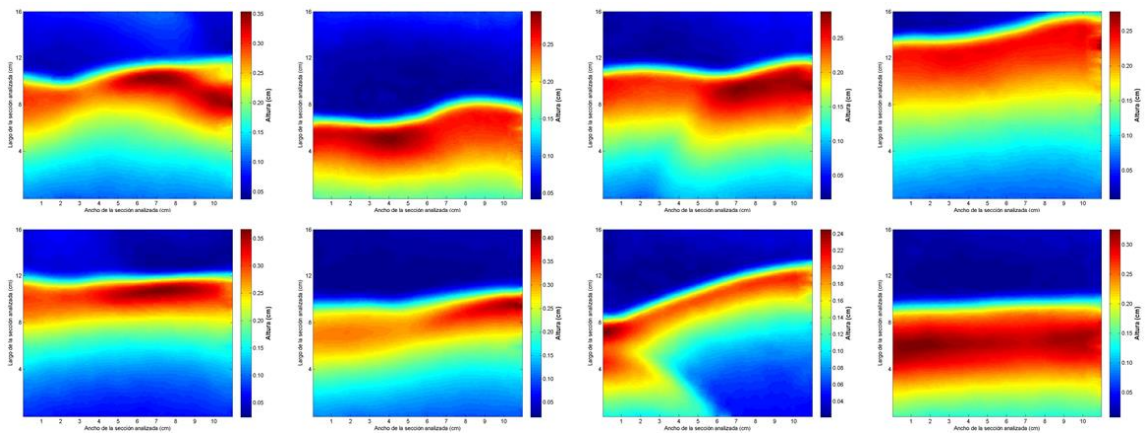


Figura 9.2. Imágenes analizadas para el segundo caso de la concentración del 9% del primer caudal en estudio.

- Caso 3:

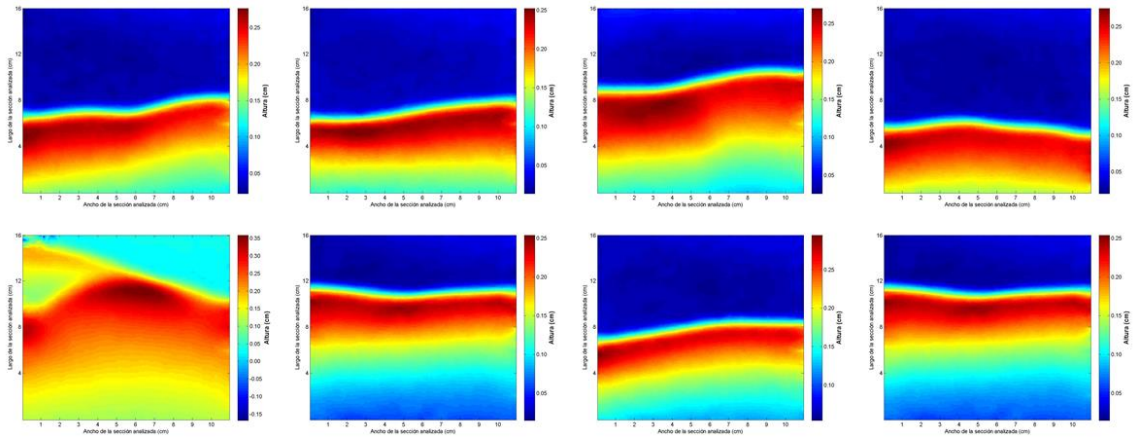


Figura 9.3. Imágenes analizadas para el tercer caso de la concentración del 9% del primer caudal en estudio.

Imágenes adquiridas para la concentración del 9% del segundo caudal en estudio

- Caso 1:

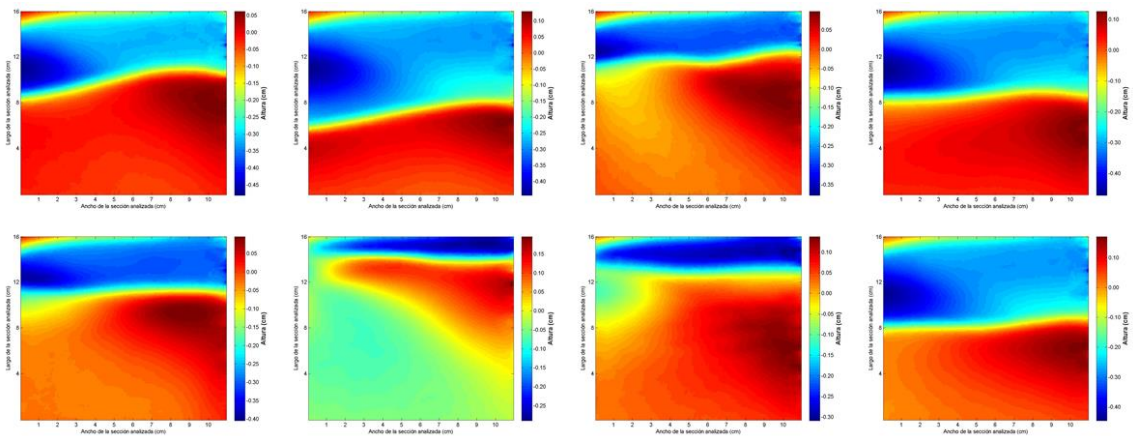


Figura 9.4. Imágenes analizadas para el primer caso de la concentración del 9% del segundo caudal en estudio.

- Caso 2:

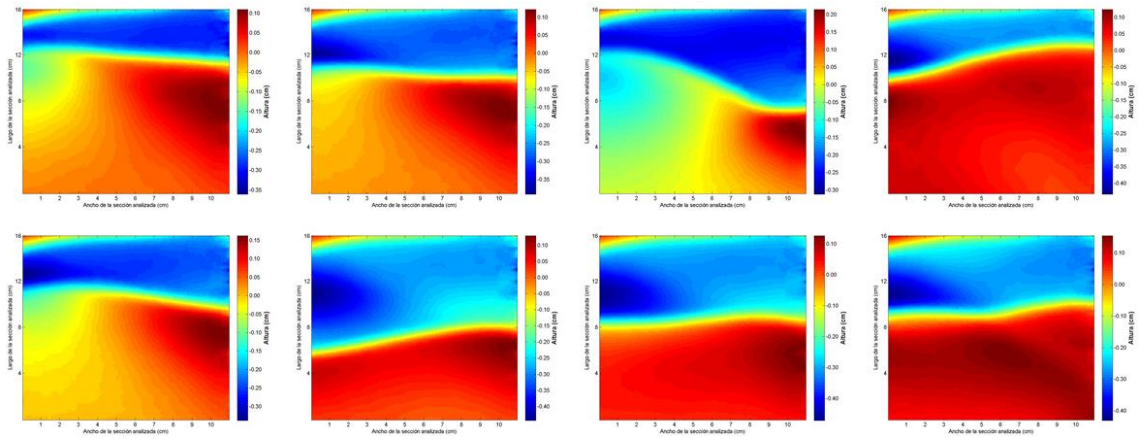


Figura 9.5. Imágenes analizadas para el segundo caso de la concentración del 9% del segundo caudal en estudio.

- Caso 3:

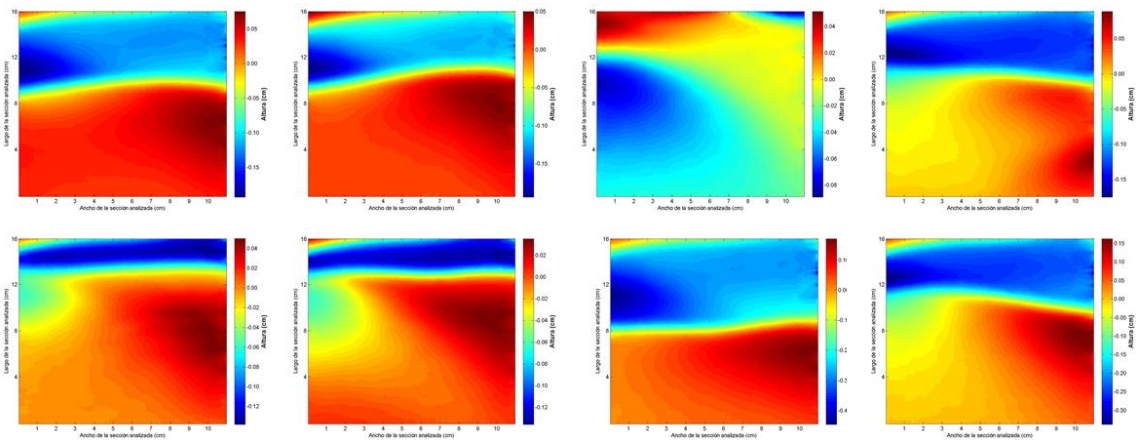


Figura 9.6. Imágenes analizadas para el tercer caso de la concentración del 9% del segundo caudal en estudio.

Imágenes adquiridas para la concentración del 11% del primer caudal en estudio

- Caso 1:

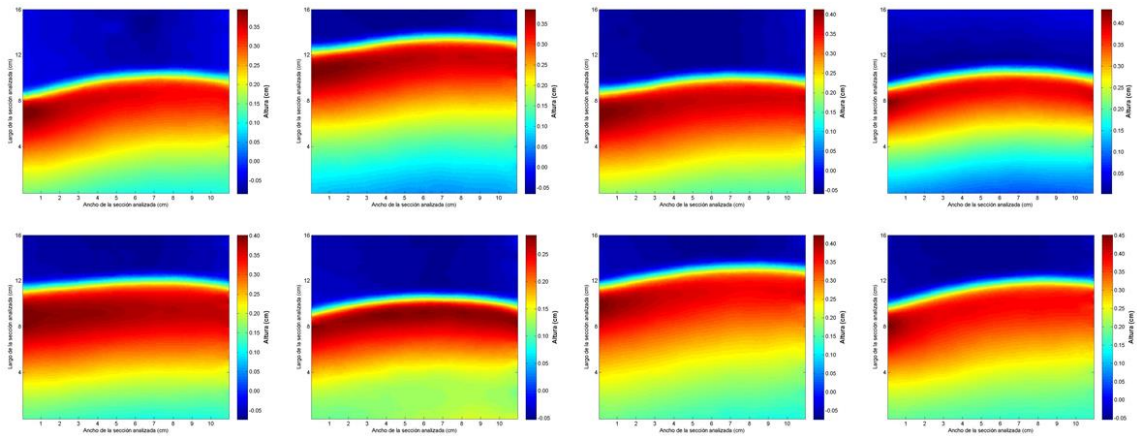


Figura 9.7. Imágenes analizadas para el primer caso de la concentración del 11% del primer caudal en estudio.

- Caso 2:

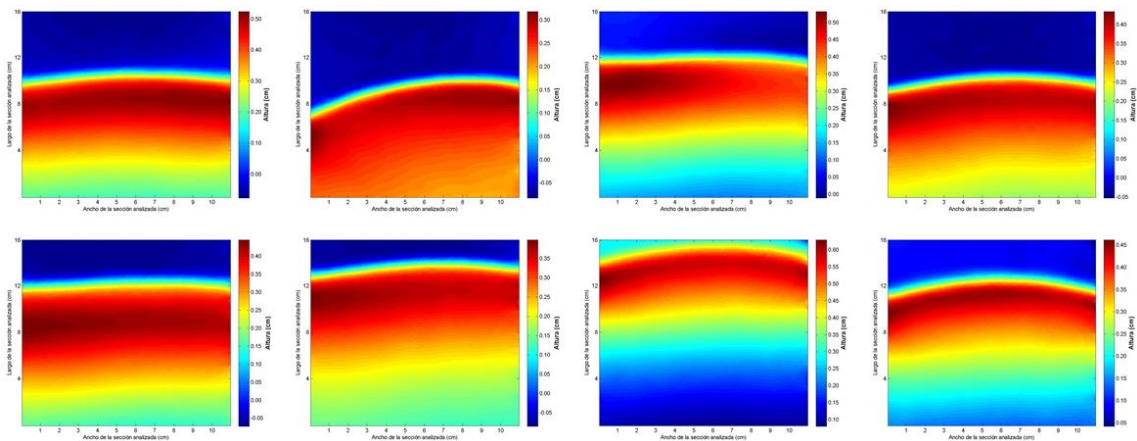


Figura 9.8. Imágenes analizadas para el segundo caso de la concentración del 11% del primer caudal en estudio.

- Caso 3:

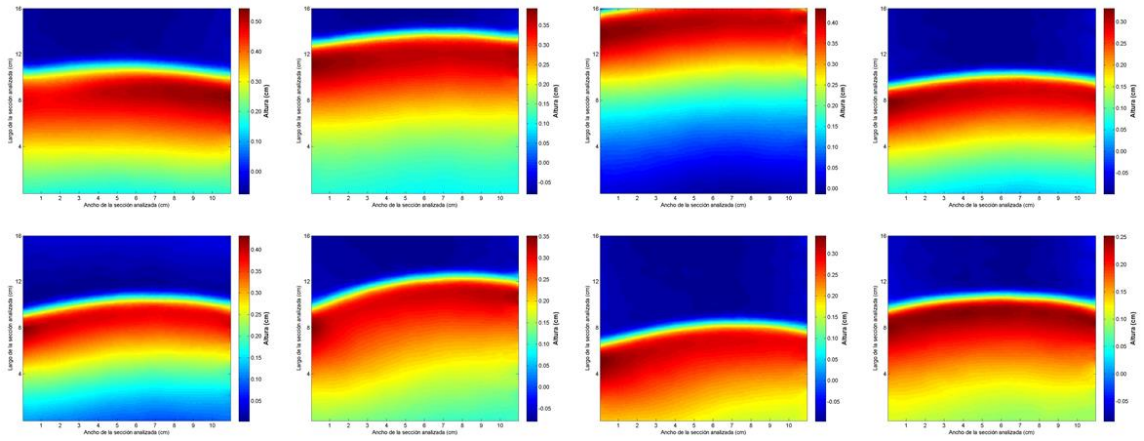


Figura 9.9. Imágenes analizadas para el tercer caso de la concentración del 11% del primer caudal en estudio.

Imágenes adquiridas para la concentración del 11% del segundo caudal en estudio

- Caso 1:

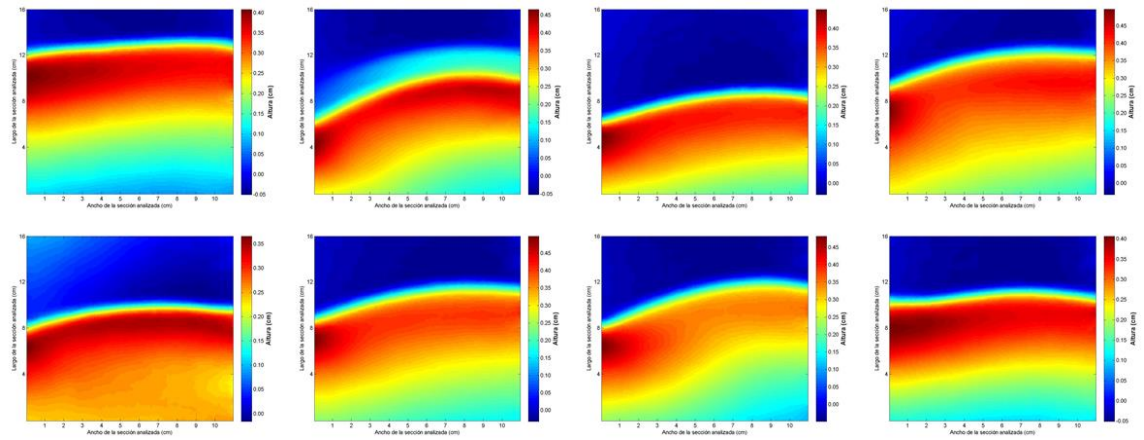


Figura 9.10. Imágenes analizadas para el primer caso de la concentración del 11% del segundo caudal en estudio.

- Caso 2:

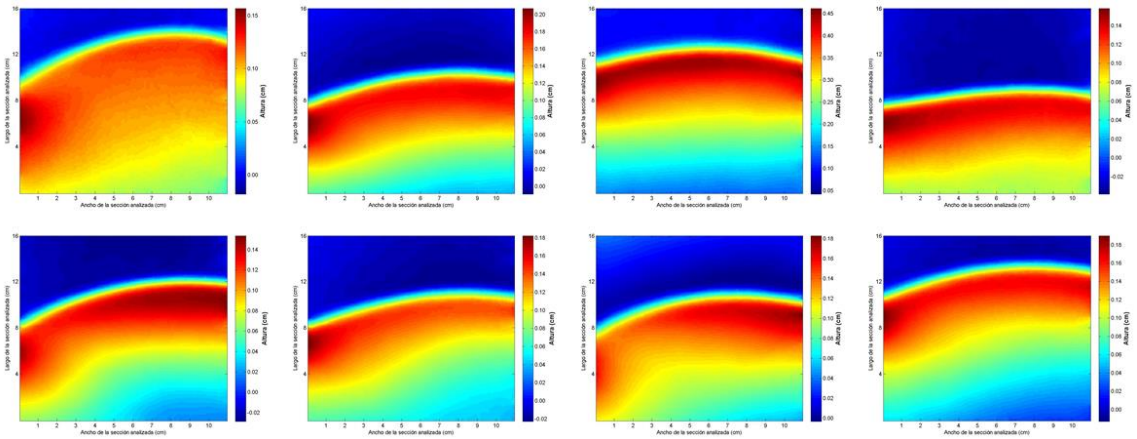


Figura 9.11. Imágenes analizadas para el segundo caso de la concentración del 11% del segundo caudal en estudio.

- Caso 3:

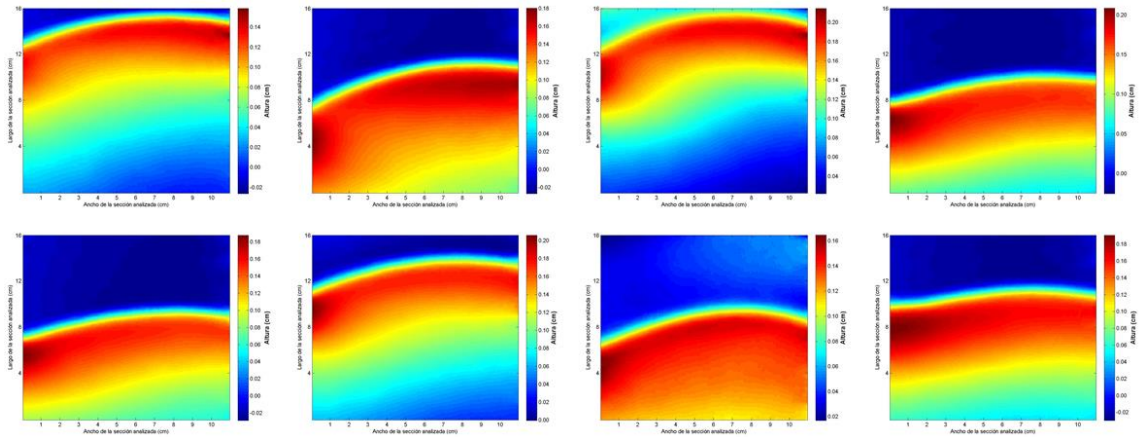


Figura 9.12. Imágenes analizadas para el tercer caso de la concentración del 11% del segundo caudal en estudio.

Algoritmo en Matlab para la obtención del campo escalar de alturas

```
close all
clear all
clc

%% Lectura de U y V (Campos de desplazamiento)
load('desplazamiento.mat')
for i=1:8
    U{1,i} = -ds(i).plot_u_dic;
    V{1,i} = -ds(i).plot_v_dic;
end

%% Proceso de obtención de la Altura
for i=1:8
    vec{1,i} = sqrt(U{1,i}.*U{1,i} + V{1,i}.*V{1,i});
end
dc = 20; lc = 65; dp = 10; lp = 65; D0 = (dc/lc) + (dp/lp); D2 = 1/lp;
s = size(U{1,1}); a = s(1,1); b = s(1,2);
for i=1:8
    c_U{1,i} = U{1,i}*15/179;
end
for n=1:8
    for i=1:a;
        for j=1:b;
            h{1,n}(i,j) = c_U{1,n}(i,j)/(D0+c_U{1,n}(i,j)*D2);
        end
    end
end
for i=1:8
    H(1,i) = max(max(h{1,i}));
end

%% Ver Imágenes
a = 131*15/179; % distancia eje x en píxeles
b = 196*15/179; % distancia eje y en píxeles
for i=1:8
    ff = figure;
    imagesc(c_U{1,i}(33:228,151:282))
    xlabel('Width length (cm)')
    ylabel('Long length (cm)')
    ax = gca;
    set(ax,'XTick',[133*1/11 133*2/11 133*3/11 133*4/11 133*5/11 133*6/11 133*7/11 133*8/11
133*9/11 133*10/11]) % y = (11/132)x, x pixeles, sumar 1 pixel al total
    set(ax,'YTick',[1 49 98 147]) % y = (-16/196)x + 16
    set(gca,'XTickLabel',{'1','2','3','4','5','6','7','8','9','10'})
    set(gca,'YTickLabel',{'16','12','8','4'})
    h = colorbar;
    ylabel(h, 'Height (cm)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'Color', 'black')
    yt=get(h,'YTick');
    set(h,'YTickLabel',sprintf('%2.2f|',yt));
    saveas(ff,sprintf('resultado_analisis/ingles/onda_00%d.jpg',i));
end
```