

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIA  
DEPARTAMENTO DE FISICA

**MODELO EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE ESTALLIDO  
Y EMISIÓN ACÚSTICA EN VOLCANES**

CLAUDIA PAZ SÁNCHEZ ÁLVAREZ

**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIA**  
**DEPARTAMENTO DE FISICA**



**MODELO EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE ESTALLIDO  
Y EMISIÓN ACÚSTICA EN VOLCANES**

**CLAUDIA PAZ SÁNCHEZ ÁLVAREZ**

Profesor Tutor: Francisco Melo Hurtado

Profesor Co-tutor: Valérie Vidal

Trabajo de tesis presentado en conformidad a  
los requisitos para obtener el grado de Doctor  
en Ciencias con mención en Física

**SANTIAGO - CHILE**

**2014**

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIA  
DEPARTAMENTO DE FISICA



## MODELO EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE ESTALLIDO Y EMISIÓN ACÚSTICA EN VOLCANES

CLAUDIA PAZ SÁNCHEZ ÁLVAREZ

Profesor Tutor : Dr. Francisco Melo.  
Profesor Co-Tutor : Dr. Valérie Vidal.  
Profesores Comisión : Dr. Fernando Lund.  
: Dr. Belfor Galaz .  
: Dr. Germán Varas.  
: Dr. Iaroslav Ispolatov.

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS  
CON MENCIÓN EN FÍSICA

SANTIAGO DE CHILE

2014

“MODELO EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE  
ESTALLIDO  
Y EMISIÓN ACÚSTICA EN VOLCANES”

Trabajo de graduación presentado a la Facultad de Ciencia, en cumplimiento parcial de los requerimientos exigidos para optar al grado de Doctor en Ciencias con mención en Física.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

SANTIAGO - CHILE

2014

"MODELO EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE ESTALLIDO  
Y EMISIÓN ACÚSTICA EN VOLCANES"

CLAUDIA PAZ SÁNCHEZ ÁLVAREZ

Este trabajo de Graduación fue elaborado bajo la supervisión del profesor guía Dr. Francisco Melo, del Departamento de Física y Valérie Vidal de la Ecole Normale Supérieure de Lyon, Francia, ha sido aprobado por los miembros de la Comisión Calificadora, de, candidato, Dr. Fernando Lund, Dr. Belfor Galaz, Dr. Germán Varas y Dr. Iaroslav Ispolatov.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Profesor Guía

.....

DIRECTORA

*“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo  
y no en el resultado.  
Un esfuerzo total es una victoria completa”.*  
*- Mahatma Gandhi*

*Dedicado a  
mi familia  
y a ti ♡*

# Agradecimientos

Primero que todo quiero agradecer a mis Papás. Gracias a ellos soy quien soy ahora y con el nombre que venga por delante de Claudia Sánchez, seré la hija eternamente agradecida por todos los esfuerzos que hicieron y hacen aún por nosotras. Espero haber cumplido de alguna forma sus expectativas y sueños por lo que tanto han luchado para que seamos mejores personas y ser felices. Muchas gracias por todo su amor, los quiero mucho!

Agradezco a todas las personas que aportaron un granito de arena durante estos años de estudio. A mis mejores amigos desde “chicos” la Feñi y el Nico que siempre estuvieron ahí. A las lindas personas que fuí encontrando en el camino y al final de éste. A mis compañeros del laboratorio; a la Romi que me encantó conocerla un poco más, su personalidad y madurez me ayudaron harto en estos últimos meses; el Javier que se porto un siete conmigo, aún así todo lo molestosa que fuí con él; al Nelson, que me llevo por un camino que jamás pense que me iba a gustar tanto y que me ayudo en todo este proceso: correr y en fin a toda la gente del laboratorio de No-lineal que hicieron especiales cada reunión con galletas, almuerzos, shushis y algunas (bastantes) veces asado. Me alegro mucho de haber pertenecido a un lugar tan especial y profesional como el laboratorio de Física no-lineal.

Le doy gracias al “Profe” por aceptarme trabajar en el laboratorio, fué una experiencia dura y gratificante al ver los resultados que podía obtener de maneras tan simples y por las largas conversaciones que me enseñaron mucho de ciencia y bastante de la vida. Le agradezco a Valérie por haberme aceptado realizar una pasantía en la Ecole francesa. Lejos la mejor experiencia que he tenido tanto profesional y personalmente. Crecí un montón, conocí a mucha gente de otras culturas que me ayudaron a ver el mundo de forma diferente y conocer realidades científicas y sociales distintas a las que veo en mi país, que me hacen pensar que la sociedad puede ser mejor. Gracias Valérie por la paciencia que me tuviste en mi trabajo allá, acá y las enumerables veces que me escuchaste decir “mi nombre es...” en francés e inglés. Muchas gracias a los dos!!!

Por último quisiera agradecer a Franco que a pesar de no estar a mi lado en los últimos kilómetros de esta carrera, siempre estuvo conmigo llenandome de cariño, amor y mucha paciencia. Te agradezco cada hora de sueño que te quite y no tengo más que decirte que te adoro y que a pesar de todo y la distancia, sigues siendo mi mejor "parner". Te amo!

# Tabla de Contenido

<b>Tabla de Contenidos</b> . . . . .	<b>IV</b>
<b>1. Introducci[Pleaseinsertintopreamble]n general</b>	<b>3</b>
1.1. Problemática geofísica . . . . .	3
1.2. Ondas acústicas en volcanes . . . . .	6
1.3. Plan del manuscrito . . . . .	8
<b>2. Motivación y Estado del Arte</b>	<b>10</b>
2.1. Observaciones en volcanes: Infrasonidos . . . . .	12
2.2. Procesos físicos que producen sonidos en volcanes . . . . .	12
2.2.1. Ruido avión jet . . . . .	13
2.2.2. Explosión dentro del fluido: Tremores . . . . .	14
2.2.3. Burbujas . . . . .	15
2.2.3.1. Vibraciones en un fluido . . . . .	15
2.2.3.2. Oscilaciones en superficie . . . . .	16
2.2.3.3. Explosiones . . . . .	17
2.3. Resonancia . . . . .	18
2.3.1. Resonancia de Helmholtz . . . . .	20
2.3.2. Resonancia Longitudinal . . . . .	21
2.4. Trabajos anteriores: modelos experimentales de resonadores . . . . .	23
2.4.1. Dispositivo experimental . . . . .	23
2.4.2. Frecuencia de la onda . . . . .	24
2.4.3. Amplitud teórica de la onda . . . . .	25
2.4.4. Problema del tiempo de ruptura . . . . .	27
2.4.5. Energía acústica . . . . .	28
2.5. ¿Qué hay que entender? . . . . .	29

## TABLA DE CONTENIDO

<b>3. Regímenes no-lineales</b>	<b>31</b>
3.1. Introducción . . . . .	31
3.2. Dispositivo experimental . . . . .	32
3.2.1. Membrana elástica . . . . .	34
3.2.2. Influencia de la sobrepresión . . . . .	35
3.2.3. Control del tiempo de ruptura . . . . .	36
3.3. Forma de la onda acústica . . . . .	39
3.3.1. Amplitud dentro del tubo: cambio de régimen . . . . .	41
3.3.2. Amplitud afuera: teoría de Lighthill . . . . .	42
3.3.3. Contenido Frecuencial . . . . .	44
3.4. Energía Acústica . . . . .	47
3.4.1. Energía de la señal afuera . . . . .	47
3.4.2. Mecanismos de pérdida de energía . . . . .	50
3.4.3. Influencia del tiempo de ruptura . . . . .	53
<b>4. Efectos de la membrana en la acústica</b>	<b>56</b>
4.1. Montaje Experimental . . . . .	56
4.2. Señales acústicas en función del tiempo de ruptura . . . . .	57
4.2.1. Tiempo de caída de presión y tiempo de ruptura . . . . .	57
4.2.2. Onda acústica adicional . . . . .	60
4.3. Diferentes dinámicas de apertura . . . . .	61
4.3.1. Dinámica rápida de apertura . . . . .	61
4.3.2. Piercing en la membrana . . . . .	65
4.3.3. Ruptura de la membrana en dos pasos . . . . .	67
4.4. Onda transversal y dinámica de fractura . . . . .	69
4.5. ¿Cómo afecta a la señal acústica el tiempo de ruptura? . . . . .	73
4.5.1. Forma de la onda acústica . . . . .	73
4.5.2. Amplitud de la onda acústica . . . . .	75
4.5.3. Contenido frecuencial . . . . .	76
4.6. Conclusión . . . . .	79
<b>5. Ondas Sísmicas</b>	<b>80</b>
5.1. Motivación . . . . .	80
5.2. Dispositivo experimental . . . . .	83
5.3. Propagación de la onda . . . . .	84

*TABLA DE CONTENIDO*

5.4. Conclusión . . . . .	89
<b>6. Conclusión</b>	<b>90</b>
<b>A. Anexo</b>	<b>92</b>
A.1. Cálculo de la relación energía total y el primer peak . . . . .	92
A.2. “N shape” . . . . .	93
<b>B. Anexo</b>	<b>95</b>
B.1. Mecanismos posibles para la repartición de la energía en los modos . . . . .	95
B.1.1. Helmholtz . . . . .	95
B.1.2. Modos laterales . . . . .	96
B.1.3. No-linealidades . . . . .	96
<b>C. Anexo</b>	<b>100</b>
C.1. SPL . . . . .	100
C.2. Ondas de Choque . . . . .	101
C.2.0.1. Ondas de choque en tubos . . . . .	102
C.3. Régimen de onda de choque débil . . . . .	103
C.4. No linealidades . . . . .	103
<b>D. Anexo</b>	<b>106</b>

## Resumen

La actividad estromboliana es comúnmente descrita como explosiones repetitivas y en algunos volcanes se puede observar que estas explosiones son producidas por burbujas de gas, de estructura alargada y tamaños que fluctúan entre 1 a 10 m llamadas "slugs". Estas últimas estallan frecuentemente a cierta profundidad dentro del conducto volcánico debido a la sobrepresión en su interior. Estimar la sobrepresión dentro de la burbuja antes de la explosión, es uno de los mayores esfuerzos de los vulcanólogos, ya que no existen técnicas para medir en el interior de la cámara magmática, de modo que ésta información es usualmente modelada linealmente u obtenida mediante mediciones indirectas de la actividad sísmica. Basados en un modelo de laboratorio, se ha investigado la onda acústica producida por una sobrepresión en una cavidad cilíndrica inicialmente cerrada por una membrana elástica. El sistema experimental es análogo a el estallido de una burbuja en un conducto volcánico abierto, como es el caso del volcán Stromboli en Italia o el volcán Villarrica en Chile. En el rango de sobrepresiones estudiadas, se ha podido identificar una transición no-lineal en la transmisión de la sobrepresión desde la cavidad volcánica, observación que difiere de los modelos lineales usualmente utilizados. Además se realizó un estudio de la dinámica de ruptura de la membrana elástica, la cual a largos tiempos de propagación se modela en el régimen de una fractura de un material frágil, donde, además se observa la propagación de una onda superficial de forma transversal. Finalmente se intentó observar el vínculo entre las señal acústica y sísmica que puede ser provocada por la resonancia del conducto. Esto llevó a proponer otros métodos futuros que ayudarán a comprender de mejor forma la relación entre estas dos mediciones importantes en el campo de la vulcanología y así poder anticiparse a fenómenos naturales tan espectaculares como las erupciones volcánicas, especialmente en un país como el nuestro.

## **Abstrac**

The strombolian activity is commonly described as repetitive explosions and some volcanoes can be seen that these explosions are caused by gas bubbles, elongated and structure sizes ranging from 1-10 m called "slugs". The latter frequently erupt at depth within a vent due to the overpressure inside. Estimate the pressure inside the bubble before the explosion, is one of the largest efforts volcanologists because there are no techniques for measuring inside the magma chamber, so that this information is usually modeled linearly or obtained by measurements hints of seismic activity. Based on a laboratory model, we investigated the acoustic wave produced by an overpressure in a cylindrical cavity initially closed by an elastic membrane. The experimental system is analogous to the bursting of a bubble in an open volcanic conduit, such as the Stromboli volcano in Italy and the Villarrica volcano in Chile. Overpressure in the range studied, it was possible to identify a non-linear transition in the transmission of the overpressure from the volcanic cavity, observation differs from usually used linear models. Furthermore, a study of the dynamics of the elastic membrane rupture was performed, which at longer propagation is modeled fracture regime of a brittle material, where, besides the propagation of a surface wave is observed transversely. Finally he tried to observe the link between the acoustic and seismic signal that can be caused by the resonance of the duct. This led to propose other future methods that will help to better understand the relationship between you two important measurements in the field of volcanology and be able to anticipate such spectacular natural phenomena such as volcanic eruptions, especially in a country like ours.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Problemática geofísica

Los volcanes son una manifestación de la naturaleza dinámica de nuestro planeta. Debido al constante movimiento de la corteza terrestre los volcanes son frecuentes en todas partes del mundo y sobre todo donde existen la intersección de dos placas tectónicas, debido (mayoritariamente) a la subducción entre ellas. La actividad de un volcán es extremadamente compleja ya que distintas variables pueden afectar esta actividad de manera directa e indirecta.

Los vulcanólogos tratan de predecir mediante el estudio de los cambios en la actividad volcánica, la característica de erupción y para ello observan los diferentes factores que pueden influir en el proceso volcánico. Tener un acceso real de la viscosidad del magma, la geometría del conducto volcánico o la sobrepresión involucrada, es muy difícil o casi imposible para muchos volcanes, ya que estas variables no se pueden obtener de manera directa a partir de mediciones en terreno. Así con la ayuda de las mediciones de señales acústicas y sísmicas, y el acoplamiento entre estas, se espera tener más información de los procesos eruptivos.

Después de Indonesia, Chile tiene la mayor cantidad de volcanes activos del planeta. Dentro de su territorio tiene más 2000 volcanes de los cuales 91 son activos pero sólo 43 de ellos son monitoreados continuamente. Un ejemplo de volcán con constante actividad es el Villarrica, que entre los años 1585-1985 ha registrado más de 60 erupciones importantes por lo que esta clasificado como el volcán más activo de toda la cordillera de los Andes [1].

El Volcán Villarrica es un estratovolcán de forma cónica casi perfecta, con una altura de

2.847 msnm (metros sobre el nivel del mar) y un diámetro del cráter de aproximadamente 400 m. En el conducto volcánico se puede ver el magma en un rango de 30-40 metros de profundidad, que puede variar. Este volcán está monitoreado constantemente, debido que es un permanente riesgo por la cercanía de localidades densamente pobladas. Un registro periodico de su actividad es primordial para entender y anticipar los peligros inherentes a este tipo de fenómenos, tales como temblores (sismos producidos por volcanes) y emisiones acústicas. Durante Febrero - Marzo del 2015, el Villarrica, se mantuvo en alerta amarilla-roja. Enormes burbujas de gases explotaron, eyectando salpicaduras de lava hacia el exterior (Fig. 1.1), lo que hizo evacuar a la población de sus cercanías. Este tipo de actividad se llama estromboliana y lleva el nombre por el volcán italiano Stromboli, ícono de este tipo de actividad, que se caracteriza por un magma fluido en el que gases suben a la superficie y forman burbujas que explotan en intervalos regulares de tiempo.

Existen diferentes factores que controlan el tipo de dinámica eruptiva. La cantidad de gas en el magma [2], que en particular rige la reología principalmente debido a los cambios de la viscosidad [3]. En consecuencia, y por un lado, sistemas volcánicos con magmas de viscosidad relativamente baja (entre 1 y  $10^3$  Pas), presentan erupciones de tipo efusivas<sup>1</sup>. Por otro lado a viscosidades grandes ( $> 10^6$  Pas) la tendencia eruptiva es más bien explosiva<sup>2</sup>. A veces el mismo volcán, a cortos tiempos, puede presentar diferentes dinámicas eruptivas, lo que es exclusivamente controlado por la viscosidad del magma [3].

Se observa que existe una variación en la actividad eruptiva en algunos volcanes, que puede alternar en diferentes regímenes debido a cambios de la viscosidad. En particular, el volcán Stromboli, está descrito como una erupción intermitente [4]. La intermitencia se refiere a un sistema que alterna entre un estado "off", identificado como una desgasificación continua (caracterizado con un temblor volcánico) y un estado "on", que corresponde a un periodo de actividad importante de explosiones. Aún así cuando este intercambio es rápido y de forma aleatoria, se deben identificar los parámetros que lo controlan.

Los procesos de desgasificación adquieren una real importancia en la determinación del estilo de erupción [5, 6, 7, 3]. El magma contiene gases disueltos (principalmente; H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub> y SO<sub>2</sub>) cuya descompresión durante el ascenso a la superficie permite la nucleación de burbujas (ver Fig. 1.2a). Si el magma tiene una viscosidad elevada, el gas formado puede filtrar; en este caso el magma se puede considerar como un medio poroso y/o rompible con el paso del gas [3, 8, 9]. Por otro lado, si el magma tiene una viscosidad baja, se puede considerar como fluido

<sup>1</sup>Erupciones efusivas de magma pocos viscosos como las de tipo Hawuaiana y Estromboliana

<sup>2</sup>Erucciones explosivas con magmas mucho más viscosos como las Vulcanianas y Plinianas

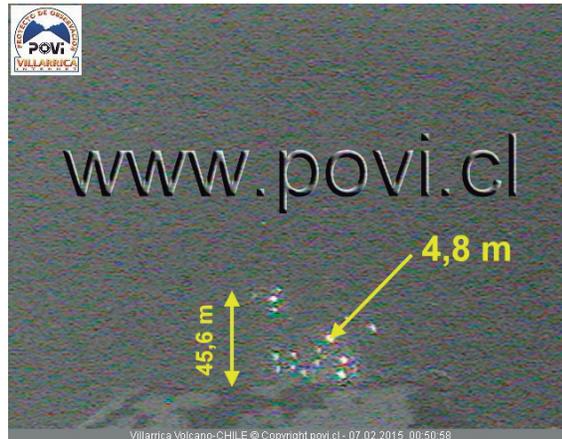


Figura 1.1: Volcán Villarrica, Chile. Alerta amarilla 06/02-07/02 de 2015, el volcán registro erupciones tipo estrombolianas, evidenciando una gran burbuja que explotaba en el cráter del volcán. El diámetro de la burbuja es de 4.8m, alcanzando salpicaduras de lava hasta alturas de 45m (POVI. Proyecto de observación Villarrica internet)

viscoso en el que se forman burbujas que suben a través de él por el conducto volcánico. Estas burbujas pueden tener ser esféricas, o ser la consecuencia de una coalescencia de muchas burbujas pequeñas [10] que conducen a una gran burbuja de forma alargada llamada *slug*<sup>3</sup>, y que produce grandes explosiones en superficie (ver Fig. 1.3). La formación de estos *slugs* depende de la velocidad con que las burbujas suben por el magma [7, 3], la geometría de la cámara magmática [11] y la geometría del conducto [12].

La problemática de los vulcanólogos es la predicción de la erupción volcánica y de su nivel de explosividad. Cada erupción volcánica lleva consigo peligros inherentes a su actividad y a las ciudades pobladas que se encuentran alrededor. Las mediciones de señales sísmicas y acústicas, son los métodos utilizados por los vulcanólogos para entender el proceso de erupción. Todos los parámetros que cuantifican la actividad volcánica son difíciles de estimar para los vulcanólogos, por lo que recurren a modelos teóricos y - en particular, de inversión de onda - para poder estimarlos. Desde hace más de dos décadas, además de los datos sísmicos, los vulcanólogos han empleado técnicas de medición acústicas, en la medida de poder monitorear los eventos y entender la característica y dinámica eruptiva de un volcán y así, poder anticiparse a alguna catástrofe.

<sup>3</sup>“slug” en español sería como la forma de una babosa

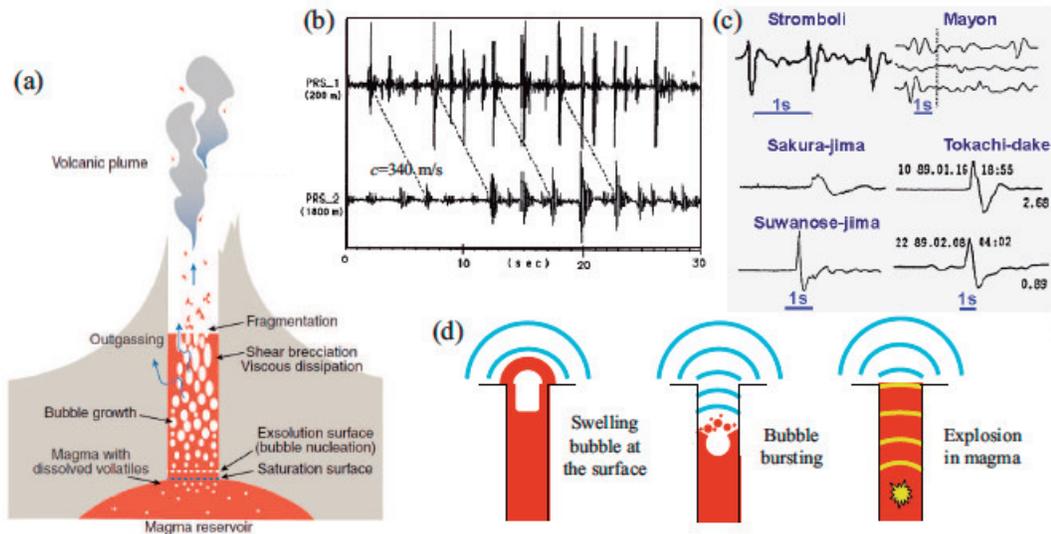


Figura 1.2: (a) Ilustración de la dinámica de volcán [Gonnermann & Manga, (2007)]. (b) Emisión acústica cuasi-periódica del volcán Stromboli, Italia [6]. (c) Forma de la onda acústica de los volcanes Stromboli (Italia), Mayon (Filipinas), Sakurajima y Suwanose-jima (Japón). (d) Diferentes modelos que explican la señal acústica del Stromboli (cortesía M. Ichihara): (izquierda) oscilaciones del “slug” en la superficie [13, 10]; (centro) explosión de una burbuja en el conducto volcánico [14]; (derecha) explosión a cierta profundidad del conducto magmático [15].

## 1.2. Ondas acústicas en volcanes

Los volcanes tienen un amplio espectro de sonidos, con grandes explosiones y temblores al final del rango infrasónico (0.1Hz hasta 20-30Hz), a pequeña escala un “jet”, y silbidos de fumarolas en el rango audible. Sin embargo, debido a que los volcanes tienen grandes dimensiones espaciales, la mayoría irradia la potencia acústica en longitudes de onda larga. Mediante la relación  $c = \lambda f$ , donde  $\lambda$ (m) es la longitud de onda,  $c$  la velocidad del sonido ( $c = 340\text{m/s}$  en la atmósfera terrestre) y  $f$  la frecuencia (Hz), se deduce que las frecuencias corresponden al rango infrasónico, que se atribuyen a escalas de metros o aún más grandes. Los sonidos audibles en el volcán son apenas una pequeña parte de la verdadera energía que puede emitir a frecuencias infrasónicas. Por ejemplo, los sonidos de explosiones estrombolianas registradas cerca de rejillas de ventilación tienen frecuencias entre 1Hz a 10Hz [16], con una gama de ocho órdenes de magnitud en la intensidad acústica. Por lo que el infrasonido se genera de manera eficiente para procesos de gran escala y pueden viajar a través de la atmósfera a

grandes distancias (1000 km), con poca atenuación.



Figura 1.3: Explosión de un slug (burbuja de gas gigante) en el volcán Etna, Italia, 2001 (T. Pfeiffer; [www.decadevolcano.net](http://www.decadevolcano.net)).

Por otro lado, las señales sísmicas son el resultado de superposiciones complejas de efectos de la fuente (movimiento de lava en la cámara magmática por ejemplo) y de la propagación en un medio fuertemente difusivo [17]. Al interpretar las señales sísmicas se necesitan modelos de inversión, para entender los mecanismos de la fuente que las propaga. Adicionalmente, las ondas pueden estar afectadas por inhomogeneidades del terreno, lo que hace difícil su interpretación por lo que los sismólogos se apoyan en métodos de triangulación para poder detectar las fuentes.

En cambio, las ondas acústicas producidas por erupciones volcánicas, pueden propagarse varios kilómetros desde su fuente de origen sin disipación o difusión importantes. Eso permite su monitoreo a distancias grandes del volcán, sin demasiada pérdida de información [18], por lo que el análisis de las señales acústicas emitidas por volcanes es cada vez más frecuente y relevante. Un ejemplo de señales infrasónicas registradas del volcán Stromboli, Italia, en 1994, se presenta en la Fig. 1.2b, [6]. Se muestra la repetitividad de la señal infrasónica, con un periodo de 1s para dos estaciones de monitoreo a diferentes distancias de la fuente. Se puede verificar que la misma onda se registra en ambas estaciones, con un retardo correspondiente a su velocidad de propagación, siendo  $c = 340\text{m/s}$  ( $25^\circ\text{C}$ ). Este caso es típico de una actividad periódica del volcán, marcada por la sucesiva explosión de burbujas (desgasificación continua) en la superficie del magma. El análisis de las señales acústicas, entonces, permite una relación directa con el proceso de emisión del gas. Se puede notar que las ondas infrasónicas correspondiente a la explosión de una sola burbuja, en el caso del Stromboli y para otros volcanes también (Fig. 1.2c), son muy similares a la onda producida por el estallido de un globo llamada onda N, llamadas así por su forma [19].

El origen de las señales acústicas aún es un tema a debatir, debido a que pueden ser producidas por flujo de gas a alta temperatura y velocidad que emiten sonidos parecidos a los que produce un avión, por crack en el conducto volcánico que puede producir resonancia o burbujas

gigantes que explotan en la superficie del magma. Sobre ciertos volcanes como el Erebus en la Antártica, la visualización directa del cráter permite asociar las señales acústicas a la explosión de burbujas en la superficie de lagos de lava en la cima de este [18] [20] [21]. Estas observaciones son posibles cuando no es peligroso acercarse al cráter y cuando el nivel del magma permite una visualización directa del estallido de las burbujas. Diferentes modelos se han propuesto para entender la forma de la onda acústica registrada en (Fig.1.2d): la vibración del slug (burbuja de gas gigante) antes de llegar a la superficie, el estallido de una burbuja en la superficie del magma, dentro del conducto volcánico; o una explosión a cierta profundidad dentro la columna magmática. Las burbujas, entonces juegan un papel importante en la generación de señales, o más generalmente, en la onda de presión emitida a la atmósfera [12] [22]. Uno de los parámetros importantes para entender la formación y dinámica de estas burbujas es la sobrepresión antes de que estas estallen y el vínculo con la señal acústica que generan. Es importante entender, a partir de la señal acústica, las propiedades de la burbuja, ya que son ellas las que generan la explosividad los volcanes de tipo strombolianos.

### 1.3. Plan del manuscrito

El objetivo de este trabajo de Tesis es poder, mediante mediciones indirectas (sonido), caracterizar la dinámica de las erupciones en fin de poder desarrollar métodos que ayuden a predecir la dinámica de erupción volcánica y ayudar a disminuir los posibles riesgos asociados a estos fenómenos. De esta forma, el estudio experimental de fenómenos físicos en aplicaciones como éstas constituyen una buena aproximación para comparar y entender las observaciones en terreno, que pueden predecir a corto o largo plazo la dinámica de una erupción volcánica. Si bien la comparación entre estos sistemas (volcanes en erupción) y los experimentos en el laboratorio son bastantes diferentes, se trata de reproducir lo más fielmente las observaciones originales para comprender estos fenómenos. En el laboratorio, se escala el problema y se identifican los parámetros relevantes involucrados para enfocarse en un mecanismo físico específico: en nuestro caso, la emisión de sonido.

Para empezar, se entregará al lector referencias sobre los tipos de volcanes y sus características eruptivas, enfocado a un tipo llamada Estromboliana, que es la que se desea modelar como tipo de resonador acústico. Además se hará una revisión del estado del arte de los problemas físicos involucrados en la dinámica de los volcanes. Experimentos y teoría asociados a estos fenómenos naturales que se han desarrollado en las últimas décadas debido al reciente aumento

de la calidad de mediciones en terreno de las señales infrasónicas.

A continuación, en la primera parte del trabajo (Capítulo 3), se estudiará la propagación de ondas acústicas que se generan debido a la repentina explosión de una burbuja con sobrepresión fija dentro de un modelo experimental de conducto volcánico. En particular se analizará, a escala del laboratorio, la transición entre un régimen de acústica lineal y la aparición de no-linealidades. ¿Qué pasa cuando en nuestro sistema las sobrepresiones pueden alcanzar varios kiloPascuales o llegar a la presión atmosférica?. ¿Cómo podemos saber el comportamiento de la presión al interior de nuestro sistema sólo midiendo el valor de la señal acústica afuera de este sistema?

En la segunda parte del trabajo (Capítulo 4), se orientará hacia la comprensión del efecto de la dinámica de ruptura de la burbuja sobre la señal acústica. ¿Qué pasa cuando el tiempo de ruptura de la burbuja es grande, debido al cambio de su forma, ya sea por la sobrepresión o por la deformación inicial? Puede la onda acústica evidenciar el cambio de este tiempo característico? Nos focalizaremos en la generación, para tiempo de ruptura largos, de una onda elástica que se propaga en la "cabeza" de la burbuja, y genera una onda acústica adicional.

Además, cuando la burbuja estalla puede producir ondas superficiales alrededor de ella, especialmente si se encuentra confinada entre paredes rígidas? ¿Puede el sistema resonante excitar una onda "sísmica" que se propaga dentro el sólido?. El capítulo 4 presenta un experimento exploratorio, con la idea de conectar la señal acústica con la eventual señal sísmica que se podría generar.

Finalmente, la última parte del manuscrito llevará al lector a concluir respecto a las problemáticas existentes y las perspectivas de trabajos futuros relacionados con el campo de la geofísica. Se adjuntarán los artículos publicados de cada tema, y los análisis anexos tales como cálculos de energía, largos efectivos del tubo y modelos para la presión dentro de la cavidad.

## **Capítulo 2**

# **Motivación y Estado del Arte**

En geofísica las señales acústicas son producidas frecuentemente por fluctuaciones de la presión inducidas por inestabilidades del movimiento de un fluido o movimiento súbito de superficies y pueden ser generadas en volcanes por diversos procesos que van desde un discreto impacto en el suelo hasta el eco de los armónicos del conducto volcánico; a través de las explosiones Estrombolianas impulsivas (magma de baja viscosidad) y Vulcanianas, terminando con ruido jet para las erupciones Subpliniana y Pliniana (viscosidades más altas).

Los diferentes procesos por lo que puede pasar un volcán se enmarcan en cuanto es la energía que puede liberar. Haciendo una comparación, el ruido de un mosquito cerca de el oído humano genera un sonido que en promedio es de  $20\mu\text{Pa}$  ( $20 \times 10^{-6}\text{Pa}$ ). En contraste, grandes erupciones pueden producir un peak de sobrepresión de 100 Pa a varios kilómetros de distancia. Los volcanes tienden a producir sonidos con bajas frecuencias ( $f$ ) o largos períodos ( $T$ ), asumiendo que la velocidad del sonido  $c = 346\text{m/s}$  y las longitudes de onda  $\lambda$  a las cuales propagan son grandes, las frecuencias a la cual emite el volcán es pequeña. Los seres humanos podemos oír en el rango de 20-20.000 ciclos por segundo (Hz). Sobre 20.000 Hz se llama ultrasonido, famoso por la ecolocación de la ballenas y murciélagos, bajo los 20Hz se denomina infrasonido y es en el espectro de sonido en que comunmente los volcanes emiten su energía.

El volcán Stromboli es uno de los volcanes más estudiados en el mundo debido a su continua actividad<sup>1</sup>. Éste evidencia que en la superficie del magma se producen explosiones de burbujas del orden de 1-10m de diámetro [10]. Uno de los parámetros clave para entender este comportamiento eruptivo es la estimación de la sobrepresión  $\Delta P$  dentro del “slug” antes de su explosión, que puede ocurrir ya sea en la superficie del volcán o en el interior del conducto. Esta cuantificación sin embargo sigue siendo un gran desafío para los vulcanólogos y sólo ha sido estudiada por métodos de inversión acústica. Por otro lado, la presión del gas en el interior de las burbujas volcánicas puede variar fuertemente y a veces superar la presión atmosférica por hasta varios MPa [13], exhibiendo regímenes acústicos no lineales.

En este capítulo se introducirá los procesos físicos que se involucran en las características eruptivas de un volcán y como pueden producir sonidos mediante el proceso eruptivo. En particular, se referirá al estudio de las señales infrasónicas que se pueden medir y modelar cuando algunos volcanes emiten sonidos armónicos producto de la explosión de una burbuja que estalla debido a la sobrepresión en el conducto volcánico.

---

<sup>1</sup>El volcán Stromboli lleva más de 300 años haciendo erupción

## 2.1. Observaciones en volcanes: Infrasonidos

Ondas de infrasonido producidas por volcanes activos entregan valiosa información sobre la dinámica de erupción. El fuerte infrasonido que puede producir un volcán al tener alguna actividad eruptiva ha sido estudiado desde hace varios años con diferentes enfoques: 1) la dinámica de erupción, 2) la vigilancia de volcanes activos, con el fin de mitigar los posibles riesgos de este y 3) el sondeo en la atmósfera. La idea es entender la física que hay detrás de éstos fenómenos, localizando diversos tipos de fuentes infrasónicas, estudiando las distintas geometrías de un volcán, inferir la ventilación (desgasificación) y/o cuantificar el flujo saliente del material volcánico<sup>2</sup>.

La comparación de señales de diferentes tipos (acústica, sísmica) es interesante para tratar de inferir el comportamiento del volcán (Fig.2.1). Las ondas infrasónicas no son difícil de interpretar, en cambio, las ondas sísmicas debido al medio altamente disperso que en la cual se propagan, son más difíciles de tratar. A diferencia de la sismología de un volcán, el infrasonido es una medida directa de la aceleración de los gases y por lo tanto es una herramienta más consistente para comprender la dinámica de la fuente de desgasificación [23].

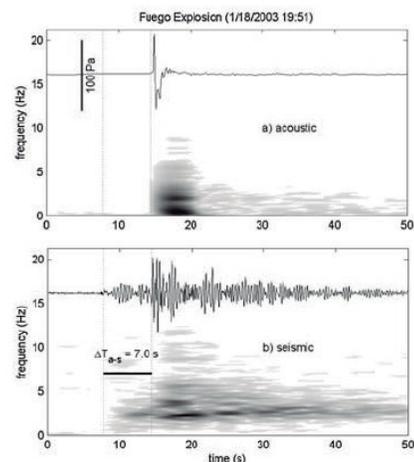


Figura 2.1: a) Infrasonido y b) señal sísmica con espectrogramas de una erupción característica del volcán Fuego, Guatemala [23].

Para cortas distancias de medición la atmósfera es casi homogénea e isótropa, por lo que las ondas de presión infrasónicas son bastante representativas de lo que está ocurriendo en la fuente, es decir, los procesos que ocurren en el interior del volcán.

## 2.2. Procesos físicos que producen sonidos en volcanes

La diversidad de procesos físicos que pueden generar señales acústicas, ya sea por medio de la desgasificación y/o procesos de dinámica de fluidos en los volcanes, producen

<sup>2</sup>como cenizas, lava y gases

una gran gama de señales acústicas. Entre ellos debido a la gran velocidad del fluido y de temperatura, se puede observar que existen erupciones que emiten sonidos como los que producen los motores de aviones. Existen también sonidos que se producen por fisuras crack en el magma muy viscoso que se comporta casi como un sólido, debido a que el magma es muy viscoso dentro del conducto volcánico. Por otra parte algunas explosiones del tipo efusivas, los “slug” producen sonidos debido a la resonancia del conducto volcánico. Se presenta entonces a continuación, una revisión de los procesos físicos que se pueden observar en algunos tipos de erupciones, estudiadas mediante las señales acústicas, en particular emisiones infrasónicas.

### 2.2.1. Ruido avión jet

Volcanes con un tipo de actividad Pliniana y Vulcaniana<sup>3</sup> con altas viscosidades de magma como el Mount St. Helens en USA y el Tungurahua en Ecuador, emiten un infrasonido que es detectado a varios kilómetros desde su fuente. El sonido creado en la erupción es el resultado de la turbulencia y la fricción producida por los gases calientes acelerados hacia arriba del conducto volcánico, que finalmente escapan a través de la chimenea volcánica hacia la superficie. Este tipo de ruido se comporta a bajas frecuencias igual que el sonido que producen los motores de aviones [24, 25]. Matoza et al., en el 2009 [24] propuso que las señales infrasónicas de larga duración eran producto de un flujo turbulento de mezcla de gas de cenizas en una erupción a gran escala (>300m de diámetro) en el volcán Tungurahua (Fig. 2.2). Las frecuencias acústicas con que el “ruido de avión” es radiado escala con el número Strouhal  $S_t$ , que está relacionado con el escala de longitud del chorro (en particular con el diámetro ecuación (2.1)). Se considera que la actividad del chorro en la parte inferior de la columna de erupción es de gran diámetro en comparación con la escala típica.

$$S_t = \frac{f D_i}{U_i}, \quad (2.1)$$

donde  $f$  es el peak de la frecuencia del *jet noise*,  $D_i$  es el diámetro del jet y  $U_i$  es la velocidad del jet.

En el laboratorio y con modelos se comparó los sonidos creados por en el volcán, con experimentos de chorros de aire puro [26, 25]. Aunque los espectros de laboratorio eran muy parecidos, existen complejidades adicionales al aplicar en el modelo a mediciones en terreno, debido a la mezcla entre partículas sólidas, gotas de líquido, las temperaturas muy altas y la geometría del cráter del volcán.

<sup>3</sup> Erupciones más peligrosas del mundo, además de emitir una gran cantidad de material piroclástico pueden emitir cenizas a la atmósfera que alcanzan los 20km de altura

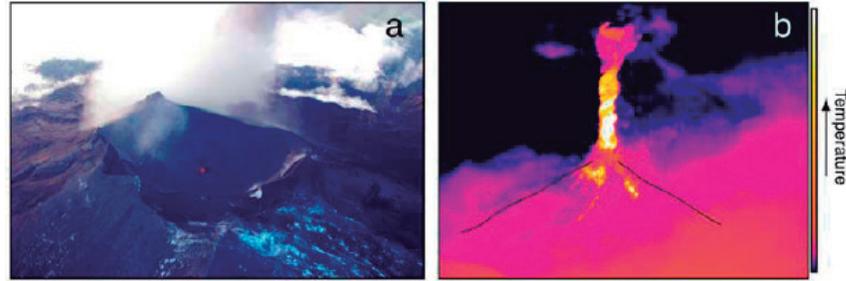


Figura 2.2: Erupción jet del volcán Tungurahua. a) Vista aérea del cráter del volcán. El diámetro se estima de 300m a 400m. b) Imagen infrarroja de la erupción jet del volcán. La parte incandescente del chorro alcanza una altura del orden 1.8 a 1.9 km por encima de la rejilla de ventilación [Matoza et al., 2009].

### 2.2.2. Explosión dentro del fluido: Tremores

Un tremor es un tipo de terremoto característico de los volcanes causado por el movimiento del magma. Un tipo de tremor armónico llamado “sopleteo” es acompañado de pulsos acústicos y es común en varios volcanes donde su peak de frecuencia fundamental está al rededor de 1 Hz y tiene armónicos bien definidos. Éste tremor armónico se observa en el volcán Karymsky (Rusia), Arenal (Costa Rica), Sangay (Ecuador), Reventador, (Ecuador) y en otros volcanes [27, 28]. El tremor, se da a entender como una sucesión de pulsos de presión en la superficie y también como los modos de resonancia de conductos llenos de fluido (magma) [15, 29].

Algunos modelos predicen que se producen infrasonidos debido a tremores volcánicos en lo profundo del conducto volcánico [30]. La resonancia de Garcés & McNutt en 1997 está producida por el conducto volcánico (lleno de magma) y puede ser consecuencia del movimiento del magma; debido a un crack producido en el conducto por un magma solidificado o la coalescencia de burbujas en él. En la figura 2.3a se muestra un modelo simple de la estructura del volcán, donde se postula que el conducto es cilíndrico, lleno de magma y sus paredes son rígidas y fijas. La resonancia es la consecuencia de un gatillador dentro de la columna magmática (“explosive source”, ver Fig.2.3a). En la figura 2.3b se muestra que el modelo es capaz de reproducir un frente de onda que tiene compresiones (zonas de alta presión, con peak positivos) y rarefacciones (zonas de baja presión, peaks negativos).

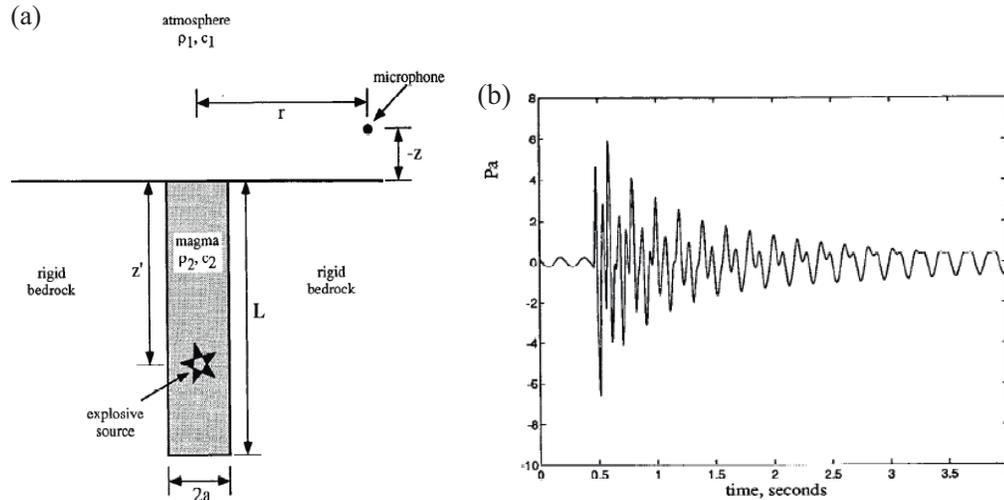


Figura 2.3: Modelo de explosión dentro de un volcán [15]. (a) Esquema del modelo de la cámara y conducto volcánico. (b) Forma de onda del modelo de resonancia en el conducto volcánico lleno de magma [15].

### 2.2.3. Burbujas

Se observa que las burbujas juegan un papel importante en la generación de señales acústicas y de forma más general en la onda de presión, cuando por ejemplo coalescen, vibran o explotan. Las burbujas a toda escala pueden llegar a emitir sonidos. La lluvia por ejemplo, produce sonido al caer en un charco de agua y por otro lado una burbuja cuando estalla también propaga un sonido que el humano puede escuchar. En volcanes por medio de desgasificación continua o un “slug” que explota se producen sonidos que los volcanólogos son capaces de medir [31, 12, 22]. En esta parte del trabajo se describen algunos mecanismos físicos por los cuales las burbujas son capaces de emitir un sonido, en particular como el “slug” puede producir emisiones acústicas a la atmósfera: cuando pequeñas burbujas coalescen, cuando el “slug” tiene una oscilación o explota en la superficie del magma.

#### 2.2.3.1. Vibraciones en un fluido

La frecuencia de esta burbuja está dada por la frecuencia de Minnaert que está descrita para una sola burbuja en un dominio infinito de agua (despreciando los efectos de la tensión superficial y la atenuación viscosa) que debido a la presión en las paredes de la burbuja empieza

En 1933, M. Minnaert <sup>a</sup> observó que cuando burbujas de aire de 3 a 6 mm se inyectaban en el agua (medio infinito), emiten un sonido a una frecuencia de alrededor de 2 kHz, es decir, en el rango audible [32]. Debido a que cada gota produce una pequeña cavidad en el agua cuando cae que luego se cierra, produce un sonido como un resonador con paredes rígidas. Se puede entender el origen de esta resonancia a baja frecuencia con un modelo de oscilador armónico (Fig. 2.4).

<sup>a</sup>“On musical air-bubbles and the sound of running water”

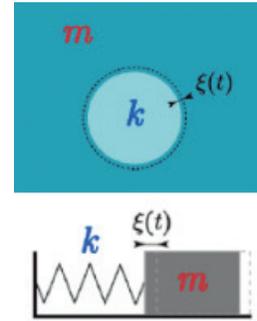


Figura 2.4: Modelo de oscilador armónico para una burbuja oscilando [ $k$  constante de rigidez,  $m$  masa del resorte,  $\xi$  desplazamiento de la oscilación]

a oscilar. La frecuencia de oscilación está dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi a} \left( \frac{3\gamma p_A}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

donde  $a$  es el radio de la burbuja,  $p_A$  la presión atmosférica,  $\rho$  la densidad del agua y  $\gamma$  una constante. El valor de ésta frecuencia fué distinto a los valores encontrados por el modelo estándar para cavidades con una frontera sólida que predice una resonancia a 100 kHz que no es audible. Acústicamente, el tamaño de la burbuja se puede determinar mediante el uso de la ecuación 2.2, conocida como la frecuencia natural de oscilación de la burbuja.

### 2.2.3.2. Oscilaciones en superficie

En volcanes, la vibración de un *slug* que llega a la superficie de un lago de lava puede emitir infrasonidos de alrededor de 7Hz [10, 13]. La oscilación de la burbuja está regida principalmente por la sobrepresión dentro de ella. Al alcanzar la superficie, la burbuja se expande debido a que sobrepasa su punto de equilibrio ("overshoot") y produce una sola oscilación, como un pistón y explota (Fig. 2.5b). Esta idea sugirió que la oscilación de la burbuja antes de la ruptura y de las ondas cinemáticas en la superficie de magma después de la explosión eran las fuentes acústicas más importantes en vez de la misma explosión de la burbuja ("N shape" [19]). Se puede modelizar esta oscilación utilizando un modelo numérico [10, 13].

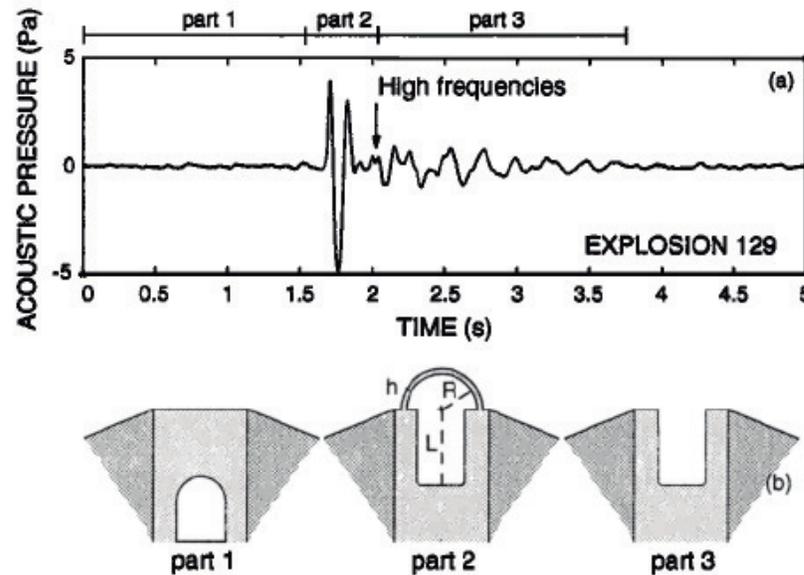


Figura 2.5: a) Señal acústica registrada en Stromboli [10]. b) modelo de Vergniolle et al. 1994 para explicar la generación de esta señal.

### 2.2.3.3. Explosiones

Otro mecanismo de emisión acústica se produce cuando una burbuja explota en la superficie del magma, dentro del conducto volcánico, y es capaz de excitar la columna de aire que forma parte del conducto [14, 22]. Las ondas acústicas son producto del estallido de estas burbujas de gas de varios metros de largo, mientras que las ondas sísmicas son el resultado de las variaciones de presión en la columna de la magma asociado con el aumento del volumen de la burbuja de gas hacia la superficie [14, 12].

Experimentos de laboratorios y modelos teóricos mostraron la presencia de fluctuaciones de presión dentro y por encima del fluido en el conducto y la cámara magmática [14] (ver Fig. 2.6). El "slug" al estallar se ha correlacionado con la profundidad donde se forma [14], la duración del ascenso [33], el flujo de gas [34] y la sobrepresión de éste [11]. En los modelos, todos los "slug" se generan a altas profundidades por lo que éste parámetro no tiene ningún efecto en la sobrepresión y es estimada sólo por el tamaño de la burbuja. Algunas sobrepresiones fueron estimadas en explosiones en el Stromboli [14], pero aún así y con modelos simples, la variabilidad de las estimaciones eran muy distantes unas de otras.

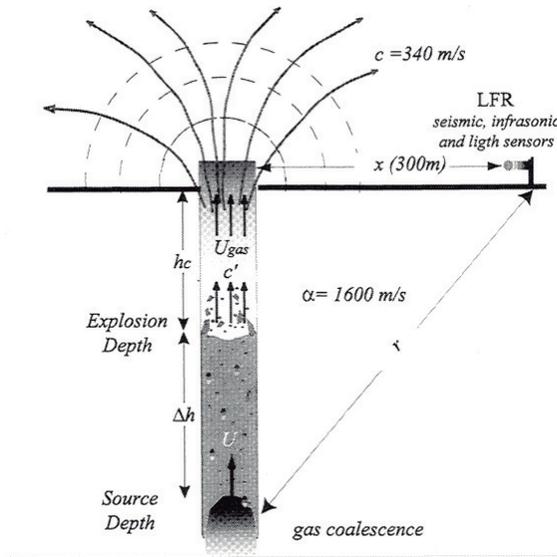


Figura 2.6: Modelo donde una burbuja explota dentro del conducto volcánico [14].  $\Delta h$  es la profundidad de la fuente,  $U$  es la velocidad del movimiento en el magma del gas,  $h_c$  es la posición de la superficie libre del fluido que coincide con la profundidad de la explosión y  $U'_c$  es la velocidad del frente creado por la presión del gas.

Debido a la geometría del conducto volcánico o chimenea volcánica, que en la mayoría se puede asemejar a un cilindro, puede existir resonancia de la onda acústica:

- dentro de la columna de magma (cf. sección 2.2.2)
- dentro de la columna de aire que hay por encima de la superficie del magma (modelo de Kobayashi [22]).

Los fenómenos de resonancia en el conducto volcánico juegan un importante papel en la acústica de volcanes y se estudiarán con mayor detalle a continuación.

## 2.3. Resonancia

La resonancia acústica consiste en la interferencia constructiva de ecos y de la natural respuesta de fluidos confinados. La resonancia acústica es similar a la idea de producir tonos armónicos con instrumentos musicales [35] y es un efecto inevitable en la mayoría de los sistemas volcánicos debido a su geometría (conducto volcánico y cámara magmática). Si la perturbación de la presión ocurre en algún volumen del fluido confinado, la energía acústica es parcialmente atrapada y el volumen resonante tiene su frecuencia propia natural. Como la energía elástica escapa desde esta región, el resultado es una señal sísmica y una señal acústica con una resonancia y atenuación implícita a las características del volumen. Esto permite el modelamiento de la forma de la onda, tanto sísmica como acústica que puede ayudar a inferir la geometría y

la composición del fluido del resonador volcánico. Un ejemplo de ello se ve en la figura 2.7 del volcán Reventador, que muestra peaks regulares en su espectro de energía acústica.

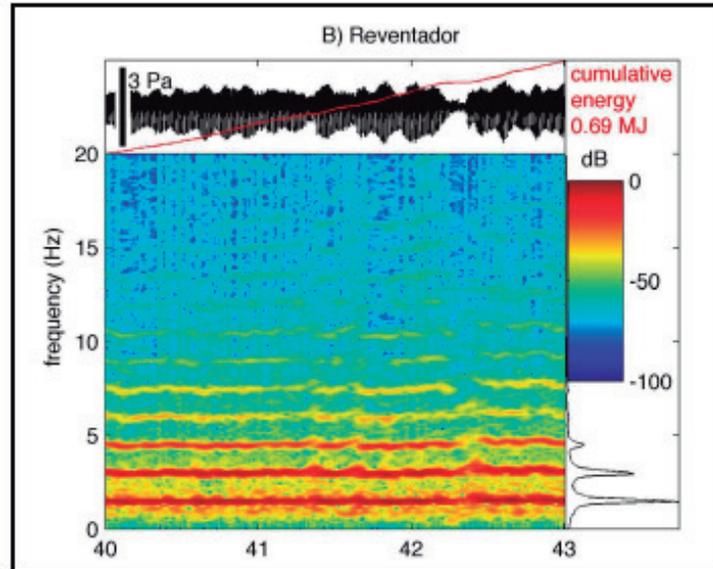


Figura 2.7: Volcán Reventador, Ecuador [36]. Se muestra la señal acústica completa para 30 minutos, la energía acumulada y su densidad espectral. Se puede observar que existe una resonancia , debido a los peaks regulares en el espectro de energía.

Uno de los ejemplos más conocidos es el sonido del “pop” cuando se abre una botella de champagne: la presión dentro de la botella, inicialmente mayor que la presión fuera de ella, descende cuando el corcho es liberado. Excitado por el cambio repentino de la presión, el volumen libre cerca del cuello de la botella resuena. En suma, la sobrepresión inicial es debida a una gran cantidad de gas disuelto en el líquido, el cual una vez que la presión disminuyó, se escapa del sistema, como burbujas: al escuchar atentamente a una vaso de champagne, se puede oír el suave sonido generado por el estallido de cada pequeña burbuja en la superficie del líquido. En este caso, los resonadores son las burbujas en sí mismas.

Se postuló que los efectos de resonancia acústica eran importantes en la generación de sismicidad en volcanes [37]. Desde entonces se ha trabajado con las ondas de la interfaz sólido-fluido o por cracks que se producen por la propagación de ondas de pequeños volúmenes de fluido atrapados en un sólido. Hace décadas, la sismología del volcán identificaba eventos sísmicos de largo período como señales que pueden ser indicativas de estructuras volcánicas

resonantes. Las primeras mediciones infrasónicas de un tremor armónico se realizaron en el volcán Sakurajima (Japón) en 1996 [38]. En la última década, debido al aumento de la calidad de medición de estas señales, se han registrado tremores armónicos en el infrasonido en volcanes de todo el mundo.

Con el propósito de tener una solución analítica manejable, se hicieron una gran cantidad de supuestos y simplificaciones incluyendo que el conducto volcánico se modeliza como una simetría cilíndrica. Se trata el conducto como sólido elástico acústicamente rígido por lo que no propaga ondas sísmicas, se dejan de lado los efectos de distorsión en la superficie del magma y se hace la suposición que el magma llega hasta el borde del conducto volcánico en la superficie del volcán, para así poder tratar la radiación del sonido como un pistón de impedancia infinita. La idealización geométrica de un cilindro fué parecida a la de Chouet en 1985 [39], con la particularidad de que el radiador era un movimiento de diafragma en la superficie del magma, que irradia sonido a la atmósfera. Esto demostró que las frecuencias infrasónicas ( $<10\text{Hz}$ ) se propagan de forma esférica desde la apertura del conducto. Esto explicaría por que estas frecuencias son las que se registran con mayor facilidad en los sensores puestos en tierra. El modelo desarrollado por Garcés y McNutt (1997) y Garcés (1997,2000) [16, 40] considera eventualmente un conducto compuesto de un número arbitrario de secciones dependiente de la profundidad, cada una especificada por 1) su radio, 2) las propiedades del material (viscosidad,  $c$ ,  $\rho$ ) y 3) la velocidad del fluido en el medio. El espectro de la onda contiene armónicos que evidencian la presencia de una fuente volumétrica de resonancia armónica que vibra en un modo acústico longitudinal [16].

En siguiente sección se centra en los efectos de resonancia en volcanes. Nos focalizaremos especialmente en la resonancia producida cuando el cuerpo de una burbuja ocupa todo el diámetro del cráter y al estallar actúa como un resonador acústico, lo que será nuestro punto de partida para el trabajo de tesis.

### 2.3.1. Resonancia de Helmholtz

Un resonador de Helmholtz es una cavidad de pared rígida conectada a la atmósfera a través de una abertura en forma de cuello (Fig. 2.8a). Cuando el fluido es empujado fuera de la cavidad, se crea una baja presión dentro de la cavidad que responde tirando el aire de nuevo, y viceversa. El sistema puede entonces sostener las oscilaciones a una frecuencia dada por:

$$f_h = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_h}{VL_H}}, \quad (2.3)$$

donde  $S_H$  es el cuello de la cavidad,  $V$  el volumen de la cavidad,  $c$  la velocidad del sonido y  $L$  el largo de la cavidad y se puede ver esquematizado en la Fig. 2.8a.

Algunas señales acústicas en volcanes fueron interpretadas como resonancias de Helmholtz, debidas a la geometría del cráter parecida a la de un resonador de Helmholtz [41, 42]. Estudios previos de temblores infrasónicos en Kilauea y Villarrica [42] han vinculado el peak dominante del temblor, a las oscilaciones de Helmholtz de la cavidad por encima del nivel magma en el conducto. El magma desgasifica constantemente en la parte inferior, exita el volumen y produce una resonancia acústica.

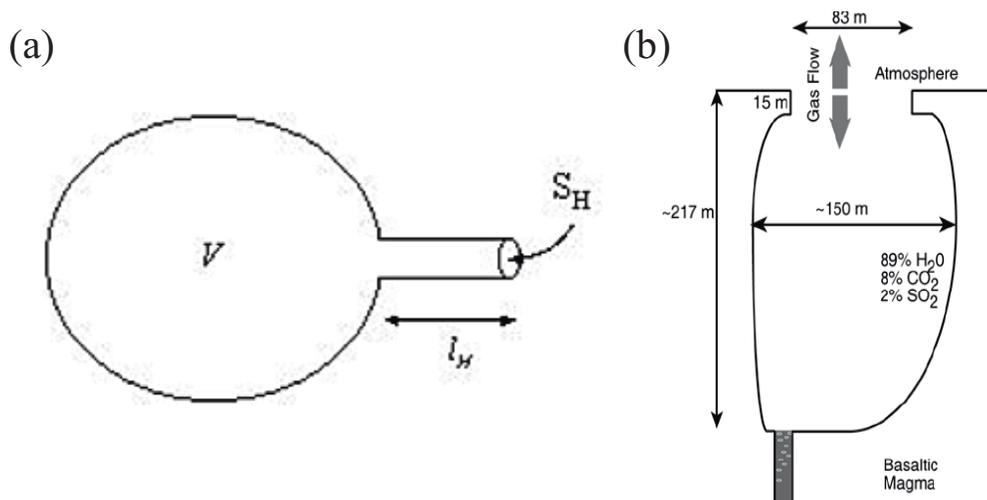


Figura 2.8: a) Esquema de un resonador de Helmholtz, donde  $V$  es el volumen,  $l_H$  es el largo del cuello y  $S_H$  es la sección del cuello. (b) Caricatura del cráter Halema'uma'u Hawai'i), donde la señal acústica fué interpretada como una resonancia de Helmholtz debida a la forma particular del cráter [41].

### 2.3.2. Resonancia Longitudinal

Una sección de tubo sólido con cierta geometría como un órgano de tubos, produce sonidos con un espectro conocido. Si se varía el largo del tubo, diferentes sonidos y frecuencias se pueden producir. El sonido radiado por este tipo de instrumentos, es la compleja superposición

de diferentes oscilaciones resonantes producidas en el instrumento. En este sistema, cuanto más corto es el tubo más alto es el campo de frecuencia. Se puede crear una onda estacionaria en un tubo, que está abierto en ambos extremos y/o que está abierto en un sólo extremo y cerrado en el otro. Extremos abiertos y cerrados reflejan las ondas de manera diferente. El extremo cerrado de un tubo es un antinodo de la presión (o un nodo en el desplazamiento longitudinal), donde la presión es máxima y el desplazamiento es mínimo (igual a cero). El extremo abierto de un tubo es un nodo en la presión (o un antinodo en el desplazamiento longitudinal), donde la presión es mínima y el desplazamiento es máximo (ver Fig. 2.9).

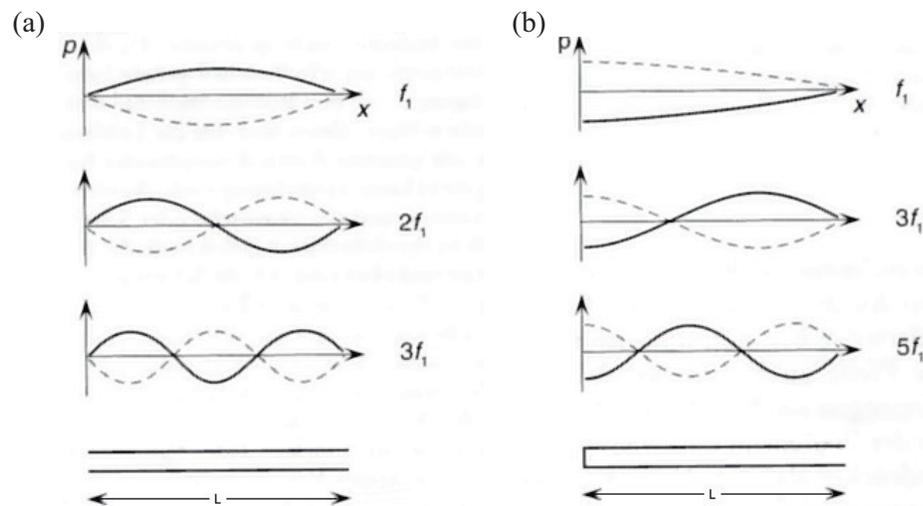


Figura 2.9: Esquema de la onda de presión en la cavidad para dos condiciones de borde (a) el tubo es abierto por los dos lado, (b) izquierdo: el tubo está abierto por un solo extremo. Se muestra el fundamental ( $f_1$ , que es igual a  $\nu_0$  más adelante) y los armónicos siguientes.

Los nodos y anti-nodos de presión para un tubo de largo  $L$ , están dados por la longitud de onda del modo fundamental, teóricamente descritas por  $\lambda = 4L$  [43, 44]. Para los dos extremos cerrados la longitud de onda fundamental está dada por  $\lambda = 2L$  [43, 44], donde la frecuencia fundamental está dada por  $\nu_0 = c/\lambda_0$ .

Si el tubo es tubo es simétrico (ver Fig. 2.9a, abierto o cerrado), los armónicos están dados por:

$$\nu_n^{sim} = \frac{(n+1)}{2L}c, \quad (2.4)$$

donde  $\nu_{1sim} = c/2L$  es la frecuencia fundamental y  $n$  el número del armónico. Con esta condición se encuentran todos los armónicos del sistema  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$

Si el tubo es asimétrico (por ejemplo Fig. 2.9b), las frecuencias están dadas por:

$$\nu_n^{asi} = \frac{(2n + 1)}{4L}c, \quad (2.5)$$

donde  $\nu_1^{asi} = c/4L$  es la frecuencia fundamental,  $c$  es la velocidad del sonido en el fluido,  $n$  el número del armónico  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Las frecuencias que aparecen en el tubo son solo frecuencias impares  $\nu_1, \nu_3, \nu_5, \dots$ , debido a las condiciones de borde.

## 2.4. Trabajos anteriores: modelos experimentales de resonadores

Si se enfoca en la explosión de un *slug* y asumiendo que éste ocupa todo el diámetro del conducto y tiene una geometría cilíndrica con una cabeza esférica (ver Fig. 2.5b), algunos autores modelaron el sonido producido por la rápida abertura del *slug* con un modelo simple de un resonador dado por una cavidad cilíndrica cerrada por una burbuja de jabón [45, 46].

A continuación se presentarán detalles de los resultados que obtenidos por el trabajo experimental de V. Vidal et. al, 2006 [45, 46].

### 2.4.1. Dispositivo experimental

En el experimento modelado con una cavidad cilíndrica de longitud  $L$ , diámetro  $\Phi$ , se cierra con un film de jabón. El film se hincha por medio de sobrepresión impuesta  $\Delta P$ , se espera un tiempo de drenaje, regido principalmente por la gravedad, lo que hace que el film estalle solo y produce una señal acústica por la caída de presión. En este sencillo experimento, que se muestra en la Fig. 2.10b, se puede controlar todos los parámetros y ver cual es la dependencia de la frecuencia y la amplitud de la señal acústica [45]. La onda tiene una amplitud y una energía asociada que trae información después que la sobrepresión cae y es medida con micrófonos dentro,  $P_{int}$  y fuera de la cavidad a una distancia  $d$ ,  $P_{ext}$ , que esta situado a  $45^\circ$  para evitar el jet producido por advección de aire que no es sonido.

Luego de que la burbuja de jabón estalla se produce una frente de onda que viaja por dentro y por fuera de la cavidad (ver Fig. 2.11)a. A modo de cuantificar experimentalmente y

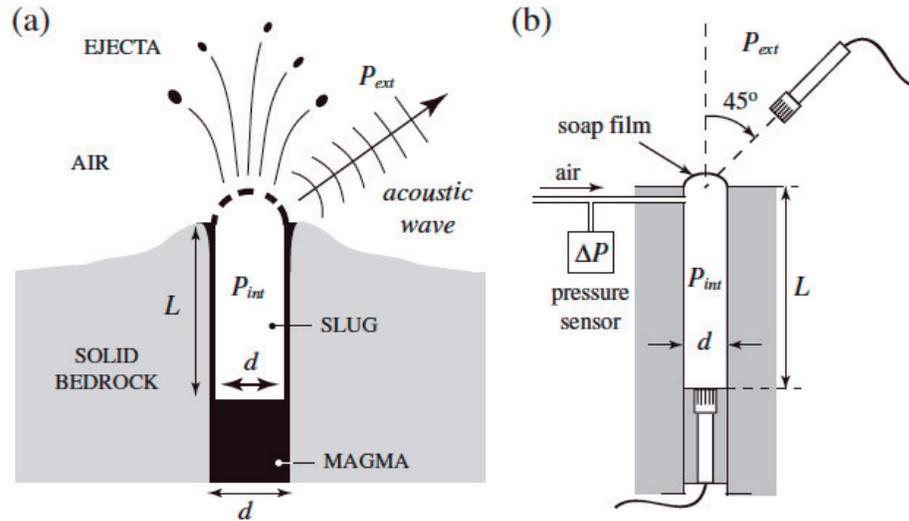


Figura 2.10: Esquema del modelo experimental. (a) Dibujo del tipo de actividad volcánica que se modeliza. (b) Esquema de el dispositivo experimental. El micrófono 1 se situa dentro de la cavidad para medir  $P_{int}$  y el micrófono 2 para obtener la señal de  $P_{ext}$  y esta situado a una distancia  $d$  del externo abierto de la cavidad [?].

analíticamente el estudio, se estudiaron los mecanismos físicos responsables de la forma y de la amplitud de la onda acústica registrada al interior y al exterior de la cavidad [45].

### 2.4.2. Frecuencia de la onda

Las señales acústicas, se acoplan a la geometría de la cavidad y que rige la frecuencia del sistema.

La frecuencia fundamental  $\nu_0$  está definida y se rige principalmente por la longitud de la cavidad  $L$ . Debido a la repentina ruptura del film una onda acústica se va a propagar en la cavidad. En este caso, cuando el conducto es un tubo abierto por un extremo y cerrado por el otro, la longitud de onda está descrita por

$$\lambda = 4(L + \delta L), \quad (2.6)$$

donde  $\delta L$ , es una corrección debida a la radiación [47].

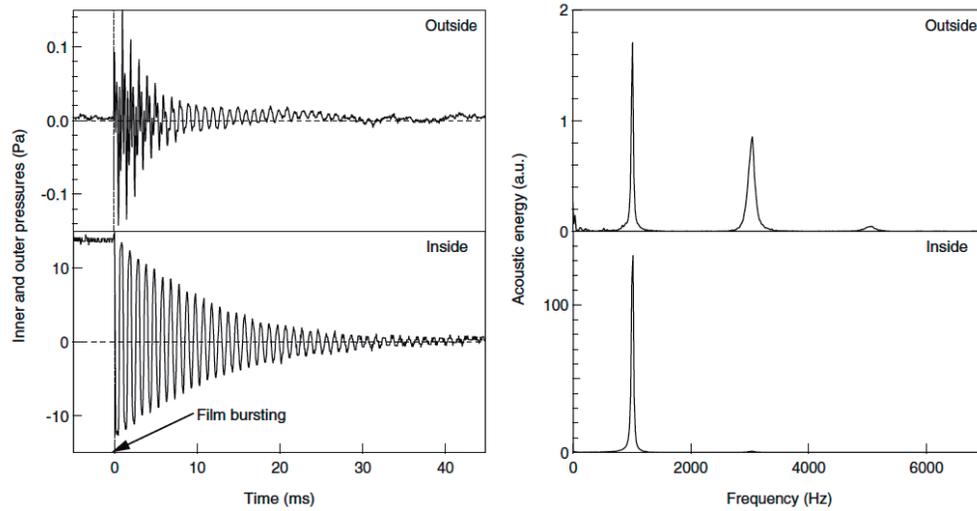


Figura 2.11: Izquierda: Señales de la presión,  $P_{ext}$  y  $P_{int}$ , al exterior e interior de la cavidad, y a la derecha, se muestran sus respectivos espectros en frecuencia [45].

Una base teórica para el cálculo de la corrección debida del largo del tubo, es la impedancia acústica de radiación de un pistón circular [47]. Esta impedancia representa la relación de la presión acústica en el pistón, dividido por la tasa de flujo inducido por el mismo. La velocidad del aire se supone típicamente uniforme en todo el extremo del tubo. Esta es una buena aproximación, pero no es exactamente cierto en la realidad, ya que la viscosidad del aire reduce la velocidad de flujo en la capa límite muy cerca de la superficie del tubo. Por lo tanto, la columna de aire dentro del tubo se carga por el fluido externo debido a la radiación de la energía acústica. Esto requiere una longitud adicional que se añade a la longitud y está dado por un cierto valor del diámetro del tubo [ver Anexos para los cálculos].

En la figura 2.12a, se muestra la radiación en un medio espacio (*flanged*) y el valor de  $\delta L = 4\Phi/3\pi$ , con  $\Phi$  diámetro del tubo. En la figura 2.12b para una radiación en todo el espacio (*unflunged*), la corrección en la radiación es de  $\delta L = 0,3\Phi$  [47, 48, 43, 45]. Para este experimento, las medidas experimentales de frecuencia se ajustan bien a la teoría, incluyendo el valor de  $\delta L$  para la frecuencia fundamental y todos los armónicos medidos  $\nu_n = (2n + 1)/4(L + \delta L)$  [45].

### 2.4.3. Amplitud teórica de la onda

Inmediatamente después de que el film se rompe, las características de la onda acústica, que recorre por dentro y hacia afuera del tubo resonante (ver Fig. 2.11a), dependen generalmente

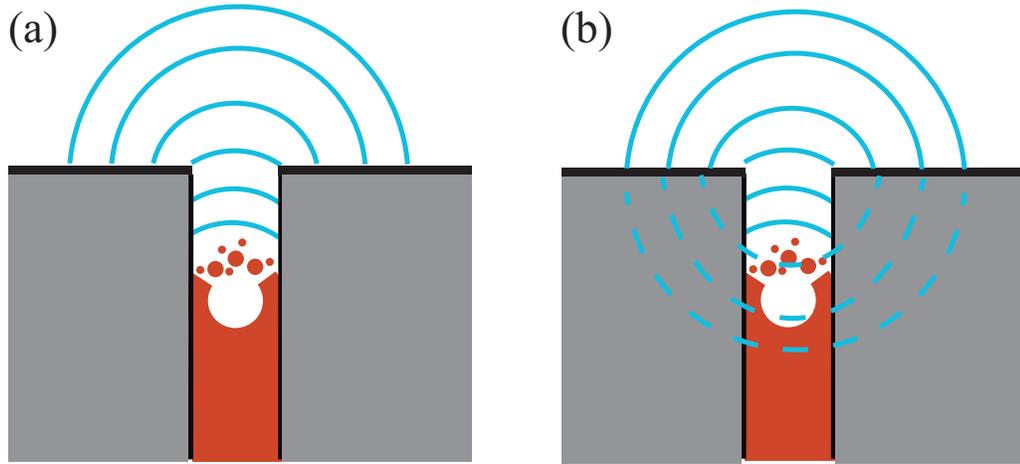


Figura 2.12: Esquema de un tubo que radia onda acústica a) en el medio espacio (“flunged”) y b) en todo el espacio (“unflunged”).

de la geometría del tubo y, la disipación viscosa y la radiación son responsables del amortiguamiento de la señal acústica [47, 43, 45, 46].

Enmarcando el campo de la acústica en la mecánica de fluidos, las ecuaciones de movimiento para la propagación acústica son un especial caso de la ecuación linealizada de Navier-Stokes para un fluido Newtoniano asumiendo un fluido simple, ideal no viscoso [49, 43]. Una onda de sonido propagándose se rige por la siguiente ecuación [50]:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (2.7)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido,  $p$  es la presión acústica definida como la diferencia entre la presión instantánea  $P$  y la presión atmosférica (o en equilibrio)  $P_0$ ,

$$p = P - P_0 \quad (2.8)$$

La repentina caída de presión produce un frente de onda que viaja a lo largo del tubo. El tiempo de propagación de este frente de onda,  $\tau_{prop}$ , está dado por el largo del tubo  $L$  y la velocidad de propagación del sonido  $c$ ,  $\tau_{prop} = 2L/c$ , y los armónicos están dados correspondientemente a las frecuencias elegidas por el sistema, dependiendo de la geometría [ver sección 2.4.2].

La presión interna medida dentro de la cavidad,  $P(t)$ , en el régimen lineal [45], está

descrita por:

$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4\Delta P}{\pi} \frac{\sin(2\pi\nu_n t)}{2n+1} \exp(-t/\tau_n) \quad (2.9)$$

donde,

$$\frac{1}{\tau_d} = \frac{1}{\tau_n^Z} + \frac{1}{\tau_n^v} + \frac{1}{\tau_n^{r_0}}, \quad (2.10)$$

donde  $\tau_n$  es el tiempo de amortiguación de la señal y depende de el tiempo de amortiguación debido a la disipación viscosa en las paredes  $\tau_n^v$ , la reflexión en el fondo del tubo  $\tau_n^{r_0}$ , y la radiación fuera de la cavidad,  $\tau_n^Z$ , dados por:

$$\tau_n^v = \frac{\Phi}{2} \frac{\sqrt{\pi\eta\nu(1 + (\gamma - 1)P_r^{-0,5})}}{\nu_n^{1/2}} \quad (2.11)$$

$$\tau_n^Z = 4\pi \frac{c^2}{\Phi^2} \frac{2n+1}{\omega^3} \quad (2.12)$$

$$\tau_n^r = \frac{1-r_0}{1+r_0} \frac{1}{4\nu_n}, \quad (2.13)$$

donde  $P_r = 0,7$  es el número de Prandtl,  $r_0$  es el coeficiente de reflexión en el fondo del tubo,  $\eta = 1.5 \times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{s}]$  es la viscosidad cinemática del aire y  $\gamma = 1.4$ , el calor específico del aire.

La interpolación con los resultados experimentales dieron acceso al tiempo de decaimiento de cada armónico de magnitud suficiente para ser detectado (típicamente,  $n \leq 4$ ). Se demostró que el tiempo de amortiguamiento característico  $\tau_n(\nu_n)$  donde  $\nu_n$  es el modo de frecuencia en la cavidad, es explicado tanto por la onda de radiación que se propaga afuera de la cavidad y por la disipación en la paredes (dentro de la cavidad), donde coeficiente de reflexión es  $r_0 \sim 1$ , y  $\tau_n^r \sim 0$  [45].

$$\frac{1}{\tau_n} = 2 \frac{\sqrt{\pi\eta[1 + (\gamma - 1)P_r^{-1/2}]}}{\Phi} \nu^{1/2} + 2\pi^2 \frac{\Phi^2}{c^2} \frac{\nu^3}{2n+1} \quad (2.14)$$

Esta expresión está de acuerdo con los resultados experimentales, sin parámetros ajustables.

#### 2.4.4. Problema del tiempo de ruptura

Una de las características más importantes en los resultados de los trabajos previos son los resultados de la amplitud y la energía de la señal acústica medida. Realizados con experimentos similares (cambiando relación de aspecto de la geometría de la cavidad,

sobrepresiones iniciales iguales), los registros de las señales acústicas evidencian diferencia entre los experimentos [45]. Este evidente falta de reproductividad está originada por el tiempo de ruptura del film de jabón. Después que se abre un poro en el film, la apertura es causada por la tensión superficial, que está limitada por la disipación viscosa [51] en el caso de films muy viscosos, donde la velocidad de apertura del film está dada por  $v = \sqrt{2\gamma/\rho e}$ , donde  $\gamma$  es la tensión superficial,  $\rho$  la densidad del fluido y  $e$  el espesor del film [52, 53], para un film plano. En los trabajos anteriores [45, 46] se estimó el tiempo de ruptura a partir del tiempo característico del salto de presión al interior de la cavidad  $\tau_p$ , después de la apertura del film. Cuando el tiempo característico de ruptura del film  $\tau_{rup}$  es mayor que el tiempo típico de la trayectoria del frente de onda al interior de la cavidad, dado por  $\tau_{prop} \sim 2L/c$  (donde  $c$  es la velocidad del sonido,  $L$  el largo de la cavidad), la amplitud, y por lo tanto la energía de la onda se registra como una drástica caída (Fig. 2.13).

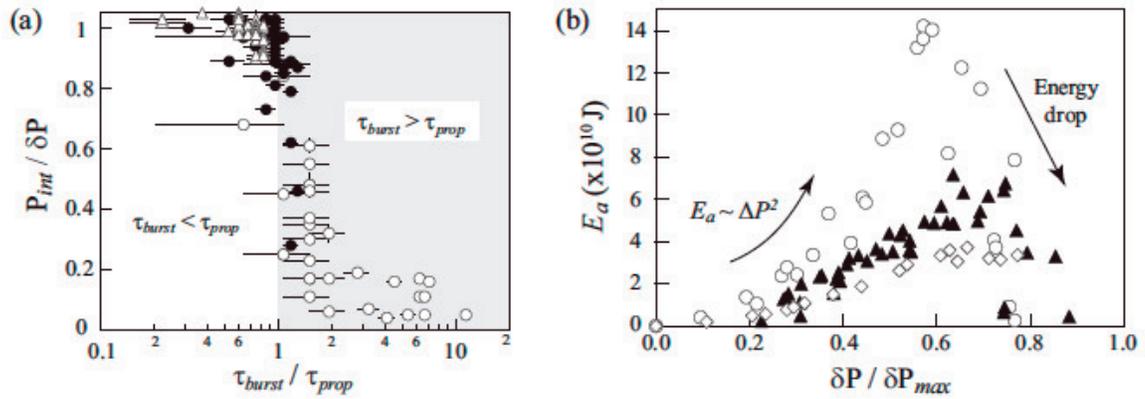


Figura 2.13: (a) Amplitud nomalizada de la señal de presión en la cavidad en función de la razón entre el tiempo de ruptura y el tiempo que le demora a la onda en recorrer la cavidad  $\tau_{rup}/\tau_{prop} > 1$  ( $\phi = 10$  mm, [símbolos,  $L$ (cm)]: [○, 2] ; [●, 8] ; [▲, 23]). (b) Energía acústica  $E_a$  en función de la sobrepresión inicial (normalizada ( $\delta P/\delta P_{max}$ ), para diferentes largos del tubo. ( $\phi = 8$  mm, [símbolos,  $L$ (cm)] : [○, 2] ; [●, 4] ; [▲, 5.5] ) [45].

### 2.4.5. Energía acústica

En el caso donde el tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$  es mucho menor que el tiempo de propagación del frente de onda en la cavidad  $\tau_{prop}$ , entonces otro fenómeno limita la transmisión de la energía a los modos resonantes. La energía acústica medida se muestra en la Fig. 2.13b:

$$E_a = \frac{4\pi d^2}{\rho c} \int_{t=0}^{\infty} P_{ext}(t)^2 dt, \quad (2.15)$$

donde  $d$  es la distancia desde el extremo abierto de la cavidad hasta el micrófono afuera y  $\rho$  es la densidad volumétrica del aire. Cada punto de la Fig. 2.13b corresponde al máximo de energía en una serie de 10 medidas efectuadas en las mismas condiciones experimentales (misma geometría del tubo, y sobrepresión inicial). De esta manera el tiempo de ruptura se desprecia, suponiendo que el valor máximo de la energía corresponde a la energía total de la señal en el caso de que  $\tau_{rup}/\tau_{prop} < 1$ , que estadísticamente está correcto. La energía potencial inicialmente depende del volumen  $V$  y puede ser descrita como:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{V \Delta P^2}{\rho c^2} \quad (2.16)$$

Para presiones iniciales bajas ( $\delta P$  pequeños), la energía acústica varía como  $E_a \sim E_p$  y es una medida directa de la energía impuesta inicialmente. Para presiones más grandes, la energía acústica cae drásticamente. Esta caída es debida a la curvatura del film para  $\Delta P$  grandes. Cuando se abre el film, el frente de presión inicial es esférico (tiene la forma del film). Si la curvatura es grande y el film es casi una media esfera, hay un problema de “adaptación de impedancia” y pérdida de energía cuando el frente de onda esférico y se trata de convertir en el sistema de ondas longitudinales resonantes en el tubo. Entonces no se puede extraer ninguna información sobre la energía o la amplitud de la onda si no se controla el tiempo de ruptura y la curvatura del film [46], que finalmente son los parámetros que controlan la cantidad de energía puesta en los modos resonantes.

## 2.5. ¿Qué hay que entender?

En los experimentos anteriores, el  $\tau_{rup}$  no se controla fácilmente, por lo que se necesita tener un control o una forma de poder variar este parámetro, lo que es importante para tener una buena estimación de la amplitud de la onda y con ello la energía emitida por el estallido de una burbuja.

Además, en una cavidad cerrada por un film de jabón, que alcanza sobrepresiones típicamente  $< 30$  Pa. Esta presión es insuficiente para observar que pasa cuando la sobrepresión en la burbuja alcanza el orden de los kilo-Pascales o se acerca a la presión atmosférica.

- Según trabajos previos existe una fuerte relación entre la señal acústica y la sobrepresión inicial dentro de la burbuja, pero, que pasa cuando esta sobrepresión se acerca a la presión

atmosférica? Es decir cuando el régimen deja de ser lineal (Pascuales), y se acerca a los kiloPascuales, que es lo que sucede realmente en volcanes. Existe una transición al régimen no-lineal, existen ondas de choque en el sistema?.

Para ello, se escala el problema modelizando la burbuja con una membrana elástica que cierra una cavidad cilíndrica en sobrepresión (cf. Capítulo 3). Para observar si el sistema tiene o no una transición del régimen lineal al no-lineal, se varía el valor de sobrepresión en la cavidad (0-80kPa)(cf. Capítulo 3).

- El control del tiempo de ruptura, como se vio en experimentos anteriores es importante para tener una medición exacta de la amplitud y de la energía de la señal acústica. Se controla con la deformación inicial de la membrana y se estima por medio de la adquisición de imágenes con una cámara rápida. En el Capítulo 4, investigamos el efecto del tiempo de ruptura en la dinámica de apertura de la membrana acústica, y la relación entre esta dinámica y la onda acústica emitida. Para ello se cuantifica la relación entre la señal acústica de los volcanes como una correlación lineal con la sobrepresión ante (causante de las ondas acústicas) de la ruptura de la burbuja y en particular el rol del parámetro del tiempo en la apertura de la membrana elástica. En particular, si el  $\tau_{rup}$  es del orden o mayor del tiempo de propagación de la onda dentro de la cavidad,  $\tau_{prop}$  (cf. Capítulo 4).

## Capítulo 3

# Regímenes no lineales

- C. Sánchez, B. Álvarez, F. Melo and V. Vidal (2014), Experimental modeling of infrasound emission from slug bursting on volcanoes, *Geophys. Res. Lett.*, 41 p6705-6711.,

### Motivación

Como se revisó en el capítulo anterior, la actividad estromoliana está descrita como la repetitiva explosión de burbujas. Estas burbujas de forma alargada llamadas “slug” estallan en el conducto volcánico y pueden alcanzar órdenes de 1-5m de diámetro [54, 11, 10, 13, 14]. Estimar la sobrepresión dentro de ésta burbuja antes de la explosión es uno de los mayores esfuerzos de los vulcanólogos, ya que no existen instrumentos que puedan medir dentro del conducto volcánico. Para poder estudiar de mejor manera el problema, los parámetros involucrados y la sobrepresión dentro de la burbuja, se escala el sistema geofísico el laboratorio y se controlan los parámetros que pueden afectar a la señal acústica y la energía que emite el “slug” al estallar. Todas éstas cuantificaciones pueden ayudar a entender mejor el comportamiento eruptivo y restringir aún más los modelos sismoacústicos existentes para una eventual predicción de la erupción volcánica.

### 3.1. Introducción

La sobrepresión de la burbuja puede ser cuantificada por medio de una visualización directa del estallido de la burbuja [54, 55, 56] y por modelos de inversión. Para muchas mediciones, tanto acústicas como sísmicas, es difícil tener una ecuación que relacione directamente las

múltiples mediciones, que incluyen ruido, pérdidas, etc. Los vulcanólogos recurren entonces a la inversión, que es una forma matemática de estimar una respuesta, verificarla en función de las observaciones y modificarla hasta que sea aceptable. Para poder hacer este tipo de modelado en éste problema, el conducto volcánico es considerado como resonante [15, 29, 57] y así pueden estimar la sobrepresión dentro del conducto volcánico.

Estimaciones previas de la sobrepresión de la burbuja antes de la explosión varían fuertemente, desde los 25 kPa para Heimaey, Islandia [54], 600 Pa [54] a 0.1- 0.5 MPa para el volcán Stromboli en Italia [13, 56], entre 0.08 a 1.4 MPa para Shishaldin en Alaska [58], de 3.4 MPa para el volcán Arenal en Costa Rica [57]. Por otro lado, la sobrepresión ha sido estimada también, por medio de predicciones teóricas, ya sea por la vibración de la burbuja antes de que estalle [10, 13] y/ o la liberación de sobrepresión de gas [59].

El gran rango de sobrepresiones estimadas, desde unos pocos kPa hasta varios MPa [3], hace difícil evaluar el régimen en el cual el problema deber ser considerado. Varios modelos de radiación de ondas infrasónicas son considerados como una fuente monopólica, dipolar y también cuadrupolar [20], que dependen de las variaciones del sonido que en general son bastante complejas en el volcán. Estos modelos son considerados dentro del régimen de acústica lineal, donde la amplitud de la onda es mucho mayor que la de la presión atmosférica, pero, ¿qué pasa si pasamos a un régimen no-lineal y nos acercamos a sobrepresiones del orden de la presión atmosférica?, que es lo que puede suceder en algunos volcanes.

Basados en experimentos de laboratorio, se investigó la onda acústica producida por una sobrepresión en una cavidad cilíndrica inicialmente cerrada por una membrana elástica, que permite alcanzar presiones del orden de los kilo Pascales. El setup es análogo a el estallido de una burbuja en un conducto volcánico abierto como el volcán Stromboli. Este experimento no sólo controla la sobrepresión impuesta en el sistema antes de estallar si no que también se puede explorar la transición entre el régimen lineal y el no-lineal.

### 3.2. Dispositivo experimental

El montaje experimental consiste en una cavidad cilíndrica fabricada de plexiglas, de largo variable que va desde  $l=0.16$  a  $0.64\text{m}$  con diámetro constante  $\Phi = 25.4\text{mm}$ . El tubo es cerrado por un fondo rígido y una membrana elástica de espesor variable  $e=0.2\text{-}0.5\text{mm}$  (látex) es inicialmente estrechada sobre el top del tubo y localizada a una altura  $L \leq l$  dentro del tubo. Por la parte inferior del cilindro se inyecta aire por medio de una bomba que controla la

cantidad de ml inyectado al sistema, se controla así la sobrepresión que puede variar desde los 0 a los 0.8 bars. La parte cilíndrica con sobrepresión modeliza el “slug” explotando, y la membrana modeliza la cabeza de la burbuja. Se puede jugar también con la profundidad de la explosión ( $l = 0.8\text{m}; 0.16\text{m}; 0.32\text{m}; 0.60\text{m}; 0.64\text{m}$  y  $L = l/2$  o  $L = l$ ). A tiempo  $t=0$ , una aguja fijada a una pieza motorizada, perfora el centro de la membrana elástica produciendo una ruptura como un tiempo de propagación ( $\tau_{rup}$ ).

La onda acústica, producida por la membrana estallando, se mide afuera del tubo con

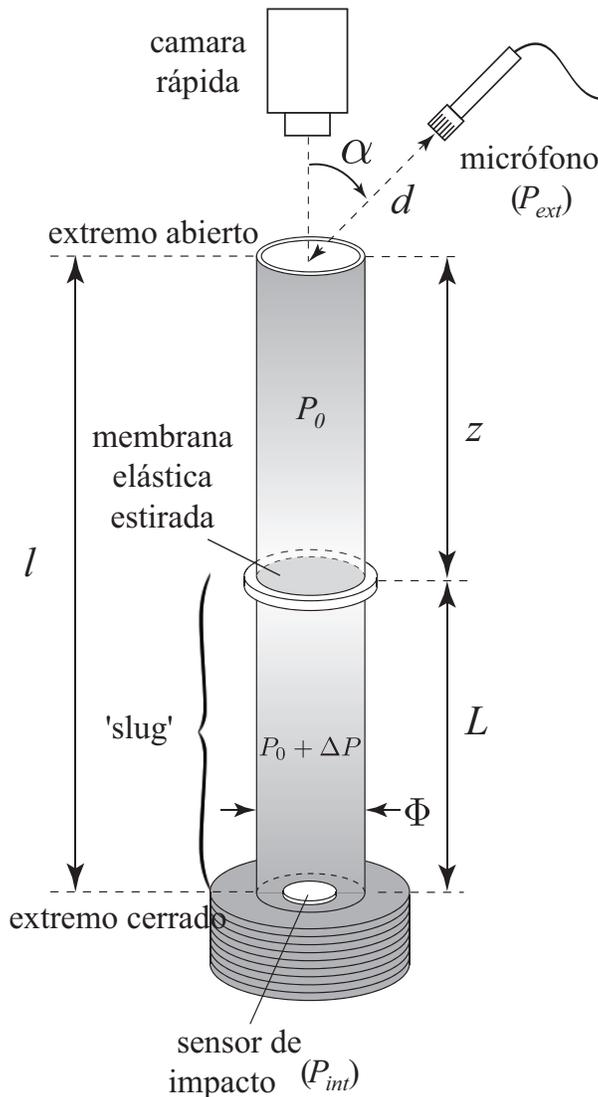


Figura 3.1: El “slug” es modelizado con el cilindro a una cierta profundidad  $z$  y la cabeza de la burbuja se modeliza con la membrana elástica. Se impuso una sobrepresión  $\Delta P$  dentro de la cavidad cilíndrica cerrada por la membrana elástica (espesor  $e$ ) localizada a una distancia  $L$  del fondo de la cavidad. Cuando esta se rompe, la señal acústica es registrada dentro,  $P_{int}$ , con un sensor de impacto y fuera,  $P_{ext}$ , con un micrófono a una distancia  $d$  y un ángulo  $\alpha$  del extremo abierto de la cavidad. La cámara rápida está situada por arriba del montaje y capta la dinámica de apertura de la membrana a unos 20.000 imágenes por segundo.

un micrófono (PCB Piezotronics Inc., 1/4" micrófono 377A10 + pre-amplificador 426B03). El micrófono es localizado a una distancia  $d$  desde la apertura de la cavidad ( $d = 1\text{m}$  típicamente). La forma de la onda acústica no cambia mucho variando el ángulo  $\alpha$  desde los 0 a los 90°.

Para evitar la advección del aire cuando la sobrepresión cae, el micrófono es colocado a un ángulo de  $\alpha = 45^\circ$  de la vertical. Simultáneamente, se mide la señal de presión al fondo de la cavidad cilíndrica con un sensor de impacto (Force sensor PCB Piezotronics PCB 200B02 + amplificador PCB 482A16). Ambas señales son registradas por dos osciloscopios (Tektronix TDS2012B, frecuencia de muestreo 25 kHz).

### 3.2.1. Membrana elástica

Para cambiar la dinámica de estallido de la “burbuja modelo” se varía la deformación en la membrana. Un círculo marcado en blanco de referencia ( $R_0$ ) permite medir la deformación de la membrana, que se escribe como

$$\varepsilon = \frac{R - R_0}{R_0} \quad (3.1)$$

El pre-strain sin sobrepresión en el sistema está dado por  $R_i$ . Si se impone sobrepresión, cambia la curvatura de la membrana y cambia el strain por lo que el valor medido de la deformación es  $\varepsilon$  a un valor de  $R$  (ver Fig 3.2). El aumento de sobrepresión para un valor de pre-deformación determinada, produce el aumento de la tensión de la membrana.

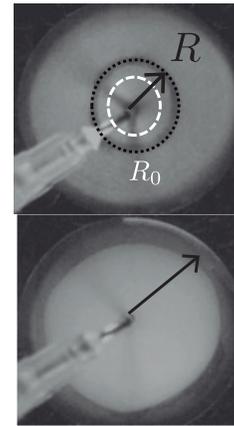


Figura 3.2: Medición de la deformación en la membrana elástica, dado por el valor  $\varepsilon$ .  $R_0$  es el valor inicial de la membrana sin deformación y  $R$  es el valor con la membrana en sobrepresión,  $\varepsilon_{max}$  es el valor máximo de deformación.

La curvatura en la membrana debido a la sobrepresión se descuida, porque la diferencia de la curvatura entre alta tensión y baja la tensión es pequeña, debido también al espesor de ésta (ver siguiente subsección). El tiempo de apertura de la membrana,  $\tau_{rup}$ , se mide desde que la aguja rompe en el centro la membrana elástica hasta el borde del tubo. Al empezar a propagarse, la dinámica es capturada con la cámara rápida (Phantom 9.1v) hasta que la apertura alcanza el borde del tubo dado por la mitad del diámetro de la cavidad  $\Phi/2$ . La figura 3.3 muestra la dinámica de apertura para una resolución de  $190 \times 190$  y 24.000 imágenes por segundo.

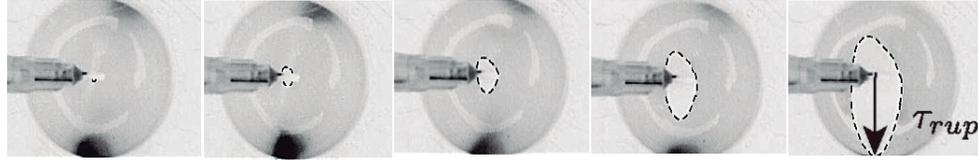


Figura 3.3: Medición del tiempo de ruptura en la membrana elástica. Este tiempo,  $\tau_{rup}$ , se mide desde que la aguja toca rompe la membrana en el centro y la apertura se propaga hasta el borde del tubo. El tiempo entre cada imagen es de  $t = 4.5 \times 10^{-5} \text{s}$  [ $\Delta P = 10 \text{kPa}$ ;  $e = 0.5$ ;  $l = L = 32 \text{cm}$ ;  $\tau_{rup} = 0.5 \text{ms}$ ].

### 3.2.2. Influencia de la sobrepresión

Para un valor de espesor de la membrana  $e = 0.2 \text{mm}$  se evidencia un cambio de la dinámica debido a la curvatura producida por la sobrepresión (Fig.3.4). Por otro lado, para la membrana más gruesa ( $e = 0.5 \text{mm}$ ) no se percibe un gran cambio en la curvatura. Haciendo una analogía con la ecuación de Laplace para una membrana donde  $R_1$  y  $R_2$  son los radios de curvatura, se tiene:

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = e \sigma_{rr} \left( \frac{2}{R} \right), \quad (3.2)$$

donde  $e$  es el espesor de la membrana elástica,  $\sigma_{rr}$  es el valor de la tensión radial que se aplica a la membrana y  $R_1$  es el radio de curvatura de la burbuja. Si  $e$  es grande, entonces  $\sigma_{rr}$  es chico. Por otro lado si el valor de  $e$  es pequeño, entonces el valor de la deformación  $\sigma_{rr}$  es grande. Si se inyecta más presión al sistema la curvatura cambia de manera apreciable para membranas delgadas ( $e = 0.2 \text{mm}$ , ver Fig.3.4), por lo que se utiliza en todos los experimentos una membrana más gruesa ( $e = 0.5 \text{mm}$ ) para que el cambio no sea significativo.

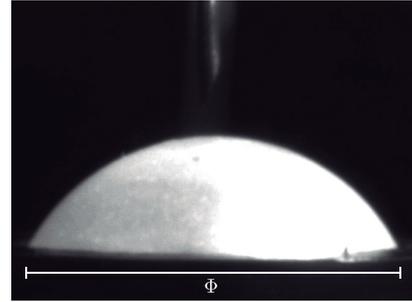


Figura 3.4: Vista por el lado de la membrana en sobrepresión. La imagen muestra la curvatura de la membrana [ $\Delta P \sim 35 \text{kPa}$ ;  $l = L = 32 \text{cm}$ ;  $e = 0.2 \text{mm}$ ]

Al medir el tiempo de ruptura,  $\tau_{rup}$ , en función de cambios de sobrepresión al interior de la cavidad para membranas gruesas la dinámica cambia. Al aumentar la sobrepresión el  $\tau_{rup}$  a deformación inicial constante ( $\varepsilon_i \sim 1$ ), el  $\tau_{rup}$  va disminuyendo. A sobrepresiones grandes

( $\sim 50\text{kPa}$ ) la dinámica es más rápida y al contrario, para sobrepresiones pequeñas ( $\sim 10\text{kPa}$ ), la dinámica es más lenta (ver Fig.3.5).

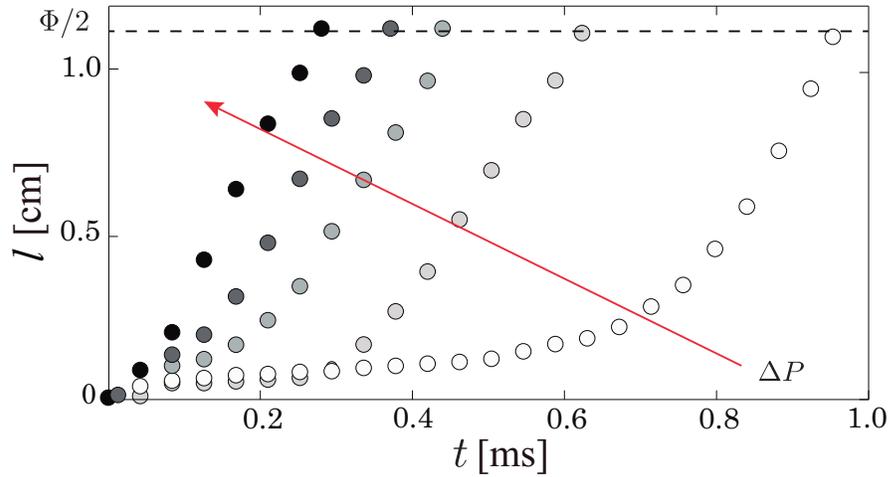


Figura 3.5: Largo de apertura  $l$  como función del tiempo, para diferentes sobrepresiones  $\Delta P$  en el sistema. El tiempo  $\tau_{rup}$  es medido cuando la membrana se abre hasta el borde del tubo  $R_c = \Phi/2$  [ $l = L = 32\text{cm}$ ;  $e = 0.5\text{mm}$ ;  $\varepsilon \sim 2$ ]

Se puede observar que en la fig.3.5, la diferencia en los tiempos de ruptura medidos con la cámara rápida en función de la sobrepresión  $\Delta P$  impuesta inicialmente. Esta variabilidad se da por la deformación que se produce en la membrana delgada, dejando en evidencia los cambios de curvatura del sistema a deformaciones pequeñas.

Se observan 3 regímenes muy marcados en la dinámica de apertura de la membrana elástica (ver figura.3.6). Para una presión de  $\Delta \sim 10\text{ kPa}$  y una deformación  $\varepsilon \sim [2,5 - 3,3]$  el primer régimen **(i)** se caracteriza por una dinámica muy rápida de ruptura, donde  $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ ms}$ . En el segundo régimen **(ii)** con valor de deformación  $\varepsilon \sim [1 - 2]$ , la membrana se abre en un tiempo  $\tau_{rup} \sim 0,5\text{ms}$  y más largo. Finalmente el régimen **(iii)**  $\varepsilon \sim [0,5 - 1]$  la ruptura no se propaga y la aguja alcanza solo hacer un agujero [más detalle en el capítulo siguiente].

### 3.2.3. Control del tiempo de ruptura

Se controla el tiempo de apertura (ruptura de la membrana) por medio de la deformación  $\varepsilon$  inicial de la membrana, con la cual se puede controlar de mejor forma el tiempo de ruptura de la membrana  $\tau_{rup}$ . Se observa en la Fig. 3.7, que a más deformación inicial el tiempo de

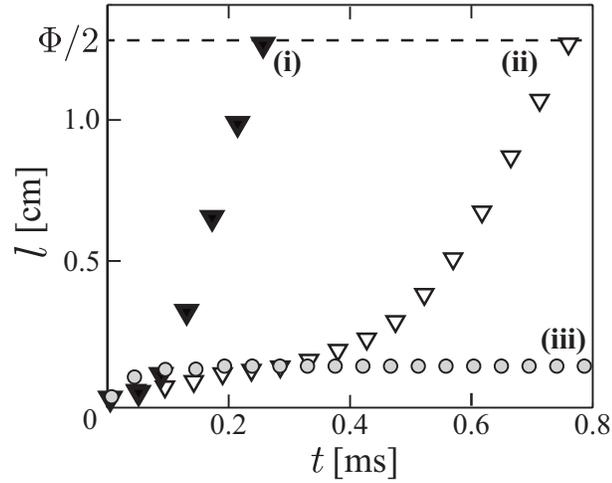


Figura 3.6: Largo de apertura  $R_c$  como función del tiempo, para tres deformaciones iniciales diferentes en la membrana. Definimos el tiempo  $\tau_{rup}$ , cuando la ruptura alcanza  $R_c = \Phi/2$ . [ $l = L = 0.32\text{cm}$ ,  $\Delta P \sim 5\text{kPa}$ ;  $e = 0,5\text{mm}$ ; dinámica en un paso  $\varepsilon_i \sim 3$ ; dinámica en dos pasos  $\varepsilon_{ii} \sim 1,5$ ; no existe dinámica (agujero estable)  $\varepsilon_{iii} \sim 0,5$ ]

ruptura es más corto ( $\sim 0.2\text{ms}$ ), en cambio a menores valores de  $\varepsilon$ , el tiempo de ruptura es más largo y ocurren algunos efectos en la ruptura que veremos en el capítulo siguiente. Entonces, se tiene una relación directa entre el tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$  versus la deformación  $\varepsilon$  (Fig.3.7) lo que permite controlar el tiempo de ruptura.

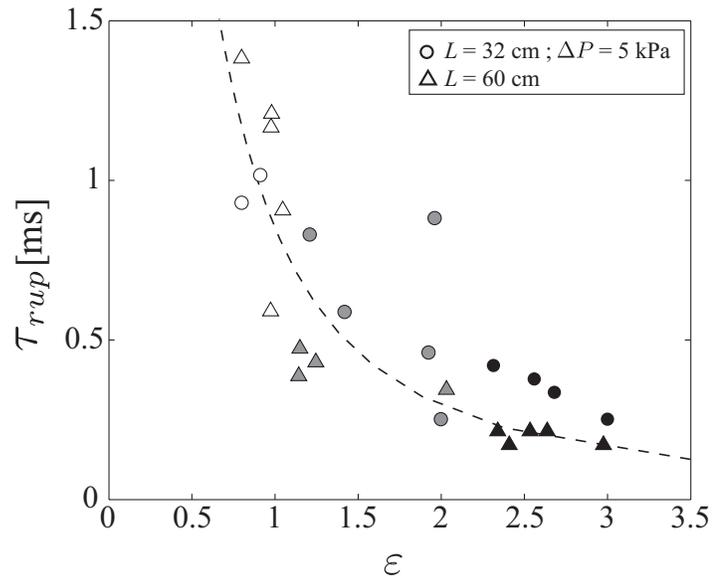


Figura 3.7: Tiempo de ruptura en función de la deformación de la membrana.  $\Delta P \sim 5$  kPa;  $e = 0.5$  mm. El  $\tau_{rup}$  decrece con  $\epsilon$ . La línea segmentada es el mejor fit de los datos, donde  $\tau_{rup} = a \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ , donde  $a = 0.4$  (ver capítulo siguiente). Los puntos negros, indican una gran deformación en la membrana, los puntos grises están dados por una deformación intermedia y poca deformación esta dado por los círculos blancos.

Un punto gris en la Fig.3.7 se escapa del comportamiento sobre el fit, donde  $\tau_{rup}$  es más grande de lo esperado. La membrana elástica se comporta como si fuera más blanda. Este efecto, se puede explicar por el efecto Mullins [60] y es un aspecto particular de la respuesta mecánica en cauchos en el que la curva de tensión deformación depende de la carga máxima encontrada previamente.

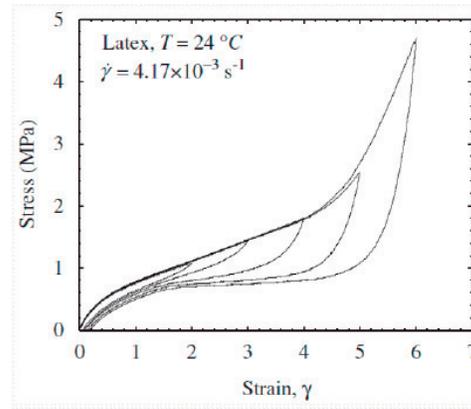


Figura 3.8: Curva de stress-strain para un material elástico [61]

El fenómeno llamado así por Leonard Mullins, puede ser idealizada para muchos propósitos como un ablandamiento instantáneo e irreversible de la curva de esfuerzo-deformación

que se produce cada vez que la carga se incrementa más allá de su todo antes valor máximo de tiempo. A veces, cuando la carga es inferior a un máximo anterior, el comportamiento elástico no lineal prevalece. En el trabajo de tesis, este fenómeno se verá reducido ya que las membranas elásticas serán estiradas (deformadas) solo una vez, por lo que si este valor está fuera de la curva de la Fig.3.7 el experimento no es considerado.

En el caso  $\tau_{rup} < \tau_{prop}$ , el tiempo de ruptura no afecta la onda acústica en el régimen lineal [45, 46] 2.4.4. A continuación entonces, en esta parte del trabajo y en los capítulos siguientes, el espesor de la membrana utilizado es de  $e = 0,5$  y sólo en este capítulo  $\tau_{rup} < \tau_{prop}$ , así la ruptura se considera instantánea desde el punto de vista de la onda acústica y se estudia que pasa al aumentar la presión en el sistema ( $\Delta P$ ). Se estudia que pasa con la amplitud de la onda acústica cuando el sistema está sometido a altas presiones y se “controla” el tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$  ( $\sim 0.2$ ms) a deformaciones grandes cuando el tiempo de propagación de la onda en la cavidad,  $\tau_{prop} = 2L/c$  es más grande (ver Tabla 3.1). Se debería observar a bajas sobrepresiones que la amplitud máxima de la presión al interior  $P_{int}^*$  debe ser igual a la sobrepresión impuesta  $\Delta P$  [45, 46],  $P_{int}^* = \Delta P$ . Al aumentar la sobrepresión en el régimen de  $\tau_{rup} \ll \tau_{prop}$  se espera ver cambios en este comportamiento lineal.

$l$ [cm]	$\tau_{prop}$ [ms]
8	0.4
16	0.9
32	1.8
60	3.4
64	3.6

Cuadro 3.1: Largos del tubo y sus respectivos tiempos de propagación de la onda  $\tau_{prop}$

### 3.3. Forma de la onda acústica

Se presentan dos configuraciones del modelo de una burbuja con el mismo volumen (con  $L = 32$ cm) e igual sobrepresión inicial ( $\Delta P = 30$ kPa) estallando en el extremo del conducto ( $l = L$ ) y a la mitad de él ( $l = 64$ cm). La Fig. 3.9 muestra diferentes formas de la onda acústica dentro ( $P_{int}$  línea gris) y fuera ( $P_{ext}$  línea negra) de la cavidad, dependiendo de la posición de la membrana. Con la membrana al extremo abierto del conducto ( $l = L$ ),  $P_{int}$  cae desde cero

hasta el valor  $-2\Delta P$  en el régimen lineal, debido a la condición de reflexión total en el fondo de la cavidad. Note que el verdadero valor de  $P_{int}$  va desde  $+\Delta P$  a  $-\Delta P$ , pero debido a la relajación del sensor de impacto, no se puede capturar la señal directa de ésta componente.

La señal dentro de la cavidad  $P_{int}$  es resonante y se amortiga en unos 100 milisegundos. Cuando la membrana estalla a cierta profundidad en la cavidad, se observa claramente que el frente de onda es doble, inicialmente con un frente de presión hacia arriba positivo y el otro frente hacia abajo con una presión negativa (descompresión). Se denota  $P_{int}^*$  y  $P_{ext}^*$  a la amplitud del primer peak del exceso de presión en el interior (corresp. exterior) de la cavidad.

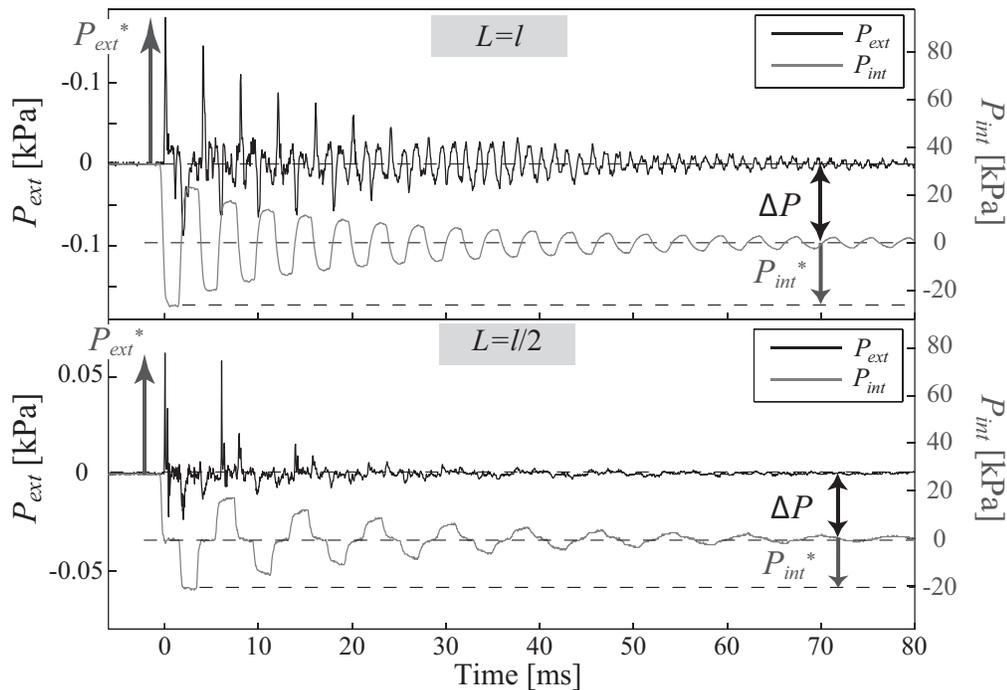


Figura 3.9: Onda acústica medida dentro ( $P_{int}$ , línea gris) y afuera ( $P_{ext}$ , línea negra) de la cavidad, antes de estallar. (Arriba)  $L = l = 32$  cm; (Abajo)  $l = 64$  cm,  $L = l/2$  [ $\Delta P = 30$  kPa].

Cuando la membrana se rompe, el frente de onda viaja por dentro de la cavidad y la amplitud de esta es medida en el fondo por el sensor de presión ( $P_{int}$ ) y afuera por el micrófono ( $P_{ext}$ ). En el régimen lineal, esta simple experiencia se ha cuantificado experimental y analíticamente [45]. Varios mecanismos físicos son responsables de la forma y de la amplitud de la onda que se registra fuera y dentro de la cavidad (Fig.3.9). Entonces se puede escribir, la presión en función del tiempo dentro del tubo:

$$P(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \exp^{-t/\tau_n}, \quad (3.3)$$

donde  $\omega_n = 2\pi(2n + 1)\nu_0$  son las frecuencias de resonancia (armónicos) de un tubo con condiciones de borde asimétricas y  $\tau_n$  es el tiempo de amortiguación de la onda en la cavidad para el modo  $n$ . Este tiempo de amortiguación depende de los coeficientes de radiación  $\tau_n^Z$  y de la disipación viscosa  $\tau_n^V$  en las paredes de la cavidad (ver sección 2.4.3).

Este modelo funciona cuando el tiempo de ruptura es mucho menor en comparación al tiempo de propagación que demora la onda en recorrer el tubo  $\tau_{prop} = 2L/c$ ,  $\tau_{rup} \sim 0,2\text{ms}$ , además de tener sobrepresiones pequeñas en el sistema (régimen lineal).

### 3.3.1. Amplitud dentro del tubo: cambio de régimen

En régimen de acústica lineal, debido a la condición total de reflexión en el fondo de la cavidad, la mínima amplitud de presión al interior,  $P_{int}^*$ , es estrictamente igual a la sobrepresión inicial antes de la explosión  $P_{int}^* = \Delta P$  [45]. Para investigar la transición entre el régimen lineal y no lineal, se registra que sucede para diferentes sobrepresiones iniciales aumentando la presión en el interior de la cavidad, desde unos 5 kPa hasta aproximadamente los 50 kPa (Fig.3.10).

El régimen lineal,  $P_{int}^* = \Delta P$ , se cumple para todos los largos del tubo hasta que la sobrepresión sobrepasa el valor  $\Delta P_c$ , que es un poco mayor que 20 kPa. Para valores  $\Delta P > \Delta P_c$  la presión medida en el interior es menor que la que predice la teoría lineal, y los efectos no-lineales comienzan a aparecer. El valor de  $\Delta P_c$  está calculado como la variación mínima (al 5 %) del ajuste de la recta que pasa por los primeros puntos.

Por otra parte, a medida que la amplitud de la sobrepresión aumenta, la medición de la amplitud de la presión al interior es más pequeña que la predicción lineal. Esto se debe al hecho que el sistema no es capaz de soportar más presión dentro del tubo y la energía radia hacia afuera. Debido a la condición de reflexión en el extremo abierto, la impedancia del aire que está a presión atmosférica (100 kPa), trata de reflejar con  $-2\Delta P$  la onda hacia el interior del tubo. Más allá de una sobrepresión de 50 kPa, el sistema no es capaz de soportar tanta energía y como no puede hacer vacío al reflejarla, ya que lo que se mide es una diferencia de presiones, el valor límite que alcanza tiene que ser menor 50kPa, y es lo que se puede observar en el régimen de los valores medidos de  $P_{int}$  (ver figura 3.10). Este efecto también se puede ver en la figura 3.9 con los valores de  $\Delta P$  y  $P_{int}^*$ .

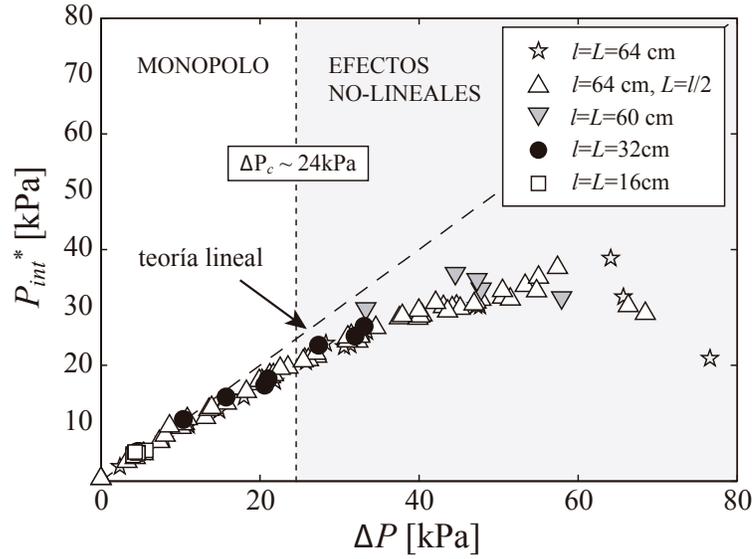


Figura 3.10: Presión interna máxima versus la sobrepresión impuesta al sistema para distintos largos del tubo. La línea segmentada representa la teoría lineal ( $P_{int}^* = \Delta P$ ), y la zona gris es la región donde se observan efectos no-lineales [ $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$ ].

### 3.3.2. Amplitud afuera: teoría de Lighthill

Se mide la variación de  $P_{ext}^*$ , el primer peak de exceso de presión en el exterior de la cavidad como función de  $\Delta P$  (Fig.3.11). Ésta relación no tiene una clara interpretación, por lo que para poder entender el comportamiento, se prueba la teoría de una fuente monopolar descrita por Lighthill en 1978 [49] en la teoría lineal del sonido.

$$P_{ext} - P_0 = \frac{\dot{q}(t - r/c)}{4\pi r}, \quad (3.4)$$

donde  $q$  es el flujo de masa dado por  $q = \rho v S$ ,  $S$  es la sección del tubo,  $v$  la velocidad del gas,  $\rho$  la densidad del gas y  $c$  la velocidad del sonido en el aire.

Si se toma el flujo de aire que pasa por esa fuente puntual y se impone los parámetros experimentales, donde la superficie a considerar es constante  $S = \pi(\Phi/2)^2$ , donde  $\Phi$  es el diámetro del tubo, entonces obtenemos

$$q(t) = \rho v S, \quad (3.5)$$

con  $v = P_{int}/\rho c$ , entonces  $\dot{q} = (\pi(\Phi/2)^2/c) dP_{int}/dt$ , entonces reemplazando en la ecuación 3.4, queda:

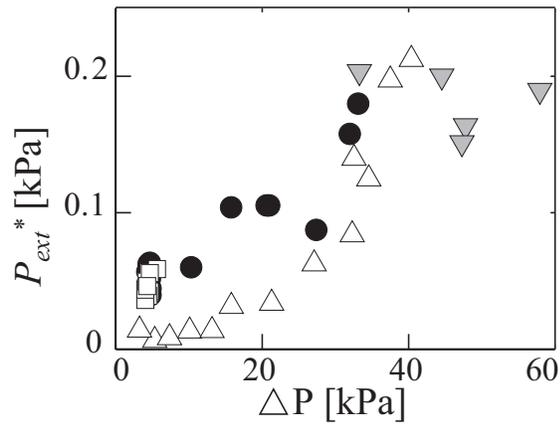


Figura 3.11: Presión externa máxima versus la sobrepresión  $\Delta P$  impuesta al sistema, para distintas configuraciones y largos del tubo. Los símbolos son para los mismos valores que la figura.3.10.

$$P_{ext} = \frac{\Phi^2}{16dc} \left( \frac{dP_{int}}{dt} \right) \quad (3.6)$$

, donde  $d$  es la distancia al micrófono externo.

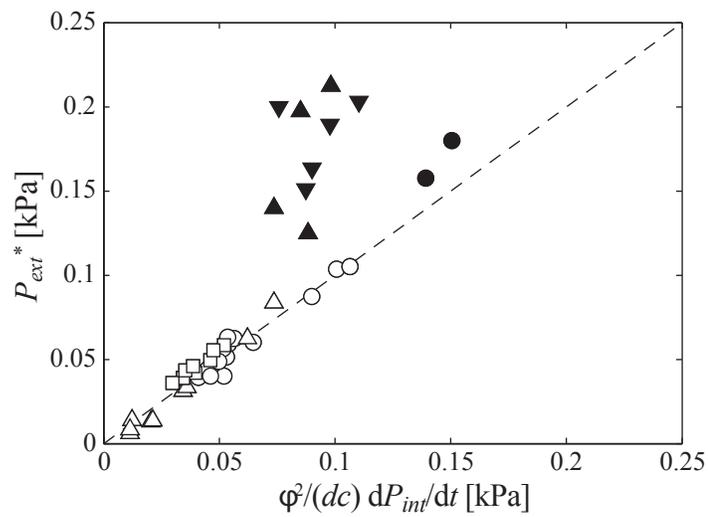


Figura 3.12: Máximo de amplitud de la onda acústica fuera de la cavidad,  $P_{ext}^*$ , en función del exceso de presión predicha por la teoría de Lighthill [símbolos blancos,  $\Delta P \leq \Delta P_c$ ; símbolos negros  $\Delta P > \Delta P_c$ ; línea segmentada: teoría de Lighthill.

La Fig.3.12 muestra el valor de  $P_{ext}^*$  medido fuera de la cavidad en función del modelo de Lighthill, para distintos largos del tubo y configuraciones donde la membrana se rompe. Se puede observar de la figura, que para los símbolos blancos, que son valores de sobrepresión menores a los 24kPa, el modelo de Lighthill funciona muy bien, haciendo además una corrección geométrica al tubo  $l = L/2 = 32\text{cm}$ . Los símbolos negros representan valores de sobrepresión mayores a 24 kPa y ya no cumplen con la relación de Lighthill lineal para la presión externa. La Fig.3.10 da el orden de magnitud de la transición ( $\sim 20\text{kPa}$ ) pero si se compara con el modelo de Lighthill se tiene un valor más preciso de  $\Delta P_c \sim 24\text{kPa}$ .

Las mediciones de las amplitudes acústicas muestran que existe un cambio de régimen lineal a no-lineal a los  $\Delta P_c \sim 24\text{ kPa}$ , pero que pasa si se estudia desde el punto de vista del contenido frecuencial?

### 3.3.3. Contenido Frecuencial

Se puede encontrar los valores en frecuencias del espectro acústico tanto dentro como afuera del tubo. Usando la transformada de Fourier para los valores  $P_{int}$  y  $P_{ext}$ , se ve en la Fig.3.13 la señal dentro del tubo (línea gris) que se observa como peaks regulares, donde la frecuencia fundamental esta dada por  $\nu_0 = c/4l = 256\text{Hz}$ . Por otro lado, la señal afuera (línea negra) se observan los mismos peaks de frecuencia, que es debida a la resonancia del tubo excitado.

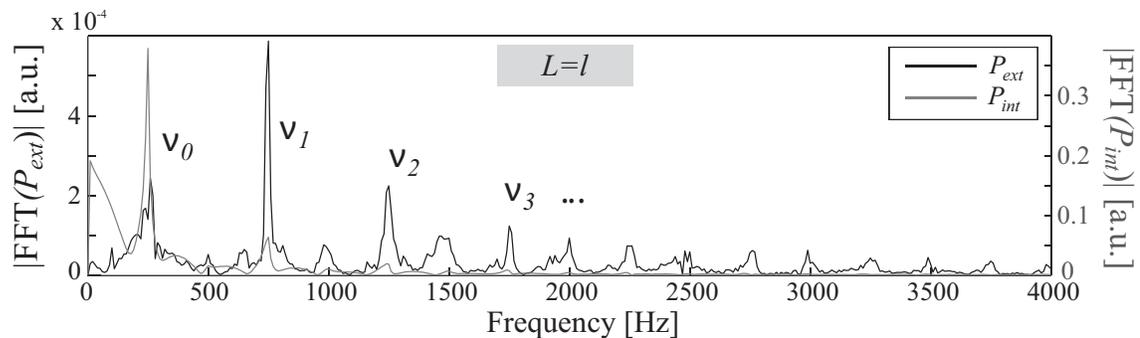


Figura 3.13: Transformada de Fourier para las señales acústicas dentro y fuera del tubo [ $L = 32\text{cm}$ ;  $\Delta P = 20\text{kPa}$ ].

En el régimen de acústica lineal, se ha demostrado que por pequeña que sea la sobrepresión inicial, la repentina liberación de presión en un tubo conduce a ondas resonantes longi-

tudinales y su subsecuente radiación hacia afuera [45]. Las señales acústicas dentro y fuera son armónicos con peaks regulares en el espectro dado por la longitud de la cavidad,  $\nu_0 = c/4(l + \delta L)$  para la frecuencia fundamental y  $\nu_n = (2n + 1)\nu_0$  para los armónicos más grandes, donde  $c$  es la velocidad del sonido en el aire. Sólo los armónicos impares están presentes en la señal debido a las condiciones asimétricas de la cavidad (parte superior abierta, fondo cerrado (ver sección 2.3.2)). Aunque se investiga la transición hacia el régimen no lineal, todos los experimentos describen la onda de sonido de forma lineal o en el régimen onda de choque débil (ver Anexo C.3). Así, la velocidad de la onda es igual a la velocidad del sonido en el aire ( $c = 346\text{m/s}$  a  $25^\circ\text{C}$ ).  $\delta L$  denota una corrección de longitud debido a la radiación de la onda fuera:  $\delta L = 4\phi/3\pi$  (respectivamente,  $0.3\phi$ ) para “unflunged” (respectivamente, “flanged”) [43]. En el siguiente capítulo, se verá que este largo efectivo, tiene una corrección del  $0.9\Phi$ , dado esencialmente por el efecto de la radiación (en un tubo de largo  $L = 32\text{cm}$ ).

Desde el espectro de la señal dentro y fuera del conducto (Fig.3.13), se puede reportar el peak de frecuencia del fundamental y de cada armónico, en comparación con las predicciones teóricas para la radiación en un medio espacio o en el espacio completo (ver sección 2.4.2). Los estudios previos de temblores infrasonicos en el Villarrica [42] han vinculado el peak dominante del temblor a las oscilaciones de Helmholtz de la cavidad por encima del nivel magma en el conducto. En los experimentos, sin embargo, la frecuencia dominante corresponde siempre a la frecuencia fundamental del modo longitudinal, incluso cuando la membrana explota dentro del conducto a cierta profundidad.

El contenido de armónicos (frecuencias peak del espectro) es representado en la figura Fig3.14, en comparación con las frecuencias teóricas. Aunque se muestra una ligera disminución de los armónicos más altos para alta  $\Delta P$ , ninguna transición es visible a través de toda la gama de sobrepresión explorada, incluso cuando los efectos no lineales comienzan a afectar a la amplitud (zona gris).

Se ve que la señal afuera contiene más energía en el segundo armónico,  $\nu_1 = 3\nu_0$ , que en el fundamental (mayor peak en el espectro, Fig.3.15). Incluso, frecuencias correspondientes a armónicos pares,  $\nu_{2n} = (2n)\nu_0$ , también se observan en el espectro (Fig. 3.13) que resulta de un acoplamiento no-lineal y la transferencia de energía a modos superiores.

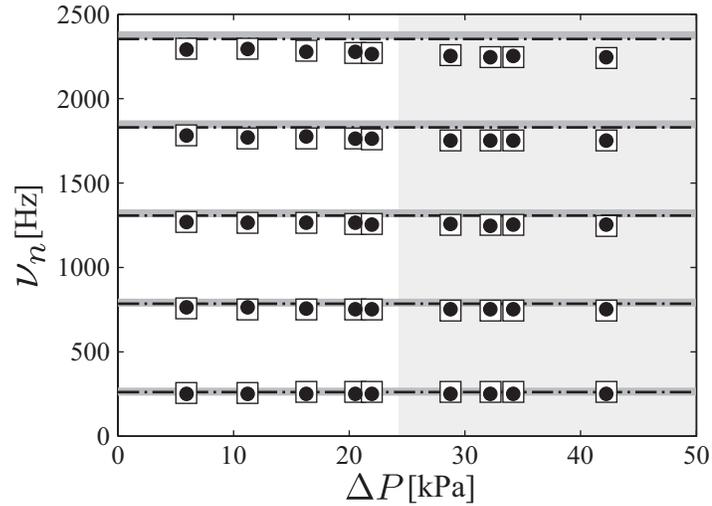


Figura 3.14: Contenido espectral (peak de frecuencias  $\nu_n$ ) para  $P_{int}$  (puntos negros) y  $P_{ext}$  (cuadrados blancos) para diferentes sobrepresiones iniciales  $\Delta P$ , comparados con las frecuencias teóricas de una onda resonante en la cavidad (corrección : radiación para todo el espacio, línea negra segmentada con puntos; 'para el medio espacio línea gruesa gris). El contenido espectral no muestra ningún cambio, incluso después de la transición al régimen no-lineal (zona gris) [ $L = l = 32$  cm].

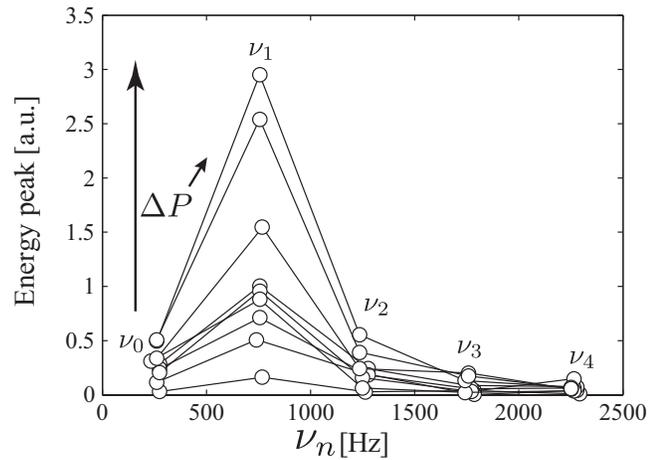


Figura 3.15: Energía de los peaks de frecuencia de  $P_{ext}$  en función de los primeros 5 armónicos cuando  $\Delta P$  aumenta. Se observa que el segundo armónico del espectro es más grande para todos los valores de sobrepresión impuestos en el sistema [ $L = l = 32$ cm].

## 3.4. Energía Acústica

### 3.4.1. Energía de la señal afuera

La energía calculada para cada armónico se muestra en la Fig.3.15. Se ve que para el segundo armónico la amplitud de la energía es más grande que la energía del armónico fundamental  $\nu_0$ , para todos los valores de sobre-presión impuestos. A continuación se explica como la radiación y la disipación afectan los armónicos para distintos largos del tubo. Más adelante (Sección B.1.3) se explora por que el segundo peak de la radiación acústica afuera contiene más energía que los demás armónicos, incluso que el fundamental.

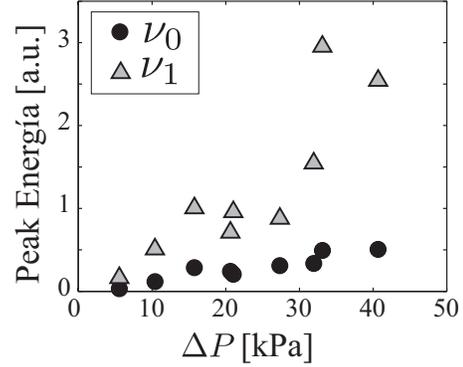


Figura 3.16: Peak de energía en función de  $\Delta P$ , para el primer y segundo armónico.

Se considera la energía total acústica definida anteriormente para un modelo de “slug” [45] [20]

$$E_a = \frac{2\pi d^2}{\rho c} \int_0^\infty P_{ext}^2 dt, \quad (3.7)$$

donde  $2\pi$  está dado por la mitad del espacio radiado.

A veces es difícil poder estimar bien el valor de  $E_a$ . De hecho, la señal grabada en el campo puede ser resultado de la superposición de eventos sucesivos en el volcán, y estimar el final del sonido emitido por un solo estallido puede llegar a ser imposible. Se propuso comparar entonces para poder estimar la energía total,  $E_a$ , a la energía de la misma señal calculada sólo en el primer período de la señal:

$$E_T = \frac{2\pi d^2}{\rho c} \int_0^T P_{ext}^2 dt \quad (3.8)$$

La Fig.3.18 muestra que  $E_T$  es un buen indicador de la estimación de la energía acústica. Sin embargo, con el fin de comparar este parámetro de las burbujas que estallan a diferentes profundidades (aquí  $z = 0$ , puntos negros vs.  $z = L$ , triángulos blancos), es necesario considerar  $E_T/T$ , donde  $T = 1/\nu_0$  es el periodo del fundamental. Este parámetro tiene en cuenta el cambio

en longitud de onda debido a la onda de resonancia en diferentes largos del conducto. Después de la corrección (triángulos grises, Fig.3.18), todos los datos siguen la misma tendencia.

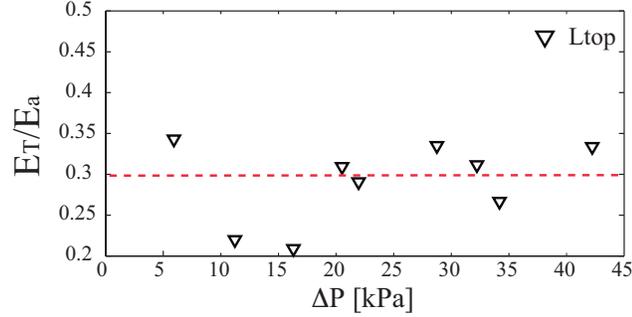


Figura 3.17: Energía de la burbuja

La figura 3.17, muestra como se comporta la razón entre la energía calculada en el primer peak y la energía total cuando la sobrepresión aumenta. Esta razón es constante  $\sim 0.3$ , cuando la membrana se rompe en el extremo abierto del tubo. Para verificar teóricamente cual es el valor de la energía del primer periodo de la señal,  $E_T$ , en función de la energía total  $E_a$  se modela una onda “ideal” con una sola frecuencia con un valor de tiempo de ruptura constante (en este caso muy pequeño) [45]. Entonces se puede escribir la forma de la onda acústica “idealizada” de la siguiente forma:

$$P_{ext} = A \sin(\omega t) e^{-t/\tau} \quad (3.9)$$

usando la relación para la energía y la relación trigonométrica para el  $\sin(\omega t)$ , tenemos que:

$$\frac{E_T}{E_a} = (1 - e^{-2T/\tau}), \quad (3.10)$$

donde  $\tau$  es el tiempo de amortiguamiento de la señal y  $T$  es el periodo de tiempo donde se calcula el primer peak (ver el cálculo completo en el A.1. Se toma en cuenta que la energía de la primer periodo de la señal es de aproximadamente 30% de la energía acústica total.

En el inset de Fig.3.18, se compara  $E_T/T$  a la energía potencial  $E_p$  almacenada inicialmente en la burbuja antes de estallar. Se evalúa considerando la expansión adiabática del volumen de gas  $V = \pi(\Phi/2)^2 L$  (volumen “burbuja”) cuando la membrana explota. Entonces la energía potencial del sistema esta dado por

$$E_p = \frac{1}{2\rho c^2} V \Delta P^2 \quad (3.11)$$

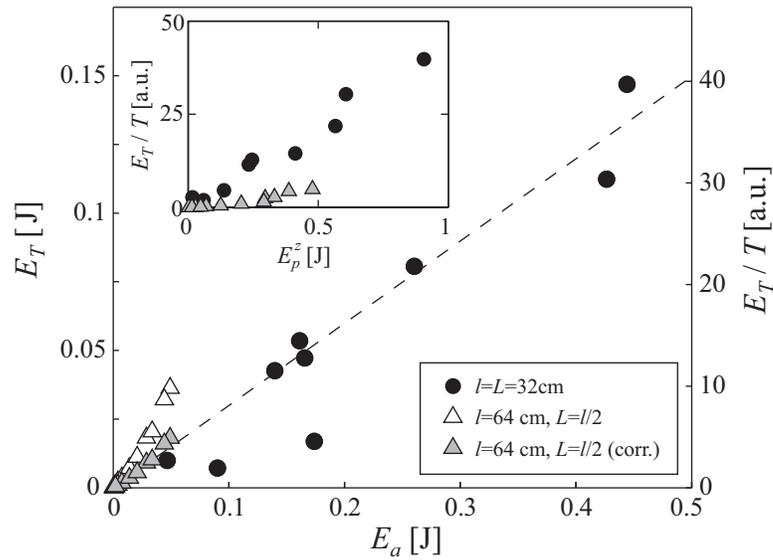


Figura 3.18:  $E_T$  es la energía del primer periodo de la señal afuera ( $P_{ext}$ ) como función de la energía total de la misma señal,  $E_a$  [eje derecho,  $E_T/T$ , triángulos grises; la línea segmentada es la relación lineal entre  $E_a$  y  $E_T$ ]. Inset: energía del primer periodo normalizado en el primer periodo vs la energía potencial,  $E_T/T$ , como función de la energía potencial almacenada en la burbuja, corregida en función de la profundidad (ver texto).

Se asume la configuración de la Fig.3.19, las sobrepresiones iniciales impuestas al sistema están dadas por  $\Delta P$  y son iguales para cada caso. Para una burbuja que estalla a profundidad  $z$ , con sobrepresión  $\Delta P$  (Fig.3.19b), se considera desde afuera que es equivalente a una burbuja que explota con la misma cantidad de gas en el volumen total del tubo. Si la corrección de volumen es  $V$  entonces  $V(L+z)$ , pues la corrección de presión para la misma cantidad de gas  $\Delta P$  entonces  $\Delta P * L/(L+z)$ . La corrección para la energía potencial está dada por la fórmula  $E_p^z$ , donde  $E_p^z = E_p(1+z/L)$ .

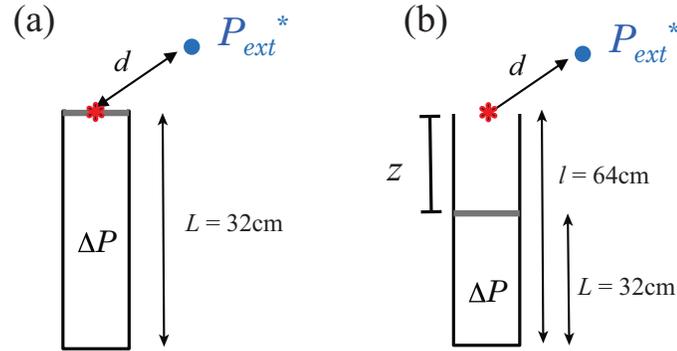


Figura 3.19: Esquema de la corrección en la profundidad del tubo para dos  $E_p^z$ . Asumiendo la fuente acústica como una fuente puntual (rojo), para dos configuraciones distintas, a) membrana rompiéndose en la parte superior del tubo ( $l = 32\text{cm}$ ) y b) rompiéndose en la mitad del tubo ( $L = l/2$ , para  $l = 64\text{cm}$ ).

### 3.4.2. Mecanismos de pérdida de energía

Las pérdidas de energía se rigen principalmente por disipación viscosa a lo largo de las paredes de la cavidad y la radiación de la onda en la el borde abierto. En el régimen acústica lineal, el tiempo de amortiguación de la onda característica asociada con estos procesos,  $\tau_n^v$ ,  $\tau_n^z$ , respectivamente, pueden ser determinadas analíticamente por el armónico  $n^{\text{th}}$  ( de frecuencia  $\nu_n$ ) [45] (ver Sección 2.4.3).

Note que, en la Fig. 3.20, la amortiguación debido a la disipación viscosa domina a bajas frecuencias, mientras que el amortiguamiento debido a la radiación domina a altas frecuencias. Se espera entonces que la radiación (respectivamente la disipación viscosa) debe dominar a regimenes para tubos cortos (respec. largos). El conducto tiene un largo crítico  $l_c$  para que estos dos procesos tengan el mismo valor de magnitud. Resolviendo  $\tau_n^v = \tau_n^z$ , con  $\nu_n = (2n + 1)c/4l_c$  y suponiendo  $\delta l \ll l_c$ :

$$l_c(n) = \left(\frac{\Phi^3}{32}\right)^{2/5} \left(\frac{c}{\eta^*}\right)^{1/5} \pi^{3/5} (2n + 1)^{3/5} \quad (3.12)$$

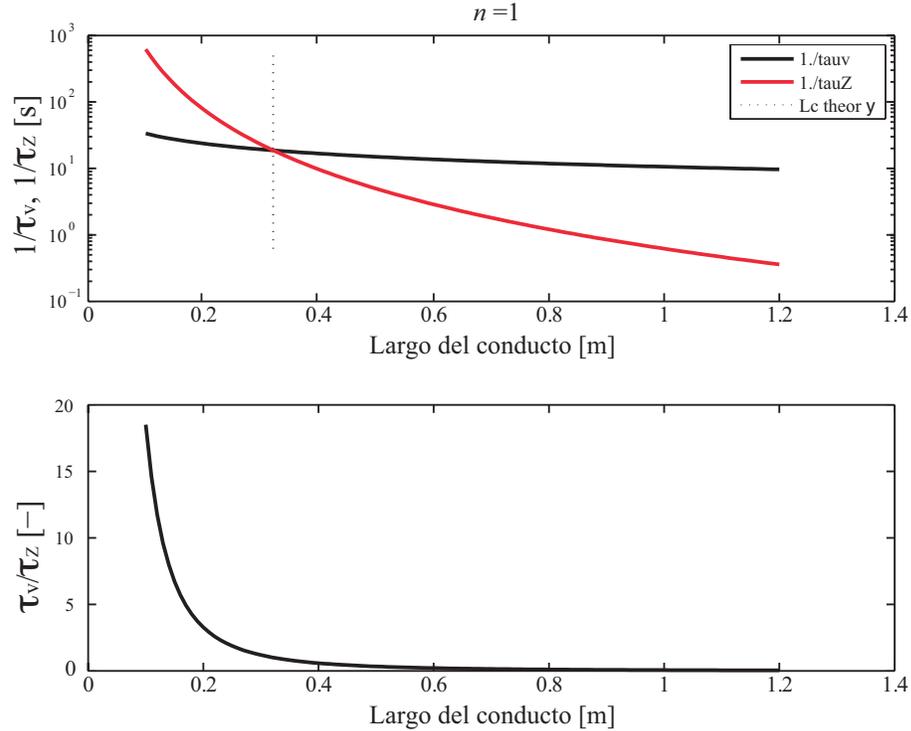


Figura 3.20: Arriba: para el modo  $n = 1$  se muestra para la radiación y la disipación viscosa en función del largo crítico de la cavidad  $l_c$ . La línea segmentada es la teoría del valor de  $l_c$  para el primer armónico. Abajo: La razón para distintos largos del tubo.

Se observa en la figura 3.20 arriba los inversos del tiempo para radiación y disipación. En la Fig.3.20 arriba, se muestra cual es el valor del largo crítico para la radiación y la disipación viscosa en función del largo del tubo. Se observa la evolución de los inversos de los tiempos característicos de amortiguación por disipación viscosa  $\tau'_n$  y por radiación  $\tau_n^Z$ . Para un armónico fijo ( $n = 0$ ), entre el tiempo característico de amortiguación debido a la disipación viscosa y a la radiación, se observa que las curvas se cruzan y se deduce que hay un largo crítico  $l_c$ , para  $l = 32$ cm. Para largos de tubo pequeños, se ve que para la frecuencia fundamental la radiación juega un papel importante, en cambio para largos del tubo más grandes la disipación viscosa es dominante para el primer armónico.

Para cada modo en función del largo, la radiación y la disipación en el tubo tienen un respectivo peso más o menos grande. Se muestra en la figura 3.21 el valor teórico donde la disipación y la radiación tienen el mismo peso, en función de los modos  $n$ . Se muestra entonces

como la radiación y la disipación afectan más a cada armónico por cada largo del tubo.

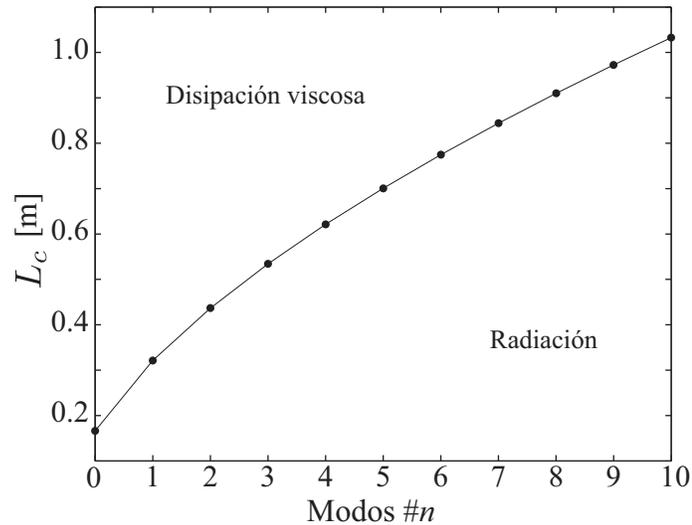


Figura 3.21: Regimenes de disipación y radiación para distintos largos de la cavidad en función de los modos en la cavidad.

Es difícil la estimación cuantitativa de la corrección que debe aplicarse a los datos, debido al régimen de radiación dominante o viscoso dominante. En una (muy) burda aproximación, si se toma en cuenta solamente la frecuencia fundamental, se puede estimar a partir de la teoría lineal la relación de amplitud de la radiación dominante vs. régimen viscoso-dominante. Éste, corresponde aproximadamente a  $\exp(-1/\tau_n^Z)/\exp(-1/\tau_n^V)$ , donde  $\tau_n^Z$  y  $\tau_n^V$  son los tiempos de amortiguación característicos asociados con estos procesos, calculado aquí para el modo fundamental. Esta relación es de un valor de alrededor de 6.000 para  $L = 32\text{cm}$  y 1600 para  $L = 64\text{cm}$ , lo que da un factor de 3,75 entre la amplitud acústica asociada con las dos longitudes de tubo y un factor de  $3.75^2 \approx 14$  para la relación de energía. Multiplicando  $E_T/T$  para  $L = 64\text{cm}$  por este factor hace que un colapso aproximada de los datos con  $L = 32\text{ cm}$ , hasta  $E_P \sim 0,3\text{J}$ , que corresponde aproximadamente a 20 kPa. Por tanto, aunque la magnitud parece razonable, tal cruda aproximación es difícil de defender.

En el valor de la energía potencial  $E_P \sim 0,3\text{J}$  existe un cambio de régimen en la energía para los dos largos del tubo. Este valor 0.3J corresponde a una valor de sobrepresión cercano a los 24 kPa, que es el cambio de regimen propuesto anteriormente con el modelo de Lighthill e indica nuevamente que este valor corresponde a una transición continua al regimen no-lineal.

### 3.4.3. Influencia del tiempo de ruptura

Si se considera que el tiempo de caída de la sobrepresión es proporcional a  $\tau_{rup}$  [45], entonces

$$\frac{dP_{int}}{dt} \propto \frac{\Delta P}{\tau_{rup}} \quad (3.13)$$

Donde la energía acústica al exterior es calculada en un cierto periodo, se tiene

$$E_T = \beta \int_0^T P_{ext}^2 dt \approx \beta P_{ext}^2 T, \quad (3.14)$$

donde  $\beta = 2\pi d^2 / \rho c$  y  $P_{ext}$  se puede escribir usando la relación encontrada por Lighthill (ecuación 3.6) para el medio espacio radiado y sustituyendo ec.3.13, entonces

$$P_{ext} = \frac{\Phi^2}{16dc} \frac{\Delta P}{\tau_{rup}}, \quad (3.15)$$

reemplazando en ec.3.14, la energía acústica

$$\begin{aligned} \frac{E_T}{T} &= \beta P_{ext}^2 \\ &= \beta^2 \left( \frac{\Delta P}{\tau_{rup}} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

reemplazando la energía potencial  $E_p$  de la ecuación 3.11 y  $\beta$  en la ecuación, se obtiene

$$\frac{E_T}{T} = \left( \frac{\Phi^2}{16cL} \right) \frac{1}{\tau_{rup}^2} E_p \quad (3.17)$$

Este resultado dice que, el tiempo de ruptura sigue siendo un parámetro muy importante, tanto en la medición de la amplitud como la energía acústica emitida. En este capítulo  $\tau_{rup}$  no era variable ( $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$ ) y es controlado por una deformación grande en la membrana. En el siguiente capítulo se estudiará como el tiempo de ruptura al aumentar, puede cambiar la señal emitida y por lo tanto la energía acústica que puede emitir en un volcán.

## Conclusión

Uno de los puntos clave en el análisis de datos en el campo es la información que se puede extraer de la señal acústica monitoreada en volcanes,  $P_{ext}$ . Se demostró que el espectro armónico es la firma de los modos de resonancia en el conducto producido por estallido de una burbuja, incluso cuando los efectos no lineales son significativos y las frecuencias dominantes están regidas por la geometría del sistema.

La amplitud del primer peak fuera de la cavidad  $P_{ext}^*$ , queda bien descrito para la teoría de una fuente monopólica, para  $\Delta P < \Delta P_c = 24\text{kPa}$ , este valor empírico es cierto para distintos largos del conducto y profundidades donde la burbuja explota. Para  $\Delta P > \Delta P_c$  se observa que existe un fuerte cambio de régimen y no es posible poder inferir la sobrepresión inicial de la burbuja,  $\Delta P$ , desde el exceso de amplitud de presión, incluso con un experimento bien controlado ( $\tau_{rup}$ ).

Las erupciones Estrombolianas ocurren en una complejo espectro de dinámica de erupción. A pesar de la expansión y estallido del “slug”, que a menudo se invoca como el mecanismo de origen, observaciones recientes han informado de la existencia de ondas de choque en el inicio de la explosión, y el jet supersónico en el origen de la infrasonido [24, 62, 25]. La primera se verá con un poco más de detalle en el Anexo C.2. El experimento investiga la transición entre la acústica lineal y no-lineal, pero no se extiende al régimen de onda de choque supersónica fuerte, que es altamente no lineal (ver Anexo C.2). Los resultados se pueden extrapolar a los datos y análisis de volcanes en el límite de choque de onda débil (ver sección C.3), para un simple e impulsiva explosión debido al “slug” que estalla.

Se propuso, que la energía calculada sobre el primer período de la señal,  $E_T$ , es un buen indicador de la energía acústica total  $E_a$ . Esto puede ser útil cuando se producen estallidos sucesivos y sus firmas acústicas se superponen.  $E_T/E_a$  es constante y de aproximadamente de 30 % cuando la ruptura se produce en el extremo abierto del tubo y más cuando estalla a cierta profundidad. Para una flujo saliente de gas constante y “slugs” de longitud y sobrepresión similares, la pendiente entre  $E_T$  y  $E_a$  proporcionan una indicación directa de la profundidad de ruptura, es decir, del nivel de magma en el conducto en el volcán.

La disipación viscosa en las paredes del conducto y la radiación fuera de él, juegan un

papel importante en el valor de la energía acústica en el primer periodo de la señal. Los valores de energía  $E_T$  en función de la energía potencial hasta los 0.3J ( $\Delta P_c$ ) cumplen la ley de conservación de la energía. Al sobrepasar este límite  $\Delta P_c$  los tubos largos sufren el efecto de la disipación viscosa en las paredes por lo que existe una pérdida de energía a lo largo del conducto. En cambio la energía acústica para el tubo de  $L = 32\text{cm}$  aumenta, debido a que toda la energía se va en forma de radiación hacia afuera.

Por otra parte, en el campo los efectos adicionales se deben tomar en cuenta, por ejemplo; el tiempo de ruptura de la burbuja, que ha sido indicado como responsable de una drástica disminución de la amplitud de la onda acústica, o gradientes de temperatura, no han sido estudiados aquí. Por lo que en el siguiente capítulo se enfocará en estudiar la dinámica de ruptura de la burbuja, controlando bien el parámetro responsable de tener variaciones de amplitud de la señal,  $\tau_{rup}$ , a pesar de tener los mismos parámetros impuestos  $\Delta P$ .

## Capítulo 4

# Efectos de la dinámica de ruptura

- C. Sánchez, V. Vidal, and F. Melo *Submission EPJPlus* Acoustics investigation of the aperture dynamics of an elastic membrane closing an overpressurized cylindrical cavity.

### Motivación

Películas delgadas de jabón estallando se utilizaron para cerrar el extremo abierto de una cavidad resonante [45]. Pero, debido a la naturaleza capilar de los films, los valores de sobrepresión estaban limitados a valores muy bajos, del orden de los  $\Delta P \sim 15$  Pa. Una alta variabilidad se observó en energía liberada cuando la burbuja estallaba, que fué esencialmente retribuida a la fuerte dependencia del tiempo de ruptura [46], que no podía ser controlado. Si  $\tau_{rup} > \tau_{prop}$ , cae la amplitud de la señal y por lo tanto la energía total del sistema. Vimos en el capítulo anterior, que existe una transición al régimen no-lineal en el caso  $\tau_{rup} < \tau_{prop}$  para evitar el problema del tiempo de ruptura. Vimos además que esta transición de un régimen lineal a un no-lineal es a una sobrepresión  $\Delta P_c = 24$  kPa [63]. Utilizando el mismo dispositivo experimental, que permite alcanzar sobrepresiones más altas, se verá que sucede con el efecto del tiempo de ruptura de la membrana elástica en la onda acústica cuando este se controla y varía.

### 4.1. Montaje Experimental

Se utiliza el mismo montaje experimental anterior (ver sección 3.2), donde se investigó la acústica producida por el repentino estallido de una membrana en una cavidad cilíndrica con sobrepresión, se estudiará la dinámica de apertura de la membrana y las consecuencias en la

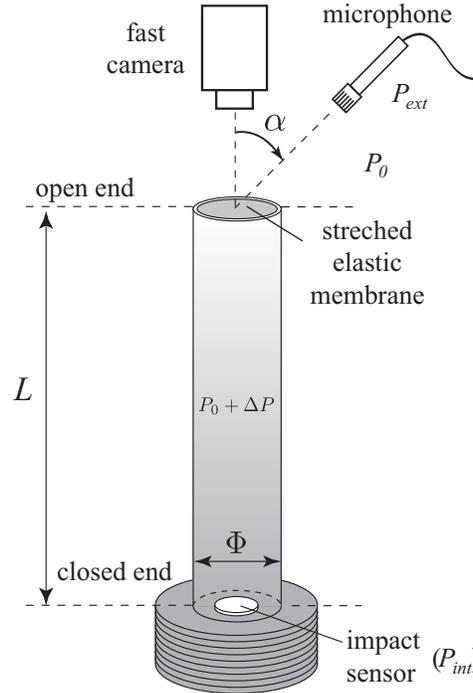


Figura 4.1: Se impuso para todos los experimentos valores  $\Delta P \sim 10\text{kPa}$  dentro de la cavidad cilíndrica cerrada por una membrana elástica de espesor ( $e = 0,5\text{mm}$ ) localizada a una distancia  $L$  (32cm,60cm) desde el fondo de la cavidad. Cuando la membrana se revienta, la señal acústica es medida dentro,  $P_{int}$ , y fuera,  $P_{ext}$ , de la cavidad y simultáneamente la cámara rápida registra la dinámica de apertura.

acústica. Para ello, se utiliza una cámara rápida Phantom v9.1. con una velocidad de captura entre 16.000 a 24.000 imágenes por segundo, con una resolución del orden  $200 \times 200$  píxeles en cada imagen. La membrana se ilumina desde arriba y de los lados, con 3 luces blancas led de unos 50Watts de potencia para grabar la propagación de la apertura y la onda en la superficie de la membrana elástica. La dinámica de ruptura,  $\tau_{rup}$ , se registra con la cámara rápida a  $4.3 \times 10^{-5}\text{s}$  por cada imagen. El tiempo de ruptura se mide con respecto al punto donde la aguja pincha y hasta el borde del tubo donde se propaga la apertura de la membrana (ver Capítulo 3, sección 3.3). Se utiliza la configuración donde la membrana se rompe al extremo superior del tubo, así se visualiza de mejor manera la dinámica de apertura.

## 4.2. Señales acústicas en función del tiempo de ruptura

### 4.2.1. Tiempo de caída de presión y tiempo de ruptura

Las mediciones de tiempo de ruptura,  $\tau_{rup}$  para experimentos anteriores [45, 46] se estimaban a partir del valor de la caída de presión en las señales  $\tau_p$ . En la figura 4.2 se muestra como el valor de  $\tau_p$  aproximado de las señales y  $\tau_p^{exp}$  es el valor medido en nuestros experimentos.

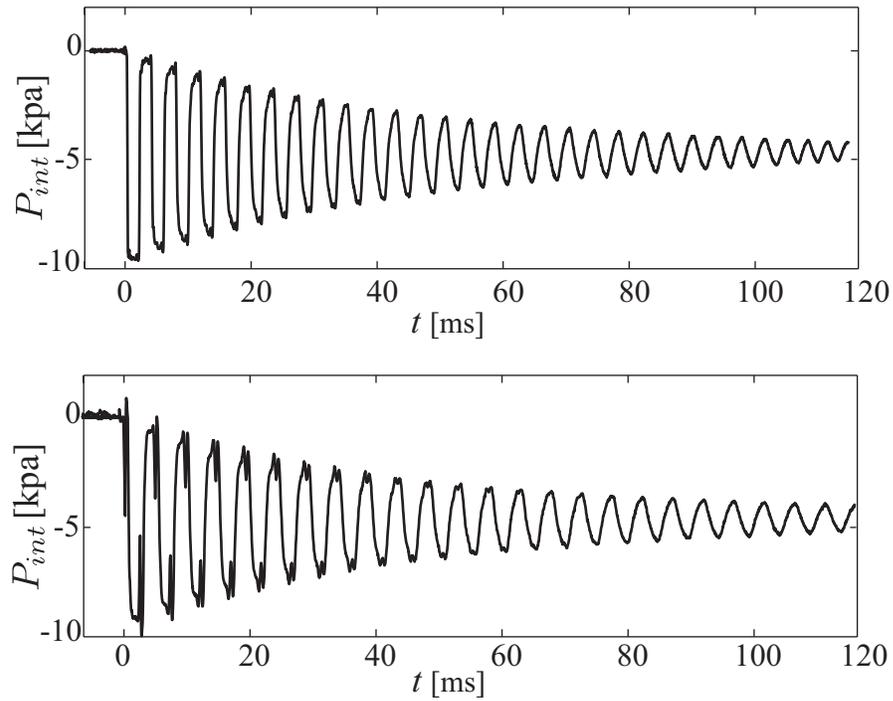


Figura 4.2: Señal  $P_{int}$  para dos tiempos de ruptura de la membrana [ $L = 0,32\text{m}$ ;  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $e = 0,5\text{mm}$ ;  $\varepsilon \sim 3$  (arriba);  $\varepsilon \sim 2$  (abajo)]

Se observa en Fig.4.2, la forma total de la onda no cambia drásticamente (misma duración, mismo tiempo de amortiguamiento), pero para tiempos más grandes de ruptura existe un primer pulso que muestra una pequeña caída de presión y que se refleja igual que el frente de onda principal.

El tiempo de caída de la presión,  $\tau_p$ , es proporcional al tiempo de ruptura [45]. Para dos señales completas con  $\tau_{rup}$  diferentes, vemos como el tiempo de caída es medido en la figura 4.3.

El tiempo de caída de la presión dentro de la cavidad  $\tau_p$ , se mide en la primera bajada de la presión (ver Fig.4.3).  $\tau_p$  se mide desde la primera caída en la señal (punto (1)), hasta que la presión interna alcance el doble del valor de la sobrepresión impuesta (punto (2)).

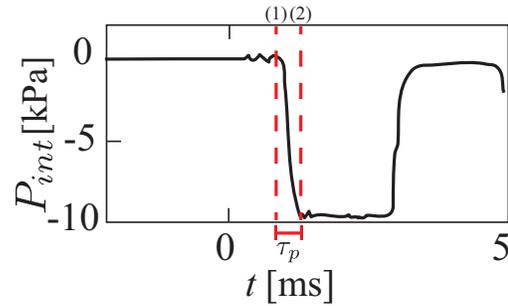


Figura 4.3: Medición tiempo caída de presión  $\tau_p$  en la señal acústica. Este tiempo se mide en la primera bajada de presión [ $L = 32\text{cm}$  ;  $\Delta P \sim 5\text{kPa}$ ;  $\varepsilon \sim 3$ ].

Vemos entonces que si medimos los dos tiempos en nuestro experimentos,  $\tau_{rup}$  y  $\tau_p$  la relación es lineal como se ve en la figura.4.4. No es exactamente uno a uno, pero los valores están bien correlacionados.

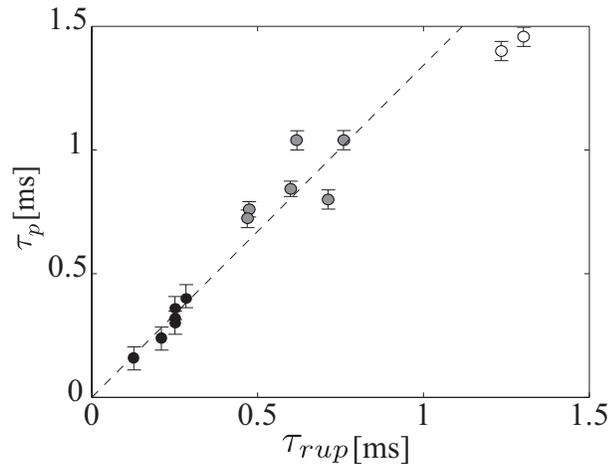


Figura 4.4: Tiempo de caída de la presión medida en la señal  $\tau_p$  en función del tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$ , para distintas deformaciones iniciales en escala de grises [círculos negros  $\varepsilon \sim [2-3]$ , círculos grises  $\varepsilon \sim [1-2]$  y círculos blancos  $\varepsilon \sim [0.5-1]$ ]. La línea segmentada es la teoría de que  $\tau_{rup} = \tau_p$  [ $L = 0,32\text{m}$  ;  $\Delta P \sim 5\text{kPa}$ ].

### 4.2.2. Onda acústica adicional

Para una membrana que se rompe al top del tubo de  $L = 32\text{cm}$ , con un espesor de  $e = 0.5\text{mm}$ , se muestran las señales acústicas, al interior,  $P_{int}$ , y al exterior,  $P_{ext}$ , con dos diferentes regímenes de tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$  ((ii) y (iii)) ( ver capítulo anterior sección 3.2.3).

La Fig.4.5 muestra la señal acústica dentro para tiempos de ruptura corto  $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$ . La forma de la onda y la amplitud al exterior se puede modelizar utilizando Lighthill para presiones  $\Delta P$  menores que  $\Delta P_c$  [?]. Por otra parte, la Fig.4.6 muestra la señal acústica al interior y al exterior de la cavidad para tiempos de ruptura más largo,  $\tau_{rup} \sim 1\text{ms}$ , con un régimen distinto de apertura de la membrana (régimen (ii)).

Si se mira el gráfico el tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$  en función de la deformación,  $\varepsilon$  (ver sección.3.2.3, Fig.3.7), a pequeñas deformaciones el tiempo de ruptura se hace más largo y la forma de la señal acústica dentro (resp. afuera) de la cavidad cambia (ver Fig.4.6).

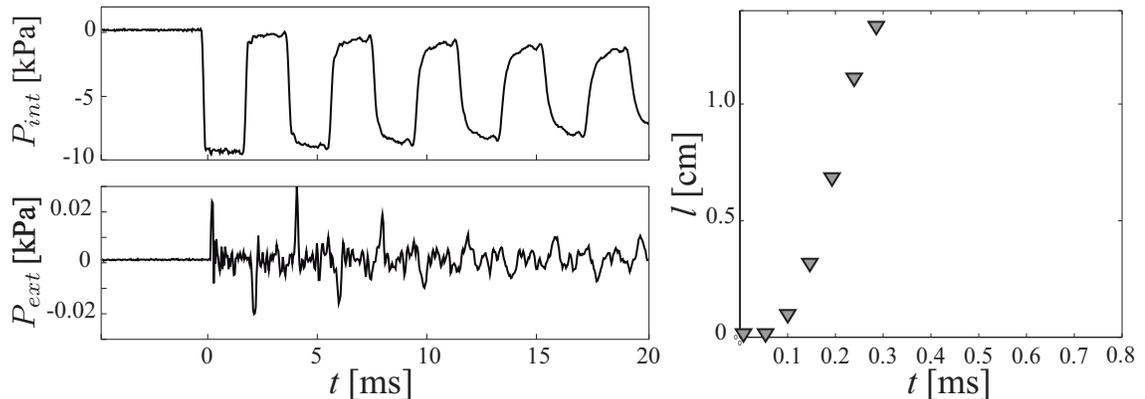


Figura 4.5: Señal interna y externa para una membrana que se rompe con un tiempo de ruptura  $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$ . La figura derecha, muestra el largo de la ruptura  $l$  en función del tiempo. Se puede observar la dinámica rápida, en un paso de la apertura de la membrana [ $L = 0,32\text{m}$ ;  $\Delta P \sim 5\text{kPa}$ ;  $\varepsilon = 3$ ].

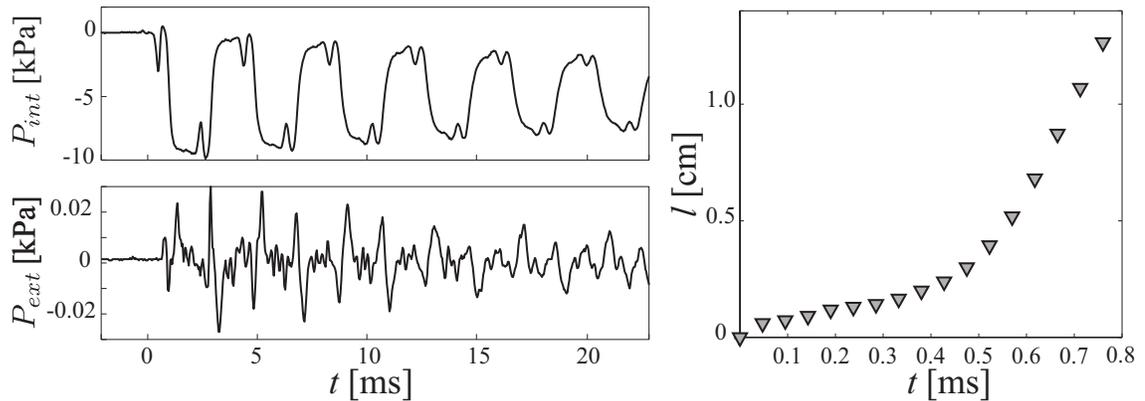


Figura 4.6: Señal interna y externa para una membrana que se rompe con un tiempo de ruptura  $\tau_{rup} \sim 1$  ms. La figura a la derecha muestra el largo de la ruptura  $l$  en función del tiempo. Se puede observar la dinámica en dos pasos de la apertura de la membrana [ $L = 0,32\text{m}$  ;  $\Delta P \sim 5\text{kPa}$ ;  $\varepsilon = 1$ ].

Para deformaciones más grandes en la membrana, los dos tiempos  $\tau_p$  y  $\tau_{rup}$  se pueden comparar, pero a medida que la deformación  $\varepsilon$  se va haciendo más chica, los tiempos son proporcionales.

Vemos que pasa en el primer régimen de tiempo de ruptura ( $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$ ), como estamos en el régimen lineal ( $\Delta P < 24\text{kPa}$ ), entonces se puede trabajar con el modelos lineales descritos anteriormente. En lo que sigue, se enfoca en el efecto de la ruptura de la membrana mediante la realización de mediciones directas de la apertura, junto con la grabación acústica simultáneamente.

### 4.3. Diferentes dinámicas de apertura

A continuación se describen las diferentes dinámicas de apertura de la membrana elástica, dependiendo de la deformación inicial  $\varepsilon$ . Simultáneamente se registra la onda acústica dentro y fuera de la cavidad. En esta sección se enfoca en como la presión interna y la dinámica cambian al aumentar el tiempo de ruptura.

#### 4.3.1. Dinámica rápida de apertura

La membrana al abrirse rápidamente ( $\tau_{rup} \sim 0.1\text{-}0.2\text{ms}$ ), exita el tubo y produce una onda acústica que se mide dentro y fuera de la cavidad. Descrito en el capítulo anterior, se observó

como se comporta la señal acústica afuera y dentro del tubo para sobrepresiones menores (régimen lineal  $\Delta P \leq 24 \text{ kPa}$ ) y mayores (régimen no-lineal  $\Delta P \geq 24 \text{ kPa}$  [63]).

Si se impone el sistema bajas presiones (regimen lineal) y se estudia en principio cuando la membrana se abre rápido, la señal acústica se puede modelizar desarrollando el modelo de [45] tomando en cuenta el tiempo de ruptura.

En la Fig.4.7a se muestra la medición de la señal acústica (línea negra) para  $\Delta P \sim 10 \text{ kPa}$  con una deformación en la membrana de  $\varepsilon \sim 2.8$  y el tiempo de ruptura observado  $\tau_{rup} \sim 0.2 \text{ ms}$ . Se puede modelizar este señal de presión por:

$$P(x, t) = \Delta P \exp^{-t/\tau_p} + \delta P \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin[\omega_n t + \theta_n] \exp\left(\frac{-t}{\tau_n^d}\right) \quad (4.1)$$

donde  $\omega_n$  es la frecuencia,  $a_n$  es la amplitud y  $\phi_n$  es la fase en el modo  $n$  dado por:

$$\omega_n \equiv (2n + 1) \frac{\pi c}{2L} \quad (4.2)$$

$$a_n \equiv \frac{4 \omega_0}{\pi \omega_n} \frac{(-1)^n}{\sqrt{1 + (\omega_n \tau_p)^2}} \quad (4.3)$$

$$\tan(\theta_n) \equiv \frac{1}{\omega_n \tau_p} \quad (4.4)$$

donde además  $\tau_n^d$  representa la amortiguación total, dada por

$$\frac{1}{\tau_n^d} = \frac{1}{\tau_n^Z} + \frac{1}{\tau_n^{r0}} + \frac{1}{\tau_n^v}, \quad (4.5)$$

donde  $\tau_n^Z$  es el tiempo de amortiguación de la señal debido a la radiación,  $\tau_n^{r0}$  el tiempo de amortiguación de los modos resonantes debido a la reflexión en el fondo de la cavidad y  $\tau_n^v$  correspondiente al tiempo característico de amortiguación viscosa debido a las paredes (ver sección 2.4.3).

La señal calculada del modelo [Eq.(4.1)] usando las frecuencias teóricas del tubo dado por  $\nu_n = (2n + 1)\nu_0$ , donde  $\nu_0 = \frac{c}{4L} = 270 \text{ Hz}$  es la frecuencia fundamental que es representada por la línea segmentada en Figura 4.7a. El modelo sistemáticamente tiene un desfase en comparación con la señal experimental lo que indica que las correcciones debido a la radiación debe ser introducidas al modelo. De hecho, el espectro de potencia experimental indica que las frecuencias de vibración difieren ligeramente de los que se obtiene sólo por la geometría del tubo. Por lo tanto, consideramos una longitud "efectiva" del tubo  $L' = L + 0.9\Phi$ , que es consistente y del mismo orden

con el efecto de la radiación [45] y corresponde a las frecuencias medidas experimentalmente. La línea gris obtenida a partir de la Ec.(4.1) con frecuencias corregidas  $\nu_0 = c/4L'$  muestra que el modelo describe bien los datos experimentales y no existe desfase en toda la duración de la onda.

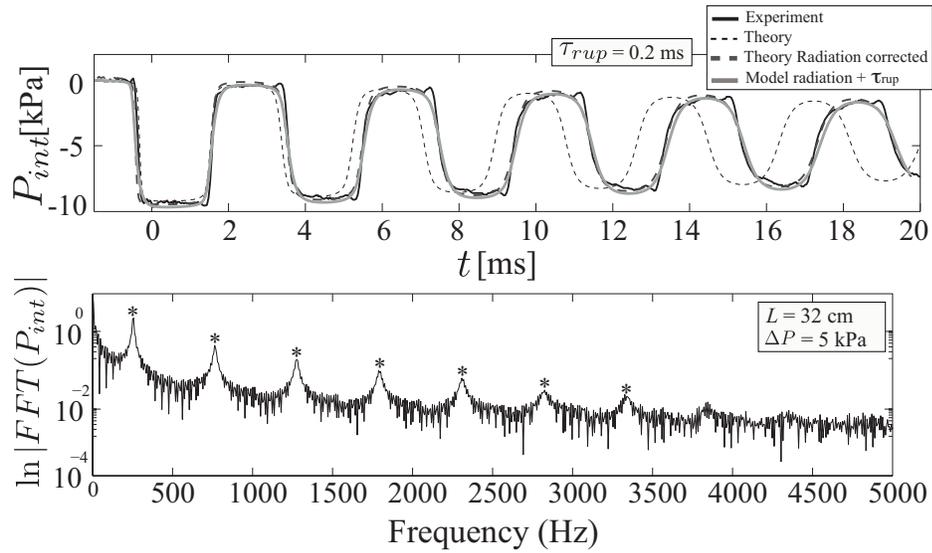


Figura 4.7: Datos experimentales y modelos para  $P_{int}$ . El modelo de corrección de la radiación y radiación +  $\tau_{rup}$ , son iguales debido a que  $\tau_{rup}$  es muy chico [ $L' = L+0.9\Phi$ ;  $L = 32\text{cm}$ ;  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $\tau_{rup} = 0,2\text{ms}$ ].

Los parámetros utilizados en el fit son: para la velocidad del sonido  $c = 346 \text{ m/s}$ ,  $\eta_\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ [m}^2/\text{s]}$  la viscosidad cinemática del aire,  $P_r = 0.7$  el número de Prandtl,  $\gamma = 1.4$  coeficiente de calor específico y el coeficiente de reflexión  $r_0 = -0.97$ .

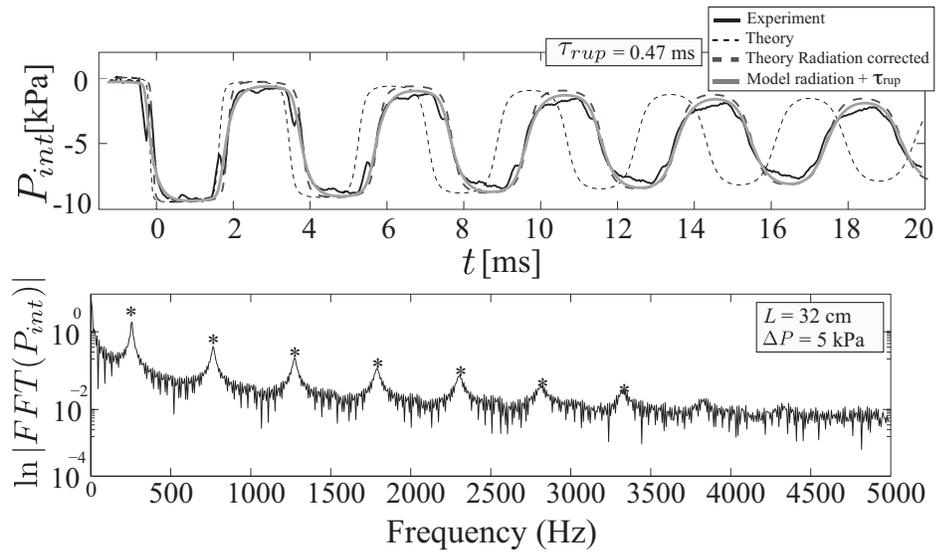


Figura 4.8: Datos experimentales y modelo para  $P_{int}$  [ $L' = L+0.9\Phi$ ;  $L = 32$ cm;  $\Delta P = 5$ kPa;  $\tau_{rup} = 0.47$ ms].

La frecuencia de resonancia para el largo de la cavidad efectivo  $L' = L+0.9\Phi$  es igual a  $\nu_0 = 256$ Hz. Esta modificación del  $L'$  para la cavidad de  $L = 32$ cm, es debida a que la radiación afecta más a los tubos cortos (bajas frecuencias). Al contrario cuando la cavidad es más larga ( $L = 60$ cm) esta corrección es  $L' = L+0.5\Phi$ . Cuando se recuperan las frecuencias experimentales y luego se introducen en el modelo sin otro parámetro ajustable. Los valores 0.5 y 0.9 no están tan lejos del modelo de corrección de radiación, aunque no se puede explicar la diferencia con más precisión.

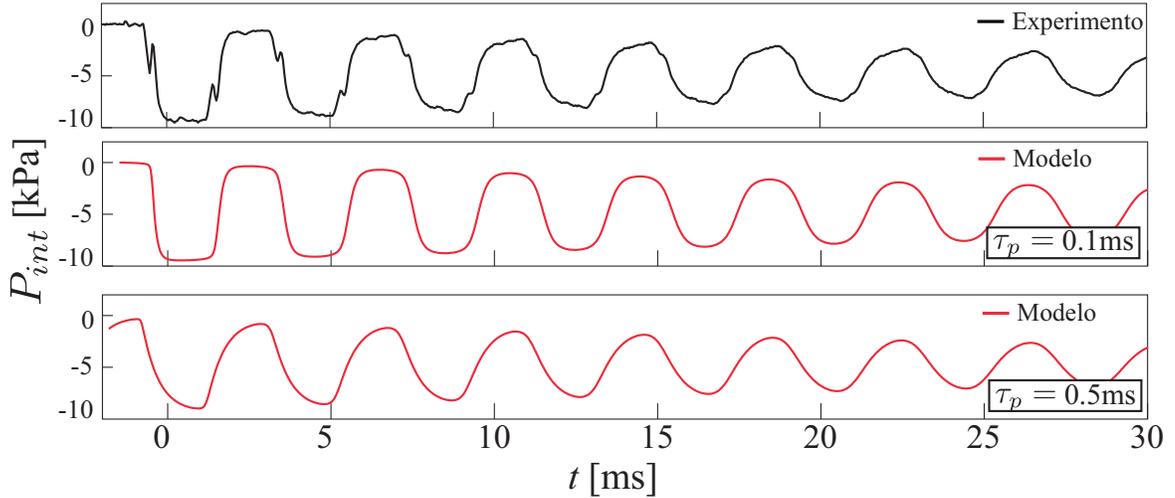


Figura 4.9: Modelo (línea roja) y datos experimentales (línea negra) para  $P_{int}$  con parámetros ajustables en función del tiempo y  $\tau_p$  [ $L = 32\text{cm}$ ;  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $L' = L + 0.9\Phi$ ;  $\tau_{rup} = 0.47\text{ms}$ ].

Si se cambia en el modelo el parámetro  $\tau_p$  para una misma señal experimental (para el mismo  $\tau_{rup}$  ver Fig. 4.9), la amplitud y la forma de la señal van cambiando a medida que aumenta el  $\tau_p$ . Se puede decir entonces que el tiempo de ruptura si cambia a este régimen la forma de la señal acústica por lo que entonces también la energía acústica que emite. ¿Pero cambia la forma de la señal afuera con un tiempo más largo de apertura de la membrana?, es decir  $\tau_p \approx \tau_{rup} > \tau_{prop}$ . Se observa más adelante que pasa experimentalmente con este parámetro y la presión acústica al exterior (ver sección 4.5.)

### 4.3.2. Piercing en la membrana

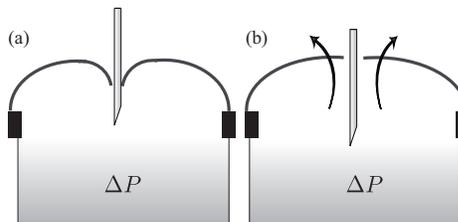


Figura 4.10: Esquema del piercing en la membrana. La membrana se deforma cuando la aguja hace el agujero.

A baja tensión de la membrana, la propagación de la apertura no ocurre y solo se forma

un pequeño agujero ( $l_a \sim 0.2\text{cm}$ ) de orden del tamaño de la aguja. Aunque la apertura de la membrana se propague (o no), la interpretación del pequeño pulso generado en la presión interior (figura??), se atribuye a la respuesta elástica de la membrana (ver figura 4.10). Sin embargo cuando la membrana no se abre, existe igualmente una relajación de la membrana que toma lugar después del piercing que induce una señal acústica dentro de la cavidad [ver Fig.??a] y tiene rebotes y el mismo periodo que la señal acústica al interior. Se observa que el contenido frecuencial de la señal es dado ahora por los armónicos de una cavidad cerrada sin corrección en la radiación, donde  $\nu = \nu'_0(n + 1)$  con  $\nu'_0 = c/2L = 280\text{Hz}$  (ver Fig.4.11).

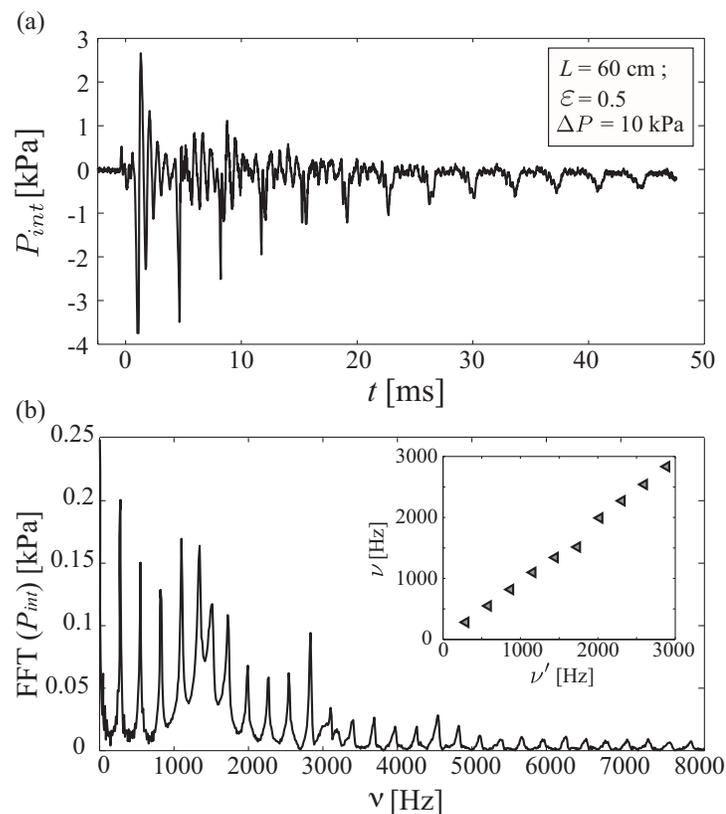


Figura 4.11: (a) Señal de presión interna  $P_{int}$ . (b) Espectro de amplitud de la señal de presión interna de (a) El espectro es el mismo que si tuviera el tubo cerrado donde sus armónicos están dados por  $\nu = c/2L$ . Las frecuencias medidas en función de las frecuencias teóricas dadas por  $\nu'$  (inset).

Existe una onda elástica se propaga a lo largo de la superficie de la membrana y se observa por medio de la variación de intensidad de la luz en la imagen capturada por la cámara

rápida<sup>1</sup>. Esta onda se observa cuando la deformación de la membrana es pequeña, entre valores  $\varepsilon \sim 0,5$  o menores en el caso de un piercing que se mantiene estático, pero también cuando la membrana propaga su apertura a tiempos largos ( $\varepsilon \sim 0,5 - 2$ ). Se analiza que pasa con esta onda superficial en la sección 4.4 y cual es la forma en que se propaga.

### 4.3.3. Ruptura de la membrana en dos pasos

Cuando la membrana es sometida a una deformación intermedia, en el rango de 0.7 a 1.5, la dinámica de apertura procede en dos pasos. La señal de presión interna para estos dos valores de deformación, se muestran en la Fig.4.12.  $t_1$  es el valor del tiempo del primer pulso para las dos señales de  $P_{int}$ . La apertura progresa lentamente y se observa un agujero circular remanente que crece inducido por el "piercing". Esta lenta propagación es seguida por un repentino incremento de la velocidad. Este cambio de regimen, "cross-over", está dado por el tamaño crítico de la apertura,  $l_a^2$ .

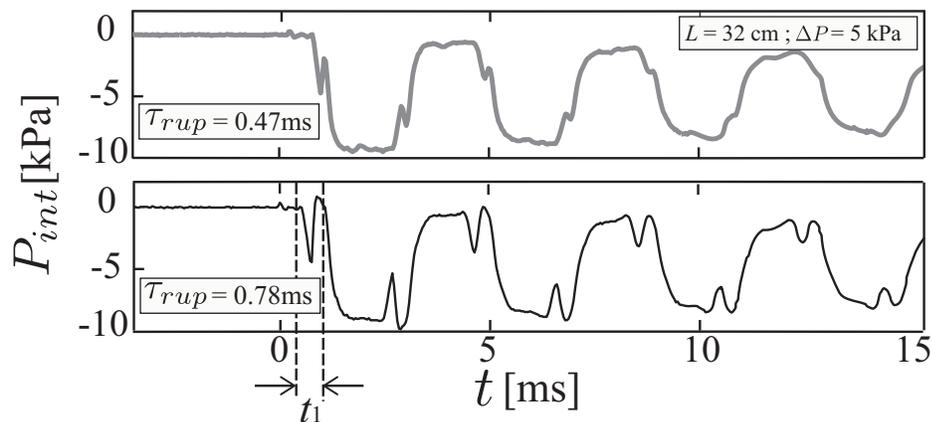


Figura 4.12: Señal de presión interna ( $P_{int}$ );  $\tau_{rup} \sim 0,45\text{ms}$  y  $\tau_{rup} \sim 0,78\text{ms}$  para la figura de arriba y abajo respectivamente [ $L = 32\text{cm}$ ,  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ].

Si se observa el largo de la apertura en función del tiempo donde a un tiempo  $t_2$  (tiempo de "delay"), la apertura se empieza a propagar mucho más rápido debido a la relajación de la membrana después de alcanzar el largo crítico. Este tiempo  $t_2$  es un tiempo de latencia para que el crack alcance un largo crítico antes de comenzar a propagar rápidamente. La membrana focaliza esfuerzos para que el crack se propague y depende exclusivamente de la

<sup>1</sup>16.000 - 24.000 imágenes por segundo

<sup>2</sup> $l_a$  dado por el tamaño de la aguja

deformación. Al tener una deformación más chica, la membrana se queda en un agujero (como se vio anteriormente) y no se propaga. Al tener una mayor tensión, la membrana al principio se deforma de manera dúctil<sup>3</sup>, hasta alcanzar el largo crítico (regimen de "cross-over") y propaga rápidamente. Desde  $t_2$  en adelante el crack se propaga a una velocidad  $v_c$  calculada con la derivada de la propagación del crack.

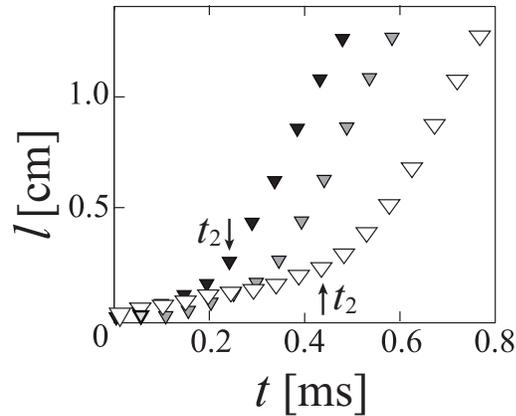


Figura 4.13: Largo del crack en función del tiempo, para varios valores de deformación de la membrana [ $\varepsilon = [\nabla$  blanco= 0.7;  $\nabla$ gris=1; negro=1.2];  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $L = 60\text{cm}$ ].

El tiempo que se demora la membrana en llegar al cross-over,  $t_2$ , en función del tiempo del pulso que se crea en la membrana,  $t_1$ , se puede ver en la Fig.4.13.

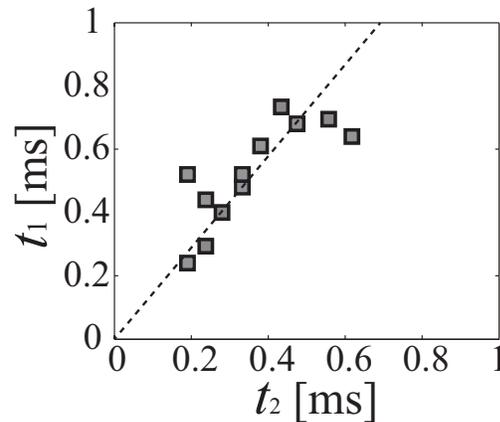


Figura 4.14: Tiempo espera  $t_1$  versus el tiempo inicial de propagación del crack  $t_2$ .

<sup>3</sup>deformación dúctil, es una deformación plástica donde el material no se rompe pero si deforma internamente (polímeros)

#### 4.4. Onda transversal y dinámica de fractura

La onda que se observa cuando la tensión de la membrana es baja ( $\varepsilon \leq 2.8$ ) y se analiza por medio de la resta de dos imágenes consecutivas. Debido a la baja tensión de la membrana se observa la propagación de una onda superficial (ver Fig.4.15), que se propaga a una velocidad cercana a  $v_w \sim 40\text{m/s}$  para una deformación inicial  $\varepsilon = 0.7$ .

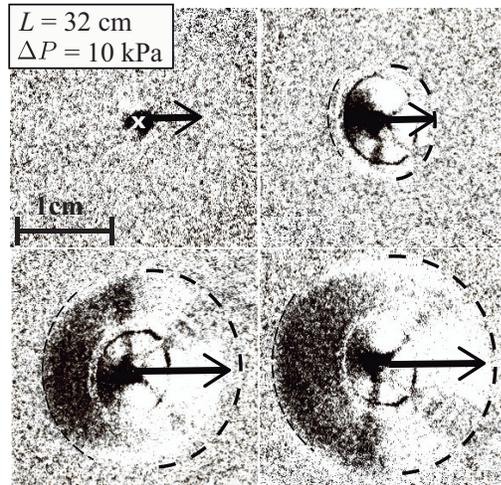


Figura 4.15: Propagación de una onda sobre la membrana, sin propagación del crack y/o con propagación del crack para tiempo de ruptura largo. [ $L = 32\text{cm}$ ;  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $\varepsilon = 0.5$ ]

En orden de identificar la naturaleza de la onda que se propaga en la superficie de la membrana, se investiga la dependencia de su velocidad en función de la tensión de la membrana. Existen dos posibles formas de propagación de la onda superficial llamadas ondas longitudinales y ondas transversales. Ha sido demostrado que puede existir una onda longitudinal en la superficie de la membrana cuando una membrana se recoge después de ser estirada [64]. De esto resulta una velocidad de onda que es independiente a la tensión de la membrana que escala como  $v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  y que solo depende intrínsecamente del material. Típicamente en el experimento, el valor de  $v_l$  esta en el orden de los 40m/s con el valor del módulo de Young de la membrana elástica,  $E = 1.5 \times 10^6 \text{Pa}$  y la densidad  $\rho = 920 \text{kg/m}^3$ .

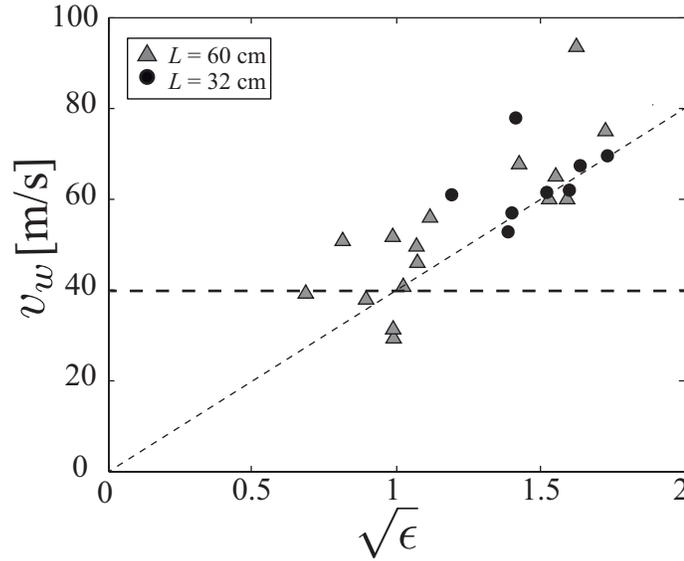


Figura 4.16: Velocidad de la onda medida en la membrana en función de la deformación inicial  $\epsilon$  de la membrana. La línea horizontal segmentada corresponde a la velocidad calculada asumiendo que la onda es longitudinal. La línea segmentada más delgada, corresponde a a predicción de la velocidad de onda asumiendo como onda transversal, donde  $v_w \approx \sqrt{\epsilon E / \rho}$ , sin parámetros ajustables.

En la figura 4.16, la línea negra horizontal segmentada es la velocidad asumida como onda longitudinal para los parámetros experimentales  $(E, \rho)$  y para todos los largos del tubo. El orden de magnitud es correcto, sin embargo la velocidad predicta es constante e independiente de la tensión de la membrana. Al contrario, la onda transversal es una función de la tensión de la membrana escalada como  $v_t \approx \sqrt{\epsilon E / \rho^4}$ . La línea delgada segmentada en la Fig 4.16 muestra la velocidad de la onda en la superficie de la membrana que es consistente con los datos experimentales.

Se concluye entonces, que en el sistema la onda transversal tiene el mismo orden de magnitud que la onda longitudinal (ver Fig. 4.16). En el sistema se exita la onda transversal por causa del piercing, que se abre o no por la relajación de la deformación. La onda longitudinal  $v_l$  probablemente existe, pero con amplitud más pequeña por lo que no se puede ver.

En la sección siguiente, se estudia la dinámica de apertura de la membrana con más detalles. Asumiendo que la velocidad se propaga se forma transversal y además imponiendo que

<sup>4</sup> $v_t = \sqrt{\sigma / \rho'}$ , donde  $\sigma$  es la tensión calculada en un sistema de una cuerda y  $\rho'$  es la densidad superficial

la dinámica se desarrolla sólo en el segundo régimen de apertura rápida (después de  $l_a$ ), se puede describir la velocidad de la onda dada por la ecuación de la velocidad de una fractura de un material frágil [65]

$$v_c = v'_w \left(1 - \frac{l_a}{l}\right), \quad (4.6)$$

donde  $l$  es el largo de la fractura,  $l_a$  es el largo crítico para que la fractura comience a propagar<sup>5</sup> y  $v'_w$  es la velocidad de las ondas en el material<sup>6</sup>. En la Fig.4.17a se muestra la velocidad medida  $v_c$  para diferentes regímenes de apertura (dinámica rápida y de dos pasos) en función del largo  $l$ . La línea negra muestra el ajuste para la ecuación 4.6. Se extrae del fit la velocidad de onda  $v'_w$ , ajustada de los valores experimentales del plot de la velocidad del crack en función del largo. También el ajuste entrega el valor de  $l_a$ , largo crítico de la Fig.4.6.

Se realiza una comparación entre la velocidad de la onda en la membrana  $v_w$  y la velocidad del ajustada  $v'_w$  de la teoría del crack. Entonces  $v'_w$  es directamente proporcional con la medición de la velocidad de onda transversal que se propaga a lo largo de la membrana  $v_w$  (Fig. 4.17b). El largo crítico obtenido desde el fit es de rango 0.1cm a 0.2 cm que está cerca de los valores de tamaño del agujero en la aceleración repentina del crack. Por consiguiente, se concluye que la ruptura de la membrana se puede describir en el marco de una ruptura frágil en un material elástico.

---

<sup>5</sup> $l_a = l_c$  en el anexo de las publicaciones

<sup>6</sup> $v_s$  puede ser la velocidad del sonido en un material en la teoría de fractura en un material frágil

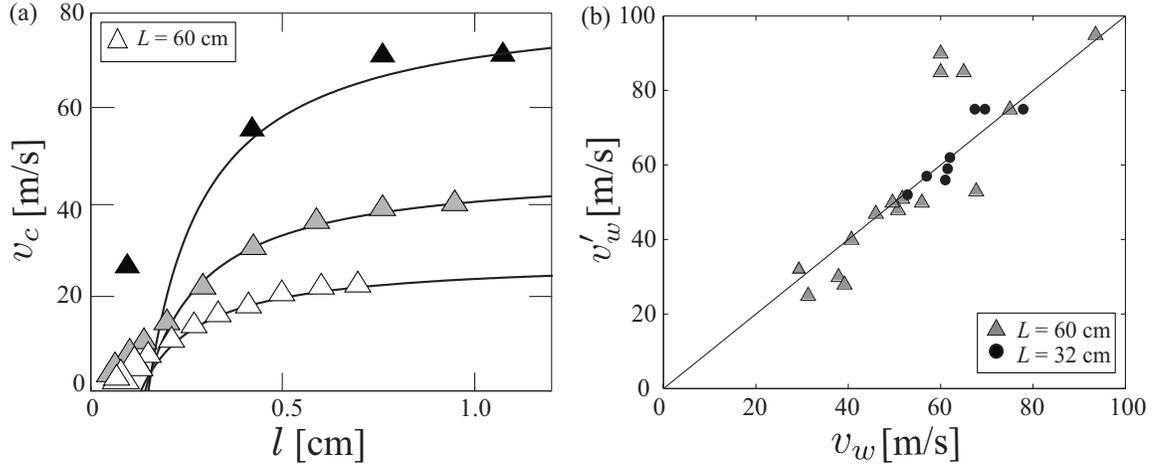


Figura 4.17: (a) Velocidad de apertura  $v_c$  en función del largo  $l$  para diferentes deformaciones de la membrana [ $\varepsilon \sim 3$  ( $\Delta$  negros);  $\varepsilon \sim 2$  ( $\Delta$  grises);  $\varepsilon \sim 1$  ( $\Delta$  blancos)] [ $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $L = 60\text{cm}$ ]. (b) Velocidad característica  $v'_w$ , obtenida de la Ec. 4.6 haciendo un fit de la velocidad de apertura del crack en función del largo de la apertura, graficado en función de la velocidad de onda medida  $v_w$  para distintos largos del tubo.

Cuando se mide el tiempo de ruptura  $\tau_{rup}$  como función de la deformación (ver sección 3.2.3), el tiempo de ruptura decrece con la tensión de la membrana,  $\tau_{rup} \sim 1/\sqrt{\varepsilon}$  que es directa consecuencia de la velocidad de fractura en dependencia de la deformación. En adición, se espera que en este régimen de deformaciones grandes en la membrana  $\tau_{rup}$  es una función que aumenta con el diámetro del tubo y es independiente de la longitud de este. Con la discusión anterior, es posible tomar en cuenta el tiempo de ruptura como una función de la tensión como se representa en la figura del tiempo de ruptura,  $\tau_{rup}$  en función de la deformación,  $\varepsilon$  (ver sección 3.3.3). De hecho, para el régimen de alta tensión en la membrana (ruptura de la membrana en un solo paso) el tiempo de ruptura puede calcularse a partir de la  $v_c$  por la integración de la ecuación. 4.6. Esto es,

$$\tau_{rup} = \int_{l_c}^{\frac{\Phi}{2}} \frac{dl}{v_c} \simeq \frac{\sqrt{\rho/E}}{\sqrt{\varepsilon}} \int_{l_c}^{\frac{\Phi}{2}} \frac{dl}{(1 - l_c/l)}, \quad (4.7)$$

considerando  $v_s \simeq v_w$  y  $v_w = v_t = \sqrt{\varepsilon E/\rho}$ . Calculando la integral entre  $l_c$  y  $\Phi/2$  la integral diverge, ya que la velocidad del crack es cero en  $l = l_c$ . Se considera entonces la estimación de  $\tau_{rup}$  desde  $l_c + \delta l$  que es pequeño en comparación con  $l_c$  y  $\Phi$  lo que lleva a:

$$\tau_{rup} = \sqrt{\frac{\rho}{E}} \left[ \left( \frac{\Phi}{2} - l_c \right) + l_c \ln \left( \frac{\frac{\Phi}{2} - l_c}{\delta l} \right) \right] \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (4.8)$$

entonces en una aproximación  $\tau_{rup} = a\sqrt{\varepsilon}$  en el límite de  $l_c \ll \phi$ ,  $a = \phi/2\sqrt{\rho/E}$ . Usando los parámetros experimentales de la membrana elástica (módulo de Young  $E$  y la densidad  $\rho$ ) y si se considera el régimen de una fractura frágil, se encuentra que  $a \approx 0,3$ . Experimentalmente, se observa que el tiempo de ruptura de hecho es una función lineal de  $1/\sqrt{\varepsilon}$  y el mejor fit con esta ley corresponde  $a \approx 0,45$ . Este fit indicado por la línea segmentada en la figura  $\tau_{rup}$  vs  $\varepsilon$  (sección 3.2.3) captura la tendencia principal de los datos experimentales. A pesar de la dispersión inherente de los datos se concluye que la dinámica de fractura pueden ser explicada, en una buena aproximación, por una fractura frágil de la membrana elástica con  $\delta l \simeq 10\%l_c$ .

## 4.5. ¿Cómo afecta a la señal acústica el tiempo de ruptura?

### 4.5.1. Forma de la onda acústica

Se sabe que en la membrana se propaga una onda con una velocidad transversal que depende de la tensión  $\varepsilon$  y que a tiempos de ruptura largos la señal al interior de la cavidad cambia y existe un pequeño pulso periodico que se repite a lo largo de la señal interna. Pero, ¿qué pasa con la señal al exterior?, ¿se puede modelizarla con la teoría del monopolo de Lighthill si se trabaja en el regimen lineal ( $\Delta P < 24$  kPa)? .

Se muestran en la figura 4.18 para dos tiempos de ruptura distintos y un largo  $L = 32$ cm del tubo, la señal que emite hacia afuera el tubo.

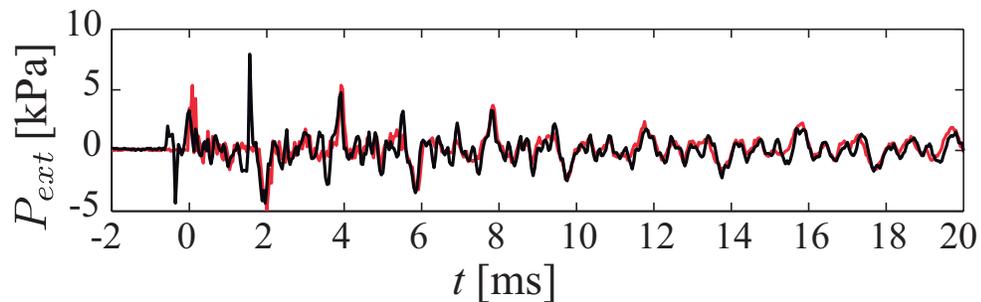


Figura 4.18: Señal  $P_{ext}$ , para dos tiempos de ruptura distintos [ $L = 32$ cm,  $\Delta P = 5$  kPa; (a) línea roja  $\tau_{rup} \sim 0.2$ ms; (b) línea negra  $\tau_{rup} \sim 1$ ms].

Las señales acústica, tanto interior,  $P_{int}$ , como externa,  $P_{ext}$ , se muestran en la figura 4.18 y Fig 4.19, para dos tiempos de ruptura.

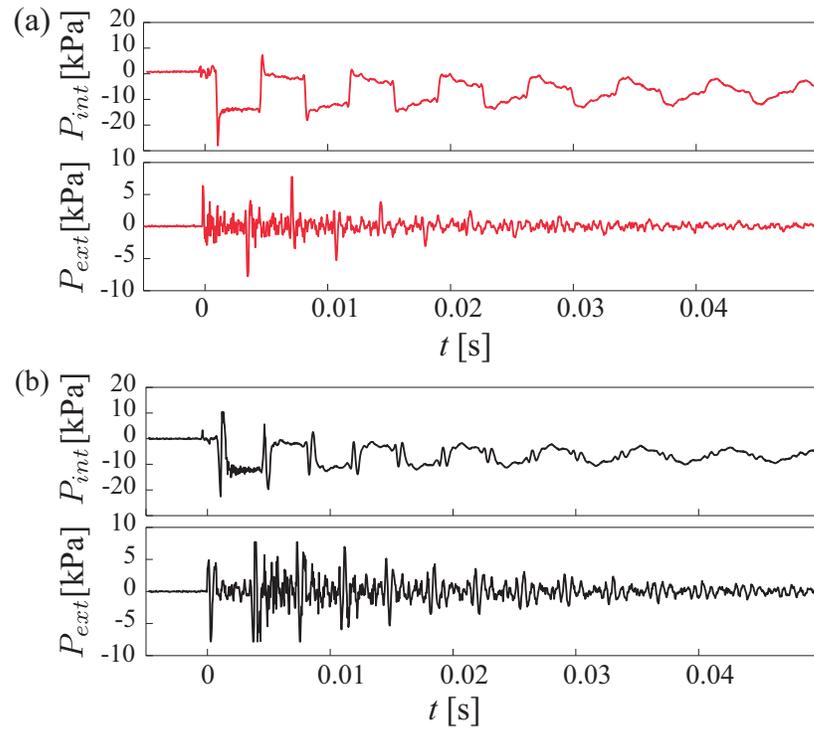


Figura 4.19: Señales acústicas dentro,  $P_{int}$ , y fuera,  $P_{ext}$ , del tubo [ $L = 60\text{cm}, \Delta P = 5\text{kPa}$ ; a)  $\varepsilon 3$ ;  $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$ ; b)  $\varepsilon 1.5$ ;  $\tau_{rup} \sim 1\text{ms}$ ]

Observando la señal más detalladamente (ver Fig.4.20) para la presión al exterior,  $P_{ext}$ , se observa que para un tiempo de ruptura corto  $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$  (línea roja), el primer peak de la señal se debería regir por la acústica lineal donde se debe cumplir la relación de Lighthill ( $P_{ext} \propto dP_{int}/dt$ ), para  $\Delta P < 24\text{ kPa}$ . Para tiempo de ruptura más largos esta relación se puede modelar pero la señal acústica tiene un comportamiento diferente, ya que puede ser que la membrana es la que predomina la energía emitida al exterior debido a la condición  $\tau_{rup} \simeq \tau_{prop}$ .

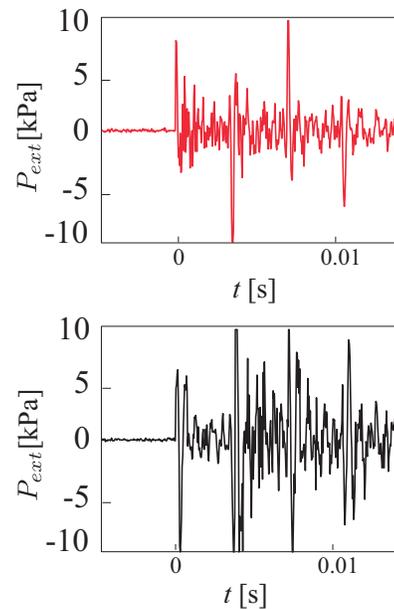


Figura 4.20: Señal acústica para dos valores de tiempo de ruptura;  $\tau \sim 0.2\text{ms}$  (rojo);  $\tau \sim 1\text{ms}$  negro. [ $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $e = 0.5\text{mm}$ ;  $L = 60\text{cm}$ ]

### 4.5.2. Amplitud de la onda acústica

La relación de Lighthill aún se cumple para los dos largos del tubo con diferentes tiempos de propagación del crack, la derivada modelada es similar a la presión externa que se mide (ver Fig.4.21) y tomando para todos los valores de tiempo de ruptura, en la figura.4.22 se observa que los valores experimentales para  $P_{ext}$  modelados con Lighthill (sin el prefactor), tienen un buen comportamiento para todos los tiempos de ruptura.

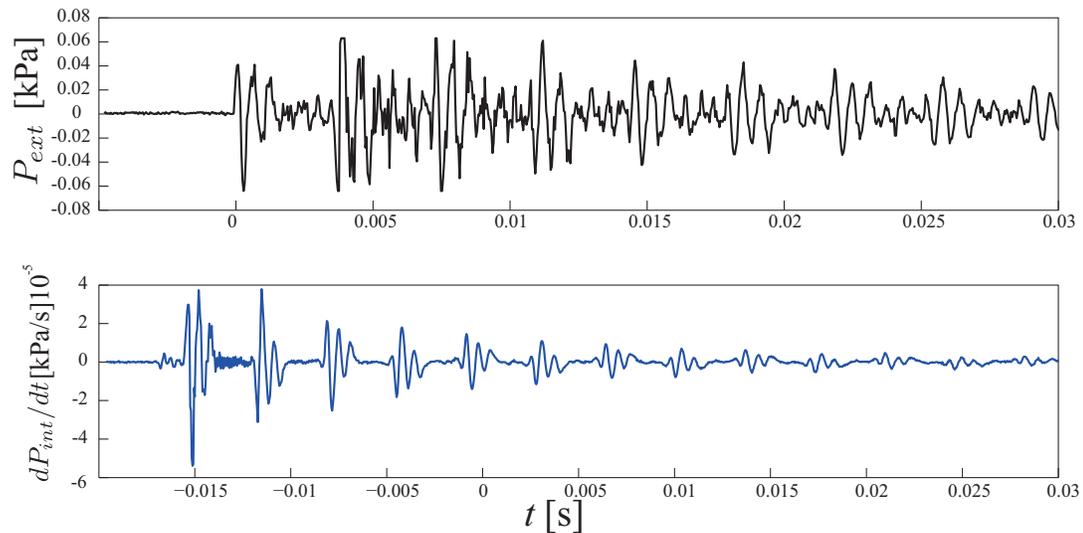


Figura 4.21: Señal acústica afuera ( $P_{ext}$  línea negra) y la derivada utilizando Lighthill con el modelo de la acústica lineal [ $L = 60\text{cm}; \Delta P = 5\text{kPa}; \tau_{rup} \sim 1\text{ms}$ ].

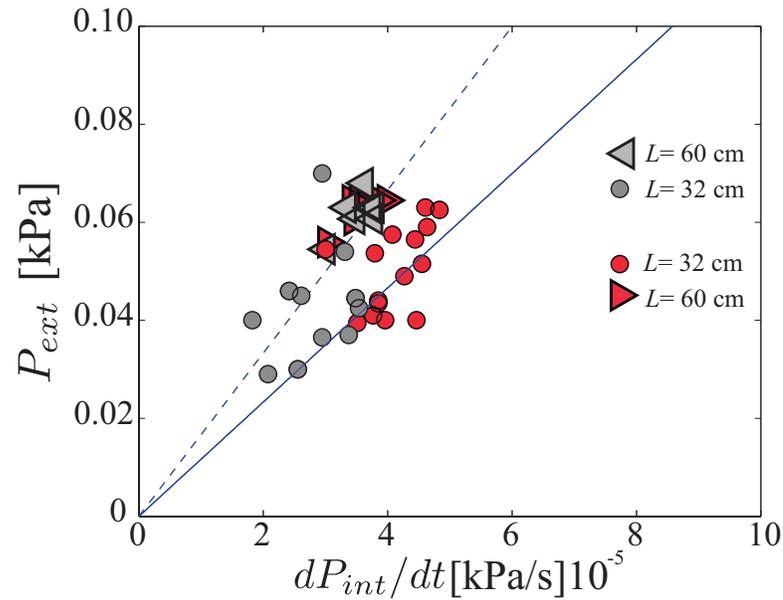


Figura 4.22: Relación de Lighthill (sin el prefactor) para para distintos tiempos de ruptura y distintos largos del tubo.  $P_{ext}^*$  para el primer periodo de la señal. La línea segmentada es la relación teórica para  $L = 60$ cm y la línea azul es la relación teórica de Lighthill para  $L = 32$ cm. El color rojo indica que el tiempo de ruptura va entre  $\tau_{rup} \sim [0.1-0.2]$ ms y el color negro, el  $\tau_{rup} \sim [0.45-1.2]$ ms

### 4.5.3. Contenido frecuencial

Calculando la transformada de Fourier para las dos señales, al interior de la cavidad, se observa que la amplitud del quinto armónico,  $\nu_5 \sim 1300$  Hz para el tiempo de ruptura  $\tau_{rup} \sim 1$ ms se hace más grande que para el tiempo de ruptura más corto.

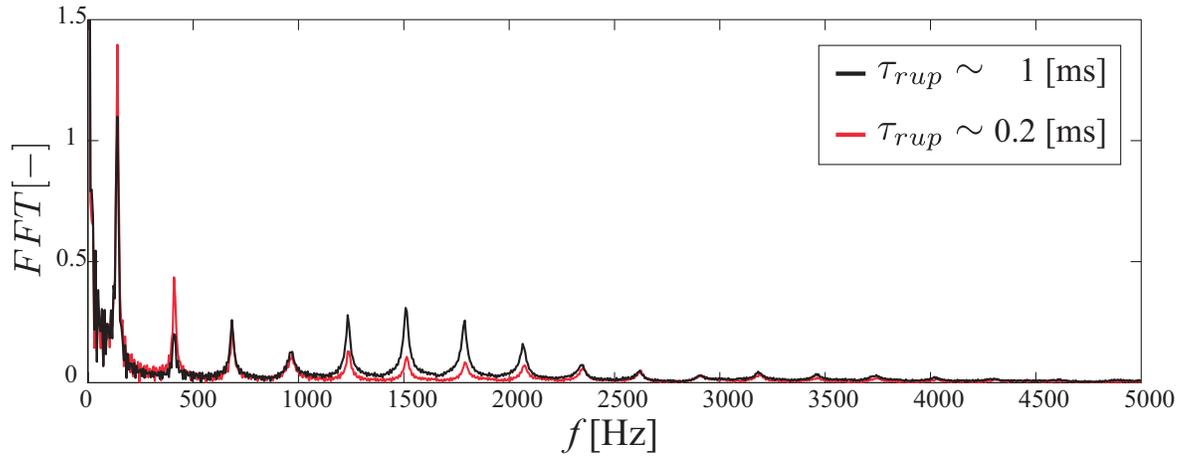


Figura 4.23: Espectro armónico para la señal al interior el tubo, para dos diferentes tiempos de ruptura,  $\tau_{rup} \sim 1.2\text{ms}$  línea negra y  $\tau_{rup} \sim 0.2\text{ms}$  para la línea roja, las velocidades son  $v_w \sim 35\text{m/s}$  y  $v_w \sim 62\text{m/s}$  respectivamente.

Para dos tiempos de propagación del crack en la membrana, la amplitud de los modos más altos en la frecuencia para tiempos más largos es más alta (Fig.4.23) en el espectro al interior de la cavidad. Lo mismo se muestra en la figura 4.24 para todos los valores de tiempo de propagación del crack.

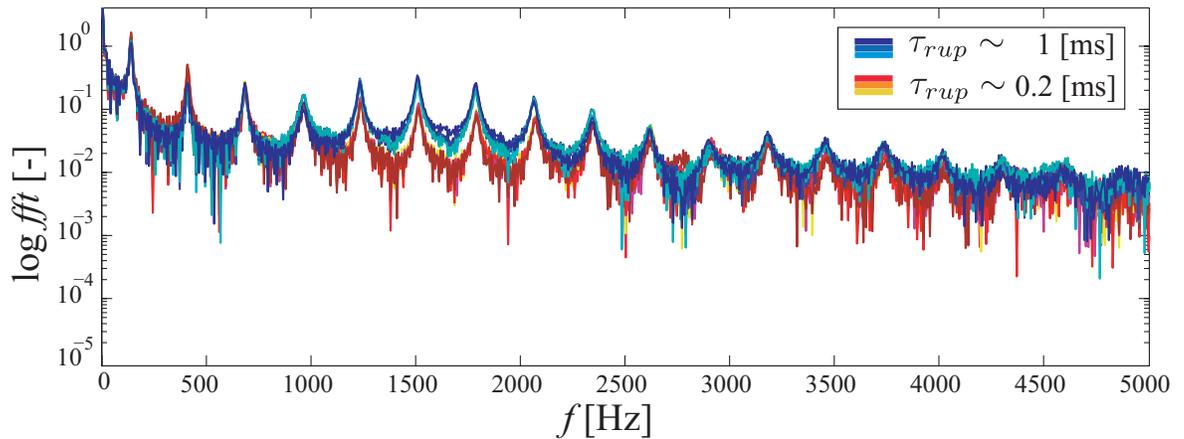


Figura 4.24:  $FFT$  de la presión interna para diferentes tiempos de propagación del crack. gama del azul:  $\tau_{rup} \sim [0.45-1.2]\text{ms}$ ; gama del rojo:  $\tau_{rup} \sim [0.13-0.35]$ ;  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $L = 60\text{cm}$ .

Los peaks de los modos más altos al interior de la cavidad se hacen más grandes. Esto se puede deber a que existen otros modos en la cavidad que no se están midiendo y de alguna forma inyectan energía a los modos más del sistema. Una posibilidad se debe al “piercing” en la

membrana que crea una pequeña onda de alta frecuencia que hace que en la señal (ver. Fig.4.18) se ve un gran peak que cae más abajo de la sobrepresión inicial. Este pequeño salto provoca que los armónicos altos aumenten su valor. También puede existir no-linealidades en el sistema que no se están tomando en cuenta (ver Anexos C y B) y pueden llegar a ser muy importantes en la energía aplicada a los modos.

## 4.6. Conclusión

En este capítulo se describió la dinámica de ruptura de la membrana elástica y como influye en la señal acústica emitida tanto al interior como al exterior del tubo. Midiendo la señal de presión interna con diferentes tiempos de ruptura de la membrana se encontró que la forma de la señal cambiaba, por lo que la señal acústica afuera también lo hace.

Encontramos que al cambiar la dinámica de la deformación también cambia la forma de la onda que se propaga por el interior del tubo y fuera de él. Esta onda viene decorada por un pulso que está dado por el primer agujero que forma la aguja. Después de este agujero, y sobrepasar el largo crítico  $l_a$ , la membrana se abre y propaga el frente de onda por la caída de la presión impuesta. La onda después de hacer el agujero propaga una onda superficial con una velocidad transversal  $v_w$  que es medida y ajustada por la ecuación de la velocidad de un crack en un material elástico, cuando la membrana se abre. Entonces, la dinámica de fractura puede ser explicada en una buena aproximación por una fractura frágil de la membrana elástica, donde  $v_c$  es la velocidad de la fractura.

Cuando el tiempo de ruptura es grande  $\tau_{rup}$ , la forma de la onda en el exterior,  $P_{ext}$ , cambia (ver Fig.4.20). La onda toma un parecido a la forma que muestra Vergniolle et al., en la Fig.2.5 en la medición de la señal acústica en el volcán Stromboli (sección 2.2.3.2). La forma es llamada "N shape", que se puede ver también cuando un globo estalla [19, 10, 13]). Para todos los experimentos con tiempo de ruptura grandes, donde la velocidad de propagación de la onda transversal es del orden de 20m/s a 40m/s, esta forma "N shape" se puede ver (ver sección (Anexos A.2).

Se puede hacer una buena aproximación del modelo de  $P_{int}$  y  $P_{ext}$  para tiempos de rupturas del orden de los tiempos de propagación de la onda en el tubo  $\tau_{rup} \sim \tau_{prop}$ . Las formas de las señales cambian, pero se pueden modelar empleando los modelos acústicos para el régimen lineal [45]. Existe un mecanismo físico, que hace que los modos más altos de la cavidad ( $L = 60\text{cm}$ ) sean más grandes. En este capítulo no se analizó que paso con el espectro adentro y afuera por lo que se entregarán un poco más de las hipótesis de cuáles son estos posibles mecanismos en los Anexos C y B.

## Capítulo 5

# Ondas Sísmicas

### 5.1. Motivación

En algunos volcánes las ondas acústicas pueden propagarse por un medio elástico como la tierra y producir algunos tremores que son detectados por los instrumentos sísmicos. Estos tremores volcánicos son señales que perduran en el tiempo (en general hasta varios días) y están mayoritariamente asociados a los movimientos del magma en el conducto volcánico y la cámara magmática. Por otro lado, algunos eventos más esporádicos con largos periodos, en general son vinculados a explosiones aisladas de *slug* en la parte superior de la columna de magma [66].

La mayor parte de la energía sísmica que puede tener un volcán queda atrapada en el conducto volcánico lleno de magma y produce resonancia, y solo una pequeña parte de esta energía es liberada y se propaga a través de el medio sólido que lo rodea y puede ser medida como una señal sísmica [67]. Algunos modelos tratan de explicar la señales sísmicas asociadas a los tremores y se deben principalmente a las características geométricas del conducto y los efectos resonantes inducidas por las fluctuaciones de presión del conducto lleno de fluido. Esta señales son muy dispersivas y dependen de la longitud de onda, el diámetro del conducto y los parámetros elásticos del medio [68]. Estas señales altamente dispersivas, ¿pueden ser también producto de la resonancia debido a una acoplamiento de la resonancia acústica que se estudió en los capítulos anteriores?

Las ondas que se propagan por un medio elástico son diferentes dependiendo de la forma en que viajen. Existen diferentes tipo de ondas elásticas, las ondas de volumen: las ondas P que

son ondas de compresión y viajan a una velocidad  $v_P$  y las ondas S, que son ondas de cizalle y viajan a una velocidad  $v_S$ . Estas velocidades vienen dadas por:

$$v_P = \sqrt{\frac{\kappa + 4/3\mu}{\rho}} \quad (5.1)$$

y

$$v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (5.2)$$

donde  $\kappa$  es el módulo de compresibilidad,  $\mu$  el módulo de corte y  $\rho$  la densidad. Existen también, ondas de Rayleigh y Love, que son ondas que se propagan en la superficie del medio elástico, donde la onda de Rayleigh son ondas elípticas, cuya amplitud disminuye exponencialmente con la profundidad y su velocidad es aproximadamente un 90 % de la velocidad  $v_S$ . Por otro lado las ondas de Love, producen un movimiento horizontal de corte en la superficie y su velocidad es del orden de las ondas de Rayleigh pero un poco mayor.

Estudios anteriores [Vidal (datos no publicados)], estudian como la resonancia en un tubo puede producir ondas sísmicas en un medio elástico. Suponen una impedancia entre el magma y las paredes del conducto, y consideran la resonancia del conducto como la fuente de presión al interior del suelo elástico. Proponen además, que una onda resonante dentro de conducto, provocada por la explosión de una burbuja gigante, la coalescencia de burbujas dentro del magma o un crack del magma muy sólido<sup>1</sup>, puede inducir la aparición de una señal sísmica llamada “fantasma” cuya frecuencia está limitada por el largo del conducto (ver Fig.5.1).

---

<sup>1</sup>tremores volcánicos

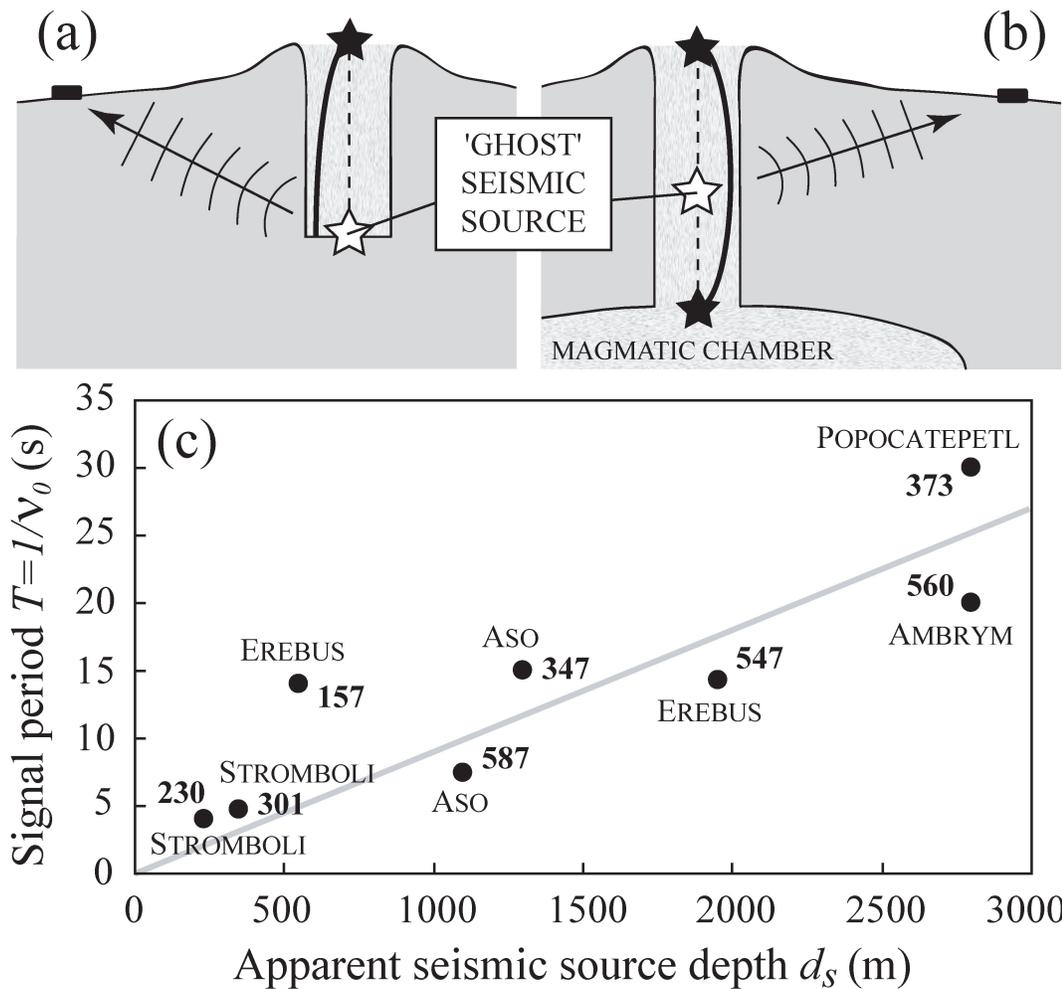


Figura 5.1: (a) Resonancia de un tubo abierto por un extremo y cerrado por otro (análogo al montaje experimental). (b) Resonancia tubo abierto. Para (a) y (b) las estrellas negras indican un posible mecanismo de la fuente a una cierta distancia y las estrellas blancas indican el lugar donde la presión es máxima, que sería la "fuente sísmica fantasma". (c) Reportan el periodo de la señal  $1/\nu_0$ , como función de la profundidad aparente de la fuente sísmica, así como la velocidad acústica en el conducto resonante [datos no publicados, agradecimientos a V. Vidal].

En el montaje experimental, a diferencia de los experimentos anteriores, el tubo es un cilindro hecho dentro de un medio sólido. Se excitan ondas resonantes dentro del tubo como en los experimentos anteriores, pero ahora se estudia el acoplamiento de estas dos señales, acústica y sísmica y se observa si existen ondas de volumen y/o de superficie cuando el tubo es excitado por la repentina caída de presión, que puede ser producto de la resonancia en el tubo.

Se mostrarán algunos resultados preliminares a continuación.

## 5.2. Dispositivo experimental

El montaje (ver Fig.5.2) consiste en un trozo de robalón ( $50 \times 15 \times 23$ ), que es un plástico duro, donde la velocidad del sonido puede alcanzar  $v_s \sim 860 \text{ m/s}$ , el módulo de Young  $E = 470 \text{ MPa}$  y la densidad  $\rho = 1.14 \text{ g/cm}^3$ . En el centro, se le hizo un agujero en forma de cilindro de largo de  $L = 21 \text{ cm}$  y diámetro de  $\Phi = 2.5 \text{ cm}$ .

Para captar la señal acústica al exterior se utiliza un micrófono (PCB Piezotronics Inc., 1/4" micrófono 377A10 + pre-amplificador 426B03) y para captar la señal acústica interna, usamos el sensor de impacto (Force sensor PCB Piezotronics PCB 200B02 + amplificador PCB 482A16). Ambas señales son registradas por dos osciloscopios (Tektronix TDS2012B, frecuencia de muestreo 25 kHz). Para captar altas frecuencias, registramos con un acelerómetro (PCB shear accelerometer; 352A24; sencibilidad  $105.6 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$ ) las ondas superficiales o de volumen que puede existir en el sistema, a una distancia  $x_1$  y  $x_2$  medidas desde el borde abierto del tubo.

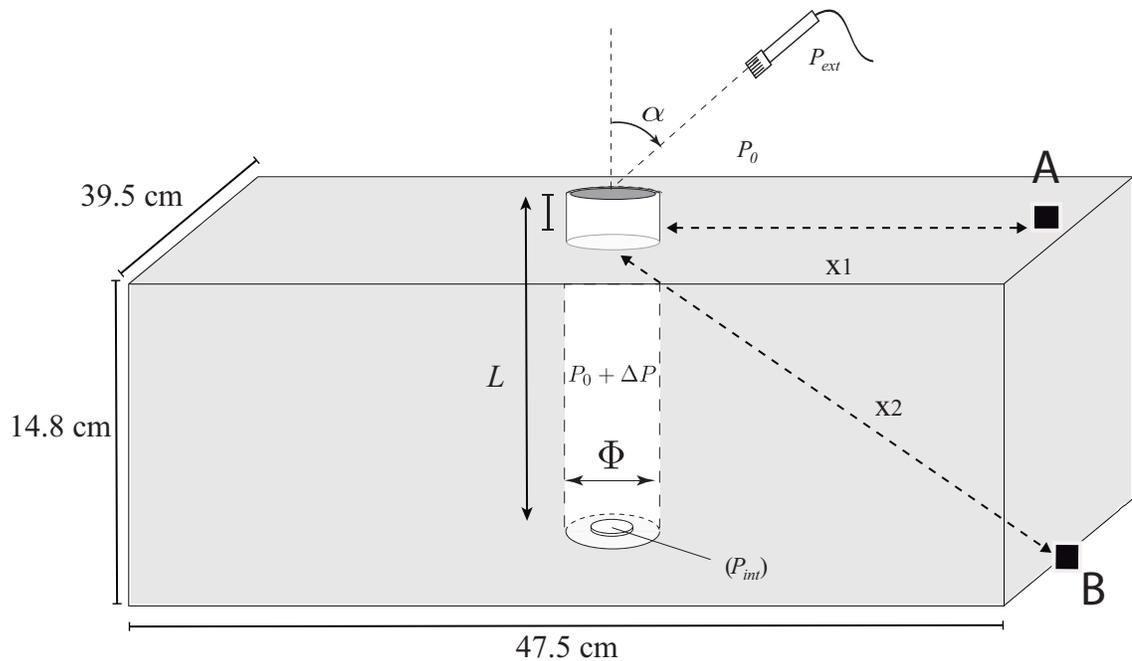


Figura 5.2: Montaje experimental, para medir ondas que pueden propagarse en la superficie. El acelerómetro puede ser localizado en la posición A o B (■) [ $x_1 = 23 \text{ cm}$  ;  $x_2 = 27.4 \text{ cm}$ ].

### 5.3. Propagación de la onda

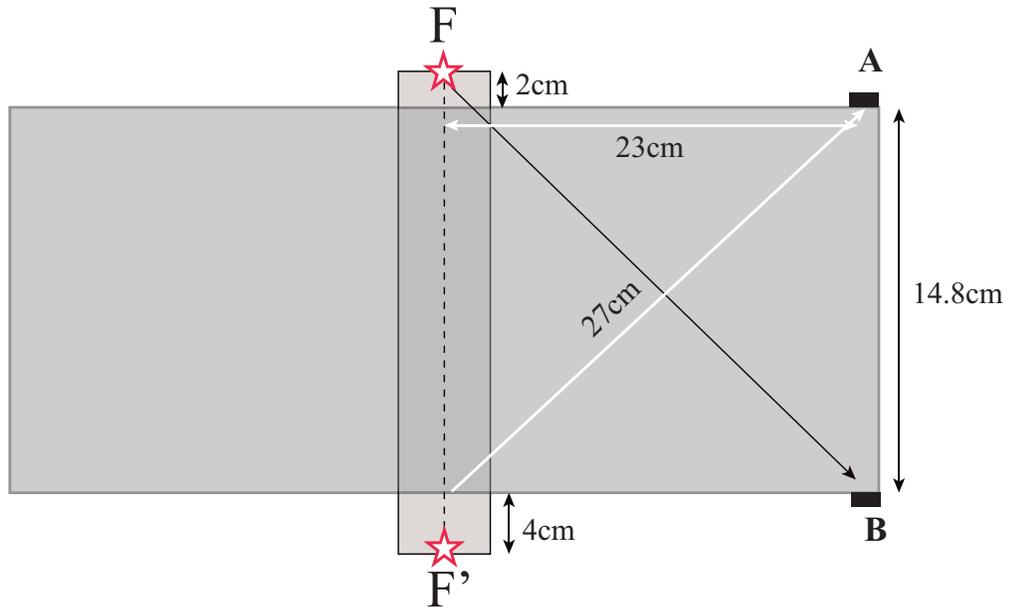


Figura 5.3: Esquema de las posibles fuentes de emisión de la onda sísmica en el sistema. La estrella roja indica el lugar de la posible fuente sísmica.  $F$  es la fuente donde la velocidad del fluido es máxima y  $F'$  es la fuente donde la presión es máxima (anti-nodo de la presión). En el sistema el largo del tubo se toma como el largo del sistema sólido, despreciando las secciones de largo  $l''$  (2cm y 4cm ) que salen de el.

Para saber si existe una onda superficial o una onda de volumen en el sistema, se realizan mediciones de aceleración en dos distancias diferentes,  $x_A$  en **A** y  $x_B$  en **B**, para las diferentes fuentes de emisión de onda sísmica ( $F$ ,  $F'$ , ver Fig.5.3). La figura 5.4, muestra para las dos posiciones; la señal del acelerómetro y la señal acústica al interior del tubo.

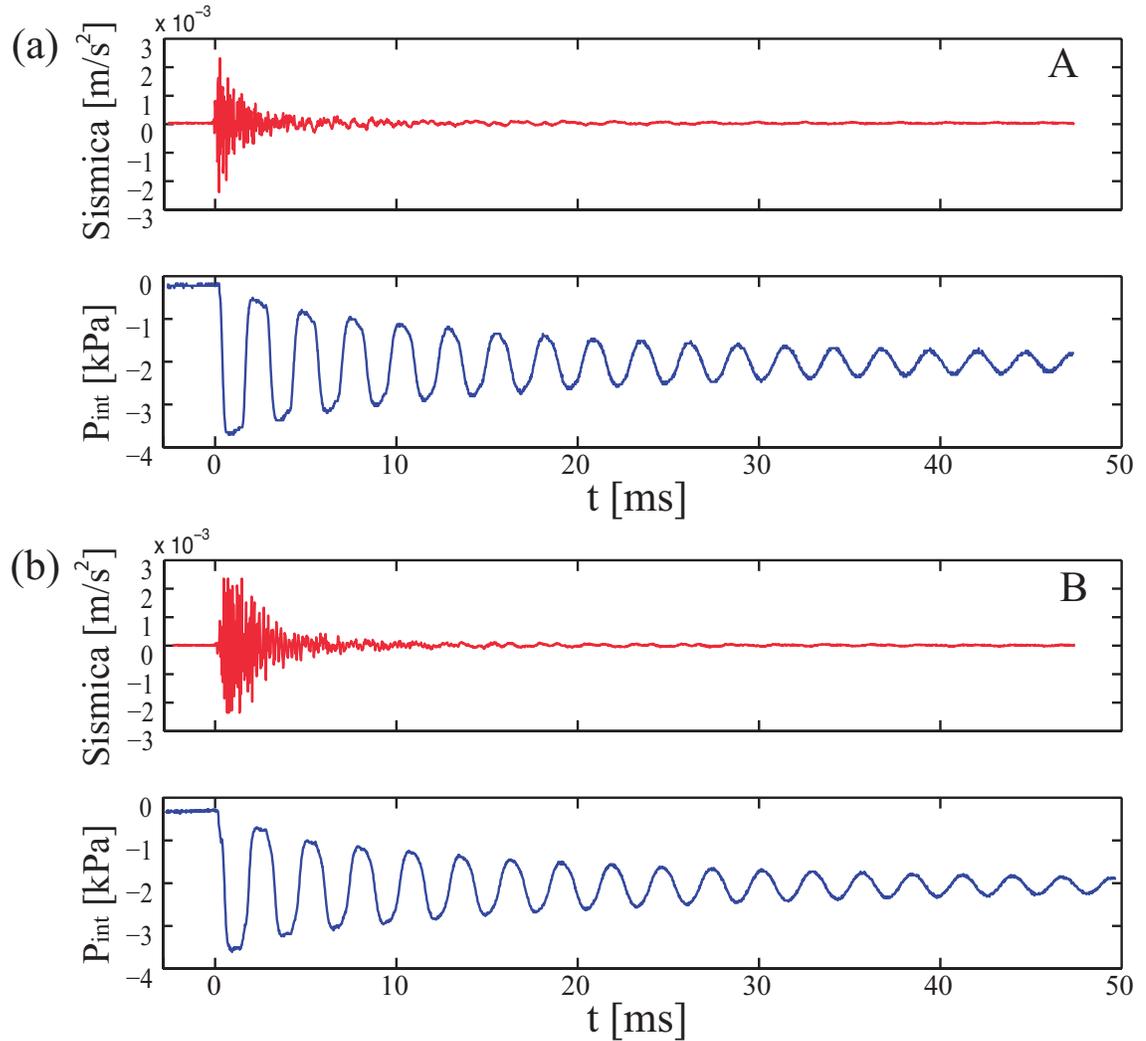


Figura 5.4: Señal de aceleración  $a$  y de presión interna  $P_i$  para **A** y **B** [ $\Delta P = 4\text{kPa}$ ;  $L = 21\text{cm}$ ;  $e = 0,5\text{mm}$ ;  $\tau_{rup} \sim 0,2\text{ms}$ ]

Los tiempos de propagación involucrados en el sistema son:  $t_a$ , que es el tiempo que mide el sensor de impacto la llegada de la onda acústica al fondo del tubo,  $t_s$  es el tiempo que mide el acelerómetro cuando llega onda onda “sísmica”.  $\Delta t = t_a * -t_s*$  es la diferencia entre el tiempo  $t_a*$ , que es el tiempo que demora la señal acústica en llegar al micrófono y  $t_s*$ , que es el tiempo que mide el acelerómetro cuando llega una señal “sísmica” en la posición **A** o **B**. Estos dos tiempos de propagación, se miden directamente de las señales, dando entonces:

$$|t_a * -t_s*| = \Delta t = \left| \frac{x}{c_s} - \frac{l'}{c} \right|, \quad (5.3)$$

donde  $x$  es la distancia a la fuente de emisión de la “señal sísmica” ( $F$  o  $F'$ ),  $l'$  es la distancia que recorre la onda acústica desde la fuente ( $F$  o  $F'$ ),  $c$  es la velocidad del sonido en el aire, y  $c_s$  es la velocidad de la onda sísmica en el medio. Podemos decir que la velocidad  $c_s$  está dada por:

$$c_s = \frac{x}{\Delta t + \frac{l'}{c}} \quad (5.4)$$

Usando la relación 5.4, y los valores de  $\Delta t$  medidos para la posición **A** y **B** 5.5, podemos calcular el valor de la velocidad con que llegan las ondas sísmicas al acelerómetro.

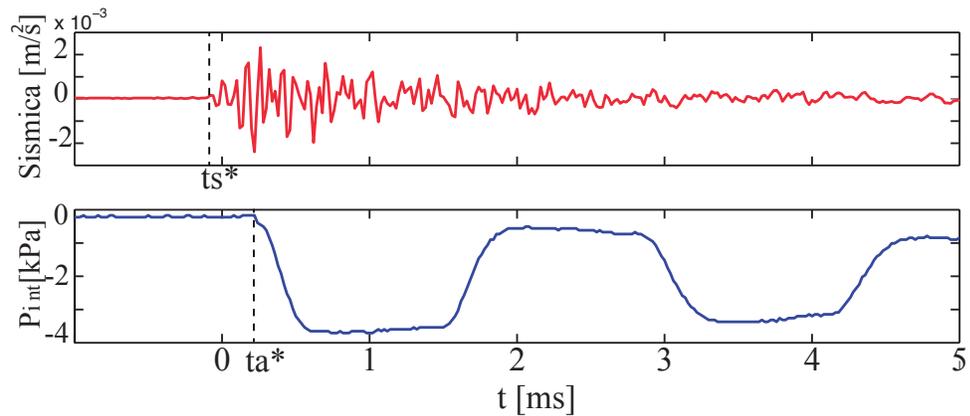


Figura 5.5: Señal aceleración  $S$  y de presión interna  $P_i$  a una distancia  $x_2$  de la fuente. [ $\Delta P = 4\text{kPa}$ ;  $L = 21\text{cm}$ ;  $e = 0,5\text{mm}$ ;  $\tau_{rup} \sim 0,2\text{ms}$ ]

Midiendo los valores de  $\Delta t$  para las dos posiciones;  $\Delta t_A = (3,2 + 0,2) \times 10^{-4}\text{s}$  y  $\Delta t_B = (3,4 + 0,2) \times 10^{-4}\text{s}$ .

Hipótesis 1: Si decimos que la fuente está en  $F$ , entonces  $l' = 14,8\text{cm}$  y calculando la velocidad  $c_s$ , en que llega la onda sísmica en **A**  $c_S^A(F)$  y en **B**  $c_S^B(F)$

Hipótesis 2: Por otro lado si la fuente de emisión se considera en  $F'$ , entonces  $l' = 0\text{cm}$  y  $c_S^A(F')$  y en **B**:  $c_S^B(F')$ .

Se puede decir, que existe una emisión de una señal “sísmica” que se propaga desde la fuente  $F'$  y llega a los acelerómetros mucho más rápido que la onda acústica (ver Tabla 5.1). La velocidad del sonido en el material  $v_s \sim 860\text{m/s}$  que están en el orden de las velocidades medidas desde la fuente  $F'$  de emisión. Con estos datos, no se puede saber que tipo de onda sísmica es (volumen o superficial), ya que no existe mayor diferencia entre los valores para este dispositivo.

	A	B
$c_s(F)$	$307 \pm 21.5$ m/s	$351 \pm 24.9$ m/s
$c_s(F')$	$855 \pm 22.3$ m/s	$676 \pm 25.0$ m/s

Cuadro 5.1: Tablas de velocidades calculadas a partir de  $t_{sA}$  y  $t_{sB}$  de las señales.

Por las condiciones de borde del tubo, la frecuencia fundamental del tubo es del orden de  $\nu_0 \sim 378$ Hz, y se puede ver en la FFT de la presión interna,  $P_{int}$ , del tubo (línea azul, ver Fig.5.6). Se puede observar en la Fig.5.6, que los dos espectros de las señales a distancias diferentes del extremo abierto de la cavidad, el primer peak de frecuencia (fundamental, rojo) se mide, de hecho el segundo armónico también ( $\sim 1100$ Hz). En la señal medida en **A**, la onda acústica si puede estar afectando las mediciones, ya que la onda acústica se propaga en el aire de forma radial en un ángulo de  $2\pi$ . Esto puede producir un peak de frecuencias armónicos dados por la resonancia en el tubo y puede estar haciendo vibrar al acelerómetro. Por otro lado, la medición hecha en **B**, la frecuencia fundamental también se observa. En este punto, la señal acústica radiada, no debería afectar a la medición del acelerómetro (radiación en  $2\pi$ ), por lo que podemos deducir que la onda sísmica que se propaga por el sistema es consecuencia de la excitación del tubo.

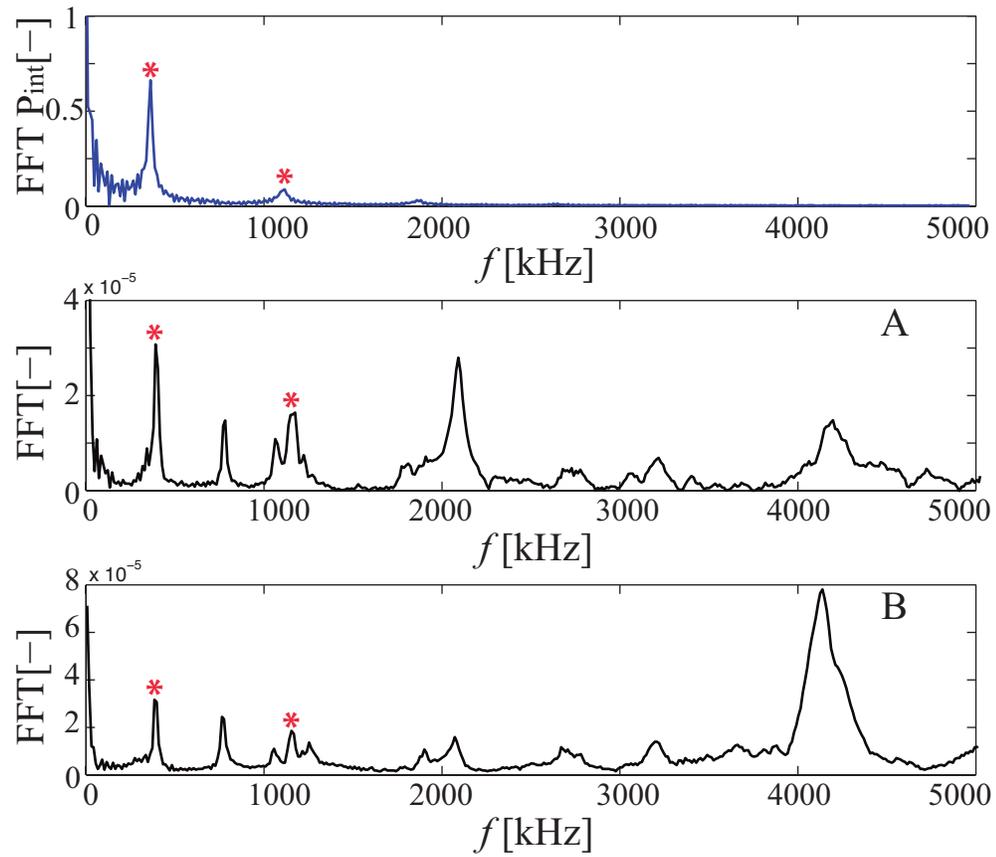


Figura 5.6: Espectro de las señales acústica al interior del tubo (azul) para los dos experimentos tiene el mismo espectro y del acelerómetro para *A* (arriba) y *B* (abajo) línea negra [ $\Delta P \sim \text{kPa}$ ;  $L = 17\text{cm}$ ;  $\varepsilon = 3$ ;  $\tau_{rup} = 0.2\text{ms}$ ].

## 5.4. Conclusión

Esta parte del trabajo se realizó de forma exploratoria. La idea fué correlacionar las señales acústicas de los experimentos anteriores (ver Capítulos 3 y 4) con las señales sísmicas que podría producir el tubo al hacer resonancia.

Se encontró que existe una onda “símica” que se propaga por el medio sólido y es captada por el acelerómetro. La fuente de la propagación de la onda está ubicada en el extremo cerrado del tubo, donde la presión es máxima. Desde ahí, se propaga una onda a una velocidad alrededor de 700m/s con un 5% de error experimental.

Es difícil cuantificar cual es el tipo de onda (volumen o superficial) que se propaga en el sistema. Existe una onda que se propaga con mayor velocidad que la onda de sonido, y se sabe que la velocidad de onda superficial de Rayleigh es un 90% del valor de  $v_S$ , pero, en esta experiencia no son suficientes las dimensiones escaladas para poder diferenciar las ondas superficiales de las de volumen.

Las observaciones experimentales muestran que hay resonancia del tubo debido a la caída de presión. Esta caída de presión hace que el tubo tenga resonancia (ver capítulo3), y propague una onda que tiene la firma de los dos primeros armónicos de la cavidad en una posición de medición donde la onda acústica exterior no debería afectar.

Con estos resultados, se abren una gran gama de preguntas con respecto a lo que puede suceder realmente en volcanes. Por un lado, los vulcanólogos observan estas burbujas gigantes que explotan en la superficie del magma, y por medio de triangulación con los datos sísmicos, pueden estimar el lugar de donde proviene la fuente de emisión, que no es donde rompe la burbuja, si no muchos metros más abajo. Algunos modelos proponen que por medio de la resonancia del conducto volcánico, el antinodo de presión puede ser una fuente de señal sísmica, llamada “ghost seismic source”. Este aún es un tema a debatir, pero existen resultados en volcanes (ver Fig.5.1c) que muestran, que la aparente fuente de sismicidad sería la resonancia en el mismo conducto volcánico.

## Capítulo 6

# Conclusión general

Con la idea de comprender la física asociada al estallido de burbujas gigantes en volcanes, se construyó un dispositivo experimental para poder estudiar de forma controlada este tipo de actividad. Escalando el sistema, la diferencia de presiones en el experimento nos da un parámetro clave para hacer la aproximación a lo que puede ocurrir realmente en estos fenómenos. Si bien el volcán es un sistema mucho más complejo, se encontraron distintas variables que pueden ayudarnos a entender aún más las características eruptivas de la actividad estromboliana.

Un punto clave para el análisis de señales en terreno, es la información que puede traer la presión acústica monitoreada en volcanes,  $P_{ext}$ . Se encontró que el espectro armónico de esta señal es la firma de los modos de resonancia en el conducto producido por el estallido de una burbuja. Las frecuencias principales en el sistema están completamente regidas por la geometría de la cavidad (modos longitudinales) y reescalando en volcanes, éstas frecuencias están en el rango del infrasonido ( $\sim 20\text{Hz}$ ).

Explorando la transición de la acústica lineal a la no-lineal, encontramos que la amplitud del primer peak fuera de la cavidad  $P_{ext}^*$ , se describe bien por una fuente monopólica (modelo de Lighthill), para  $\Delta P < \Delta P_c = 24\text{kPa}$ , donde este valor empírico es cierto para distintos largos del conducto y profundidades donde la burbuja explota. En la actualidad ningún modelo toma en cuenta este valor. Sin embargo, se espera que esto sea cierto en un volcán, siempre y cuando se generen ondas resonantes por la ruptura de un “slug” sobre el conducto. Por otro lado, para  $\Delta P > \Delta P_c$  se observa que existe un fuerte cambio de régimen y no es posible poder inferir la sobrepresión inicial de la burbuja,  $\Delta P$ , desde el exceso de amplitud de presión, incluso con un

experimento bien controlado.

En los volcanes, el estallido de burbujas gigantes no siempre son esporádicos, a veces puedes ir uno tras otro, por lo que la energía calculada en el primer periodo,  $E_T$  es una buena forma de estimar la energía total liberada,  $E_a$  cuando sus espectros se superponen.  $E_T$  es constante y es aproximadamente un 30% de la energía total. Para un flujo saliente de gas constante y una burbuja de longitud y sobrepresión iguales, la pendiente entre estos dos valores ( $E_T$  y  $E_a$ ) nos da una relación directa de la profundidad en donde la burbuja estallo, que esencialmente es la profundidad del magma en el conducto volcánico.

Por otra parte, en el campo los efectos adicionales se deben tomar en cuenta, en particular; el tiempo de ruptura de la burbuja, que ha sido indicado como responsable de una drástica disminución de la amplitud de la onda acústica. Este parámetro,  $\tau_{rup}$ , es controlado por medio de la deformación inicial de la membrana elástica,  $\varepsilon$ , donde  $\tau_{rup} \sim 1/\sqrt{\varepsilon}$ . Si la deformación es grande, el  $\tau_{rup}$  es pequeño y no tiene mayor influencia en la señal acústica. Por otro lado, si la deformación es pequeña,  $\tau_{rup}$  es grande e influye en la señal que se mide, decorando la forma de onda con un pequeño pulso debido al “piercing” creado por la aguja cuando rompe la membrana. Adicionalmente, cuando  $\tau_{rup}$  es grande ([0.5-1]ms), una onda transversal se excita en la superficie de la membrana y se mueve a velocidad  $v_w$ , que es modelada con la teoría de una fractura de un material frágil.

Para poder entender aún más estos procesos, junto con la señal acústica se puede estudiar las señales sísmicas que podría emitir un tubo resonante. Para ello se desarrolló un dispositivo de modo de ver si existe acoplamiento entre estas dos señales. En los experimentos se pudo medir que existe una onda que viaja más rápido que el sonido en el medio sólido ( $\sim 800\text{m/s}$ ) y que llega antes a los instrumentos de medición (acelerómetro). Por otro lado, el espectro muestra que hay una excitación debida a la resonancia del tubo, donde la acústica no debería afectar (bajo el montaje experimental), ya que la acústica del tubo sólo radia en medio espacio. Aún falta por entender varios puntos de este estudio, pero es un muy buen pie para comenzar a explorar el acoplamiento entre estas dos señales, ya que son estos datos los que ocupan los vulcanólogos para comprender mejor y anticiparse a las erupciones volcánicas, que en un país como Chile, son tan recurrentes.

# Apéndice A

## Regímenes lineales

### A.1. Cálculo de la relación energía total y el primer peak

Para la energía total de la presión al exterior,  $P_{ext}$ , se tiene

$$E_a = \int_0^{\infty} P_{ext}^2 dt \quad (A.1)$$

Para la energía calculada en el primer periodo de oscilación de la señal

$$E_a^1 = \int_0^T P_{ext}^2 dt \quad (A.2)$$

Haciendo una aproximación del modelo lineal para  $P_{ext}$  para un solo armónico [45], tenemos que  $P_{ext} = A \sin(\omega t) \exp(-t/\tau)$  y usando la relación  $\sin(\omega t) = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}$ , reemplazando en la energía tenemos:

$$\begin{aligned} E_a &= -\frac{A^2}{4} \int_0^{\infty} (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})^2 e^{2t/\tau} dt \\ &= \frac{A^2}{4} \int_0^{\infty} [e^{2i\omega t - 2t/\tau} + e^{-2i\omega t + 2t/\tau} - 2e^{-2t/\tau}] dt \\ &= \frac{A^2}{4} \left[ \tau e^{-2t/\tau} \frac{(e^{2i(\omega\tau - 1)} - e^{-2i(\omega\tau - 1)})(i\omega - 1/\tau) + 1}{2\tau(i\omega - 1/\tau)(i\omega + 1/\tau)} \right] \\ &= \frac{A^2}{4} \left[ -\frac{1}{\tau(\omega^2 + 1/\tau^2)} \right] \\ &= \frac{A_n^2}{4} \tau_n \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{\tau_n^2} \omega_n^2} \right) \end{aligned} \quad (A.3)$$

entonces la energía  $E_a$  en un  $n$  cualquiera, viene dado por:

$$E_a = \frac{\tau A^2}{4} \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{\tau^2} \omega^2} \right) \quad (A.4)$$

Utilizando el mismo procedimiento para la energía exterior en el primer periodo de oscilación,  $E_T$ , se tiene:

$$\begin{aligned}
 E_T &= -\frac{A^2}{4} \int_0^T (\exp^{i\omega t} - i\omega t)^2 \exp^{-2t/\tau} dt \\
 &= \frac{A^2}{4} \int_0^T \sin^2(\omega t)^{-2t/\tau} dt \\
 &= \frac{A^2}{4} \left[ -\omega\tau \sin(2\omega t)^{-2t/\tau} + \cos(2\omega t)^{-2t/\tau} - \tau e^{2t/\tau} \right]_0^T \\
 &= \frac{A^2}{4} \left[ \frac{e^{-2T/\tau} - 1}{\tau/\omega^2 + 1/\tau^2} - \tau(e^{-2T/\tau} - 1) \right] \\
 &= \frac{\tau A^2}{4} \left( \frac{1}{1 + 1/\omega^2\tau^2} (1 - e^{-2T/\tau}) \right)
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Generalizando para todos los modos  $n$ , la razón entre  $E_T/E_a$  viene dada por:

$$E_T^n = \left( 1 - \exp^{-2T_n/\tau_n} \right) E_a^n \tag{A.6}$$

## A.2. "N shape"

Debido al overshoot provocado por la poca tensión en la membrana y la aguja, existe una onda transversal que se propaga en la superficie de ésta. A tiempos largos de propagación del crack, aparece un pulso en la presión al interior del tubo, pero adicionalmente también, la forma de la presión al exterior,  $P_{ext}$ , cambia (ver. Fig.4.20). Esta onda tiene un parecido a la forma de la onda medida debido a la vibración de un slug en el volcán Stromboli [10, 13].

En todos los experimentos realizados a bajas tensiones ( $\tau_{rup}$  grandes), esta forma en la presión externa aparece, pero puede estar opacada por la resonancia del tubo. Para ver mejor la forma de la señal al exterior, se realizó un experimento con espuma, de modo de no tener resonancia en el tubo (para  $L = 60\text{cm}; L = 8\text{cm}$ ).

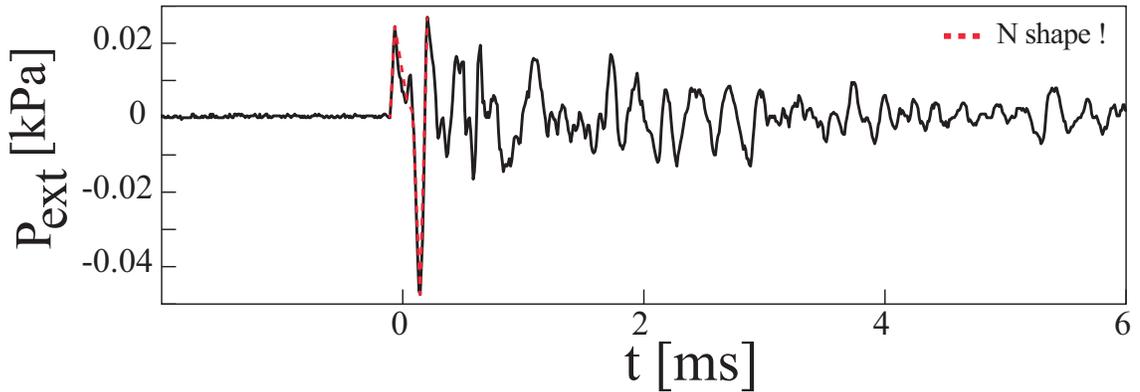


Figura A.1: Señal acústica al exterior,  $P_{ext}$ , con espuma [ $f = 60\text{Hz}$ ; módulo de Young espuma  $E = 400\text{Pa}$ ;  $v_{espuma} = 60\text{m/s}$ ]. La línea roja segmentada muestra la forma de la "N shape" de la señal acústica a tiempos grandes [ $L = 8\text{cm}$ ;  $\Delta P = 10\text{kPa}$ ;  $e = 0,5\text{mm}$ ;  $\varepsilon \sim 1$ ,  $\tau_{rup} \sim 1\text{ms}$ ].

Vemos en las figuras la presión al interior y al exterior del tubo con espuma, la membrana tiene poca tensión, por lo que el crack se propaga en dos pasos.

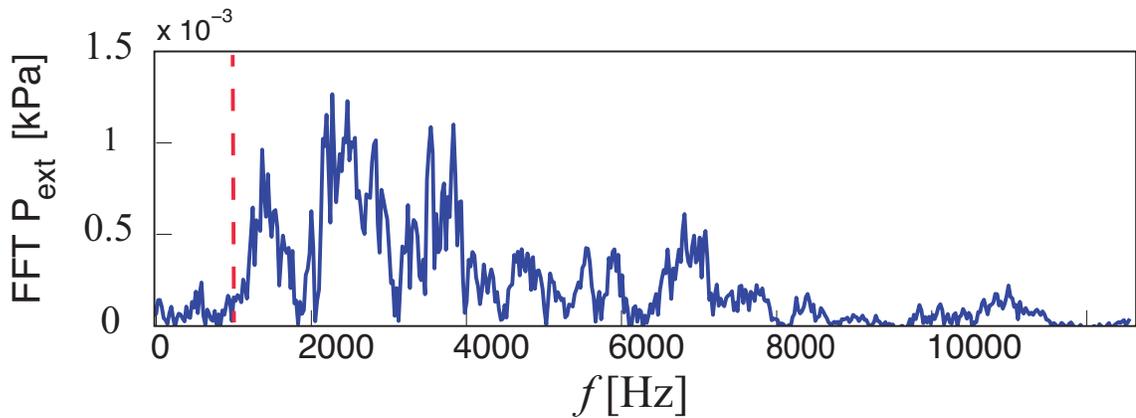


Figura A.2: FFT de la señal acústica al interior,  $P_{int}$ , y al exterior,  $P_{ext}$ , con espuma. La línea segmentada roja, muestra el orden donde se vería la frecuencia fundamental del tubo [ $L = 8\text{cm}$ ;  $\Delta P = 5\text{kPa}$ ;  $e = 0,5\text{mm}$ ;  $\varepsilon \sim 1$ ].

La frecuencia de la "N shape" (ver Fig.A.1) es del orden de  $f \sim 2500\text{ Hz}$ , y a una velocidad de la onda transversal de  $v_w \sim 30\text{m/s}$ , la longitud de onda en la ,  $\lambda$ , es entonces del orden del diámetro del tubo  $\Phi$ . La frecuencia de esta onda, se puede ver en el espectro (Fig.A.2).

## Apéndice B

# Sistemas no lineales

### B.1. Mecanismos posibles para la repartición de la energía en los modos

Existen 3 posibles formas para explicar la repartición de energía de los modos en el tubo.

#### B.1.1. Helmholtz

Un resonador de Helmholtz normalmente consiste en una cavidad con una pequeña abertura rígida (cuello), actuando como un sistema masa-resorte debido a las oscilaciones de fluidos en el cuello (ver sección ??). En nuestro experimento, debido a que se estira la membrana con una gran deformación la velocidad de apertura es en un tiempo de  $\sim 0,1$  ms, mucho más cortos que la duración total de la señal acústica. Su apertura es total, y casi instantánea para deformaciones grandes ( $\varepsilon \sim 3$ ). La analogía con un resonador de Helmholtz es difícil, ya que no existe un equivalente a un “cuello” en nuestro experimento justo después de la explosión. Si se considera la frecuencia de Helmholtz,  $f_H$  en el caso en el cuello.<sup>es</sup> la sección transversal del tubo, y nos calculamos una frecuencia inferior a la observada en nuestros experimentos (por ejemplo  $f_H = 343$  Hz para una longitud de la cavidad de 32 cm por encima de la membrana), y no se ve en el espectro. Tampoco se ve a tiempos largos de propagación del crack. Simplemente la geometría del sistema del resonador de Helmholtz no es un candidato para poder darles energías a los armónicos más altos en todos los largos de las cavidades.

### B.1.2. Modos laterales

Buckingham y Garcés (1996), desarrollaron un modelo canónico para el sonido generado por un conducto de magma resonante excitado por una fuente explosiva dentro del magma. Con ello un número grande de supuestos se hicieron para simplificar la solución. Se destaca que los modos radiales simétricos de una cavidad cilíndrica (a demás de los modos longitudinales dados por el largo), están dados por:

$$f_{s,m} = \sqrt{\left(\frac{c j_{1s}}{2\pi(\Phi/2)}\right)^2 + (f_m)^2}, \quad (\text{B.1})$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido,  $j_{1s}$  es la función de Bessel para  $J_1$ ,  $a$  el radio del tubo y  $f_m$  los modos de resonancia longitudinales. Los modos radiales están dados principalmente por las funciones de Besel

$$J_1 = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{2^2 4} + \dots \quad (\text{B.2})$$

A primer orden el modo longitudinal rige el sistema en los experimentos. Si el sistema se acopla con los modos laterales, la resonancia a primer orden tiene un valor  $f_{s,m} \sim 1000\text{Hz}$ . Para todos los largos y configuraciones del tubo, sin cambiar el diámetro de este, no se ve la firma de la frecuencia  $f_{s,m}$  en ningún espectro de las señales medidas.

Existe un aumento de los modos más altos ( $\geq 1000\text{Hz}$ ) en el tubo más largo ( $L = 60\text{cm}$ ) (ver sección 4.5.3). En este caso, puede ser que el primer modo longitudinal este siendo “decorado” por el primer modo lateral en el sistema y este sumando o restando energía a ciertos armónicos en la cavidad, dependiendo de la suma (o resta) de los nodos de presión para cada frecuencia. Aunque este mecanismo es un posible candidato para moderar los valores de energía, en el modelo lineal para  $P_{int}$  no se ven reflejados. De hecho, el modelo lineal está descrito solamente para el valor de la presión interior, y la razón entre los peaks de modos más altos con el fundamental, se hacen más grandes afuera de la cavidad, lo que no se puede explicar muy bien con una linealidad en el sistema.

### B.1.3. No-linealidades

Los modelos que se han desarrollado para describir la presión al interior,  $P_{int}$ , en todos los experimentos (distintos largos del tubo y tiempos de ruptura), han funcionado relativamente bien. Por otro lado, el valor de la presión al exterior,  $P_{ext}$ , se modeló con Lighthill y se encontró que era proporcional a la primera derivada en el tiempo de  $P_{int}$ . Estas dos suposiciones se han llevado a cabo solo en el regimen lineal y han funcionado. Pero que pasa entonces cuando si estoy en el regimen lineal (24kPa), pero igual veo cambios en la amplitud de los modos más altos.

## B.1. MECANISMOS POSIBLES PARA LA REPARTICIÓN DE LA ENERGÍA EN LOS MODOS97

Por ejemplo, para el tubo más largo  $L = 60\text{cm}$ , las no-linealidades si se pueden producir y el modelo lineal para la  $P_{int}$ , no funciona más (ver Anexo ,Tubo de choque). En la ecuación para la presión en función del tiempo, se tomarían en cuenta los valores de segundo orden para la presión.

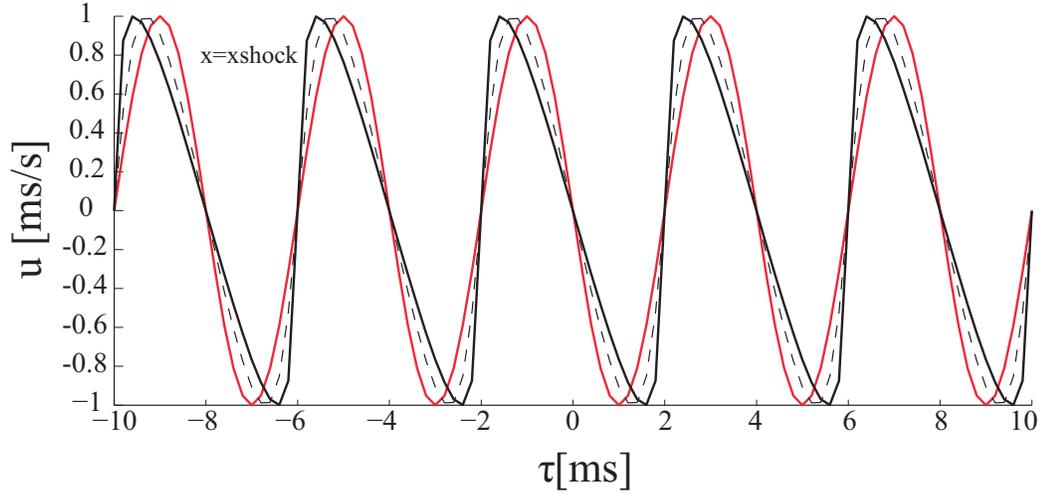


Figura B.1: Señales para el modelo No-lineal de Haller para cinco periodos de la señal, con parámetros ajustables a los experimentos. Línea roja es el modelo lineal, línea segmentada, modelo no-lineal a  $x = 30\text{m}$  y línea negra sólida modelo no-lineal a  $x = 57\text{m}$  [parámetros en el modelo:  $c = 346\text{m/s}$ ;  $\gamma = 1,4$ ;  $\epsilon = (\gamma + 1)/2$ ;  $f_0 = 250\text{Hz}$ .]

La ecuación no lineal usada por Haller [69], esta descrita:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\beta \xi^2 + \delta \xi^3), \quad (\text{B.3})$$

donde  $\xi$  es el desplazamiento de la partícula,  $c_0^2 = \gamma P_0 / \rho_0$  es la velocidad del sonido. El segundo término a la izquierda, es el término lineal de la ecuación, a la derecha el primer término está dado por valor cuadrático de las no-linealidades. El segundo término son los términos cúbicos de las no-linealidades. El fenómeno no-lineal se puede observar para una mayor magnitud de la velocidad de las partículas ( $\vec{u}$ ), o para densidades más altas o mayores presiones en el sistema, entonces la velocidad del sonido aumenta.

Si se modela la onda, inicialmente tiene una forma sinusoidal y entre más largo sea el recorrido de la onda a través del medio no lineal, la onda va tomando forma de una onda N.

## B.1. MECANISMOS POSIBLES PARA LA REPARTICIÓN DE LA ENERGÍA EN LOS MODOS98

Modelando la velocidad  $u$  ( $\partial\xi/dt$ ) como :

$$u = u_0 \left( \tau + \frac{\epsilon}{c_0^2} u x \right), \quad (\text{B.4})$$

donde  $u_0 = \sin(\tau)$ , condición inicial de la onda,  $\tau$  es el tiempo de retardo de la onda, dado por  $\tau = t - x/c_0$ , y  $\epsilon$  es un parámetro del término no-lineal. La ecuación de onda entonces toma una forma de una ecuación de Riemann, y es la más simple ecuación no-lineal en acústica que describe la no-linealidad cuadrática.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\epsilon}{c_0^2} \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (\text{B.5})$$

En la Fig.B.1 se muestra como la onda va cambiando su forma, a medida que la distancia que recorre es más grande y las no-linealidades empiezan a aparecer. El  $x_{shock}$  es la distancia en que por primera vez aparece la onda de choque, donde el frente de onda por primera vez es vertical.

El espectro de frecuencias también cambia cuando las no-linealidades aparecen. Vemos en la Fig.B.2, dado solamente el valor para el primer modo en el sistema, al sumar no-linealidades los modos más altos del sistema empiezan a aparecer.

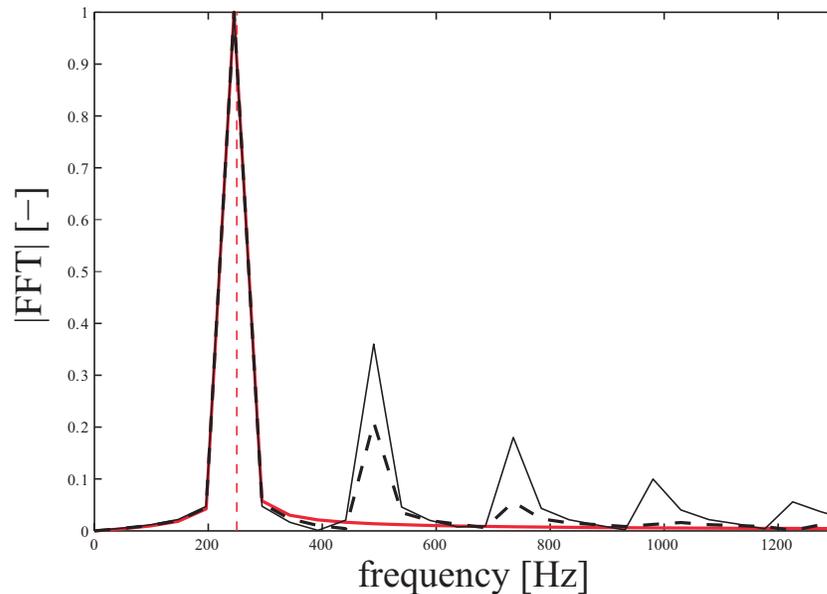


Figura B.2: FFT normalizado para cada una de las señales del modelo no-lineal. Se ve como se van sumando armónicos a medida que las no-linealidades aumentan [parámetros en el modelo:  $c = 346\text{m/s}$ ;  $\gamma = 1,4$ ;  $\epsilon = (\gamma + 1)/2$ ;  $f_0 = 250\text{Hz}$ ].

## *B.1. MECANISMOS POSIBLES PARA LA REPARTICIÓN DE LA ENERGÍA EN LOS MODOS*<sup>99</sup>

¿Se podrá imponer este modelo no-lineal en el sistema, y así poder ver la repartición de la energía en los modos de nuestra cavidad tanto para la presión interna como externa?. Trataremos en problema de forma no-lineal con más detalles, con nuestros parámetros y condiciones de borde si existiera una onda de choque en nuestro sistema (cf. anexoC.2).

## Apéndice C

# Ondas de choque

### C.1. SPL

Una de las mediciones más usadas y fundamentales de los volcanólogos es la amplitud de la presión 2.8. Los registros de las señales acústicas abarcan sobre los 14 ordenes de magnitud en intensidad de sonido en los volcanes, por lo que es útil mirar en una escala logartímica que se conoce como "*sound pressure level*"SPL, definida como

$$SPL = 10 \log_{10} \left[ \frac{\Delta P^2}{p_{ref}^2} \right] = 20 \log_{10} \left[ \frac{\Delta P}{p_{ref}} \right], \quad (C.1)$$

donde  $P$  es la medida de la presión acústica,  $p_{ref}$  es una presión de referencia, dada por  $p_{ref} = 0.00002\text{Pa}$ .

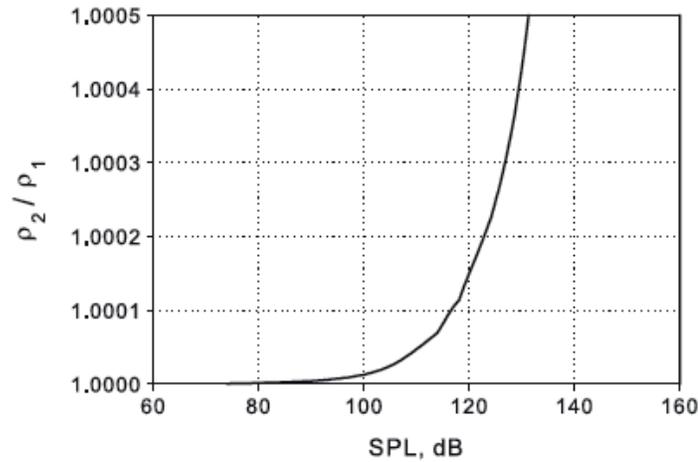


Figura C.1: Razón entre las densidades de dos medios  $\rho_2/\rho_1$  versus el nivel de presión de sonido de una onda de choque en la teoría de Rankine–Hugoniot con  $\gamma = 1.4$  [70].

La sobrepresión inyectada en el sistema entre 5-10 kPa, está en el rango de onda de choque para el rango SPL. Aunque las señales que se miden, no tienen el mismo cambio abrupto y la velocidad no es más grande que la del sonido, se puede hablar de una onda de choque débil.

## C.2. Ondas de Choque

Las ondas de Choque son ondas de sonido con una presión y duración específicas, capaces de propagarse sin perder porcentajes significativos de su energía. A diferencia de la onda ultrasónica de características sinusoidales y propiedades mecánicas longitudinales, las ondas de choque son disarmónicas, tienen características de presión no lineal, una amplitud importante, una duración considerable del pulso y un abrupto frente de onda.

Las señales en los experimentos muestran que existe un cambio abrupto en la forma de onda de la señal, cuando la membrana se rompe al medio del tubo de  $L = 64\text{cm}$ .

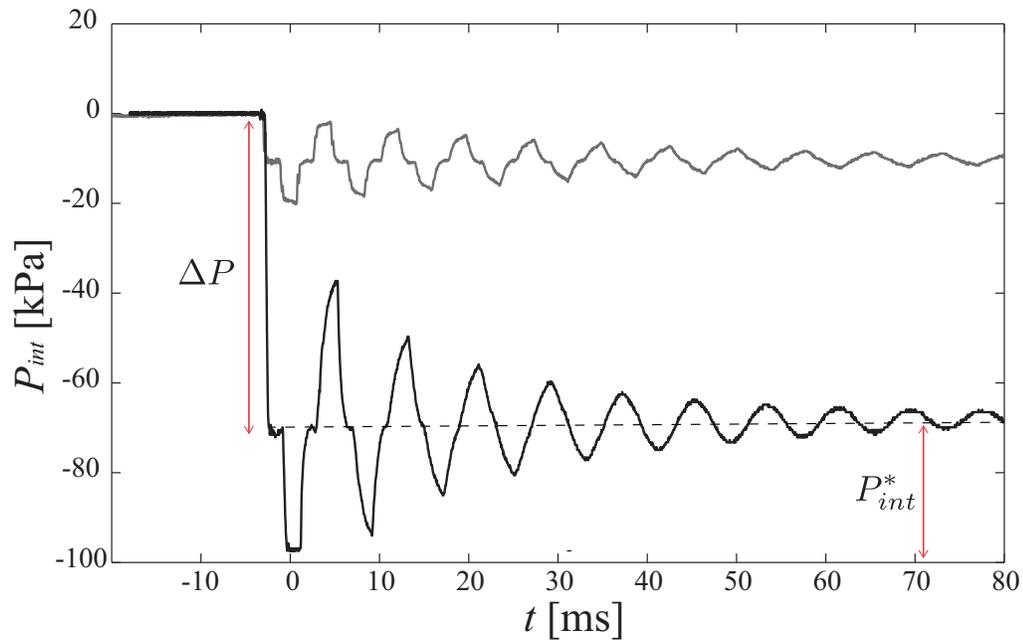


Figura C.2: Señales de presión interna en función del tiempo para dos sobrepresiones distintas [línea gris  $\Delta P = 10\text{kPa}$ ; línea negra  $\Delta P = 70\text{kPa}$ ;  $L = 64 l = L/2$ ;  $\tau_{rup} = 0.2\text{ms}$ ]

Este cambio abrupto, se podría explicar como la forma de la onda de una onda de choque, ya que estamos trabajando en el régimen no-lineal ( $\Delta P > 24\text{kPa}$ ). En las ondas de choque la velocidad del sonido,  $c(T, \Delta P)$ , depende de la temperatura y de la sobrepresión. La onda de choque, al ser una expansión adiabática la velocidad cambia y depende de la amplitud de onda a primer orden. En nuestros experimentos, el valor de  $c$  es constante ( $c \sim 346\text{m/s}$  a  $25^\circ$ ), pero si se aumenta mucho el valor de la sobrepresión  $\Delta P$  puede cambiar, sumando a demás que en los tubos más largos el fenómeno se evidencia más y las no-linearidades empiezan a manifestarse mejor, debido a que tienen mayor tiempo para desarrollarse. Entonces las emisiones acústicas que observamos a grandes sobrepresiones en el tubo ( $\gtrsim 50\text{kPa}$ ) son realmente a una onda de choque?

### C.2.0.1. Ondas de choque en tubos

La geometría en estos experimentos juega un papel importante. Mientras las ondas de choque no se alcanzan a ver a tubos cortos, en tubos largos el comportamiento de la caída de sobrepresión del sistema cuando la membrana se rompe a tiempos  $\tau_{rup}$  cortos, es similar a la que ocurre en un experimento de un “shock tube” (tubo de choque). El modelo más simple de tubo de

choque consiste en un tubo de sección transversal constante (circular o rectangular). El tubo de choque es una cavidad dividida por un diafragma, la cual separa dos compartimientos con gases a diferentes presiones. Cuando el diafragma se abre, rápidamente una onda de choque normal viaja dentro de la parte de baja presión del tubo y una onda de expansión se mueve en la parte de alta presión. En nuestro sistema, la caída de presión se exita rápidamente ( $\tau_{rup}$ ). Para los tubos más largos, puede que las no-linealidades en el tubo empiecen a desarrollarse y crear algo similar a una onda de choque, ya que el sistema esta sometido a grandes diferencias de presión.

### C.3. Régimen de onda de choque débil

Entre  $100 < SPL < 120$  ( $2 < Pa < 20$ ), se le llama onda de choque [70]. Dependiendo de la forma de la onda, se puede llamas "loud sound wave"(baja onda de sonido), y la señal se ve lineal pero existe una pequeña distorción, y cuando hay una no-linealidad en la forma de la onda entonces se llama "weak shock wave"(onda de choque débil).

De la figuraC.1, se observa que para la razón de cambio de densidad en el sistema en función del valor SPL. En este experimento, los valores de SPL para sobrepresiones de los 5 kPa es de  $\sim 182$ . Este valor nos indica (ver Fig.C.1) que es considerado como una onda de choque, en este caso una onda de choque débil, debido que no hay un cambio en la velocidad de la onda pero si en la forma de ésta.

El regimen de choque de onda débil se puede ser en distintos fenómenos, como en un aplauso, o el sonido de una trompeta [70]. Todos estos fenómenos pueden ser caracterizados como una onda de choque débil, ya que no cumplen todas las condiciones para serlo.

### C.4. No linealidades

Como se vio en la sección B.1.3, se podría explicar con una no-linealidad en la ecuación de onda, los posibles mecanismos que hacen que los modos más altos aumenten su valor en los espectros de frecuencia al exterior de la cavidad.

Si se considera el modelo ya descrito en para la presión interna a demás de el modelo de Lighthill, podemos describir la presión interna y externa en el regimen lineal. Ahora si en la ecuación para la presión se le agregan los términos no-lineales, de segundo y tercer orden, podemos modelar para cada periodo de la señal, que pasa con las frecuencias del sistema al

interior y exterior de la cavidad cuando se aumenta la distancia que recorre el frente de onda. Dependiendo del periodo de la onda que se tome entonces

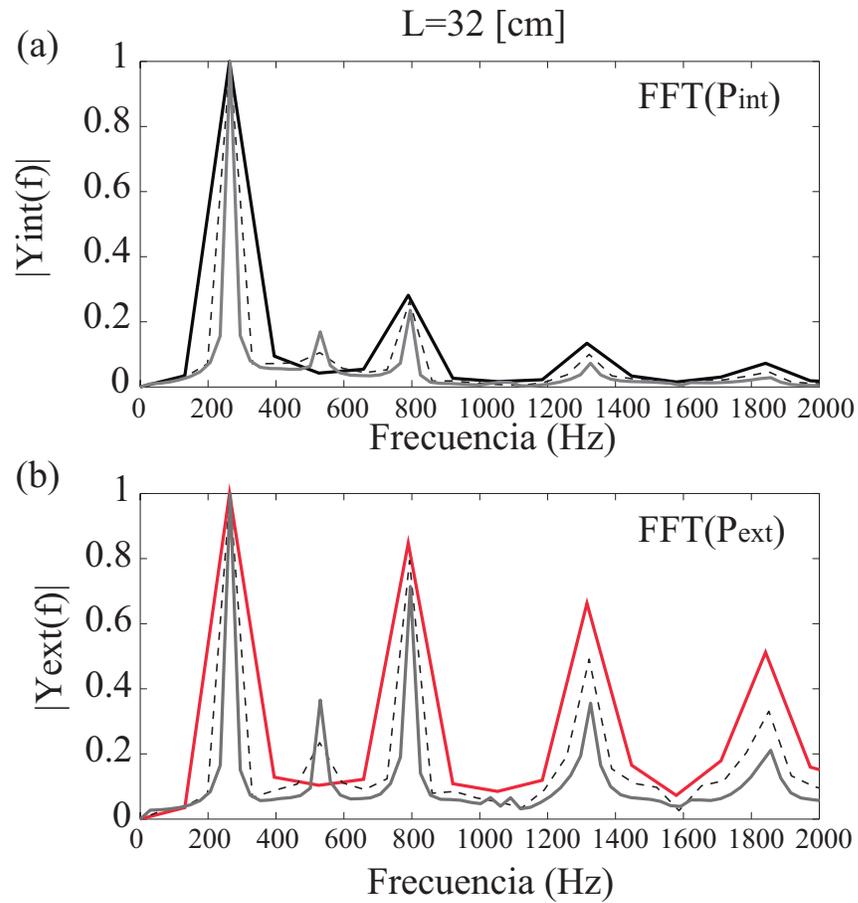


Figura C.3: FFT de la presión interna y externa usando el modelo no-lineal más Lighthill para los diferentes periodos  $k$  de la señal. a) FFT de  $P_{int}$  [ $k = 2$  línea roja,  $k = 4$  línea negra segmentada,  $k = 10$ ]

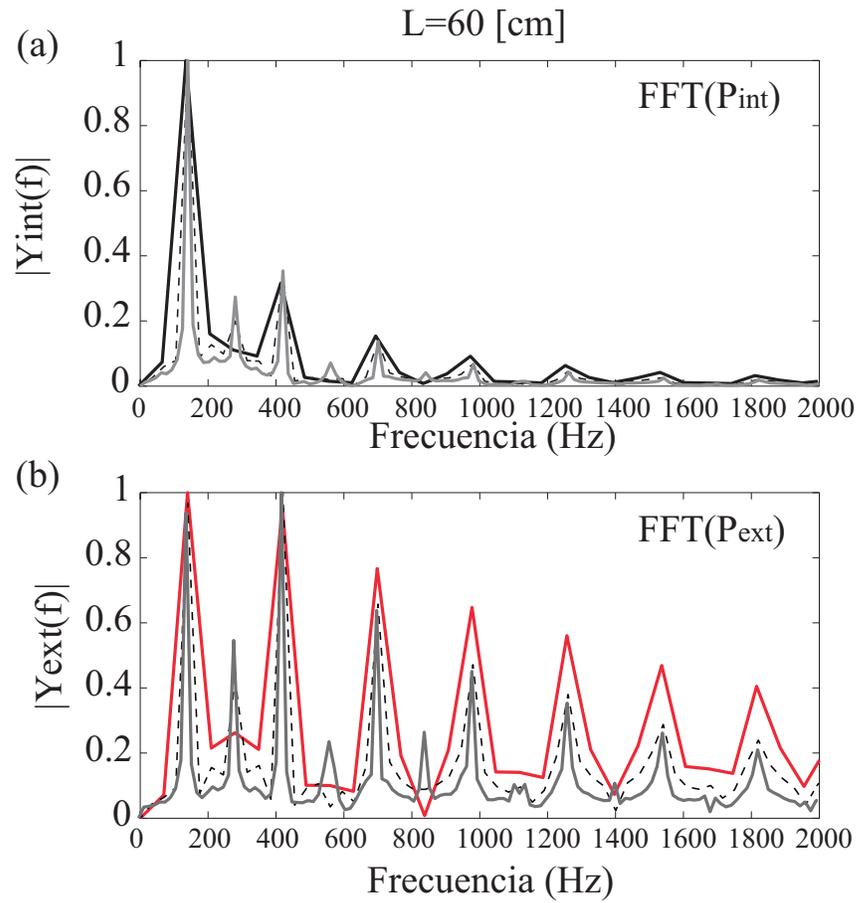


Figura C.4: FFT de la presión interna y externa usando el modelo no-lineal más Lighthill para diferentes periodos de la señal. a) FFT de  $P_{int}$  [ $k = 2$  línea roja,  $k = 4$  línea negra segmentada,  $k = 10$ ]

## **Apéndice D**

# **Publicaciones**



## RESEARCH LETTER

10.1002/2014GL061068

## Key Points:

- No simple relationship between the acoustic amplitude and bubble overpressure
- Below  $\Delta P = 24$  kPa, the monopole source theory holds true
- The energy computed over the first period is a good proxy for the total energy

## Correspondence to:

V. Vidal,  
valerie.vidal@ens-lyon.fr

## Citation:

Sánchez, C., B. Álvarez, F. Melo, and V. Vidal (2014), Experimental modeling of infrasound emission from slug bursting on volcanoes, *Geophys. Res. Lett.*, *41*, doi:10.1002/2014GL061068.

Received 1 JUL 2014

Accepted 9 SEP 2014

Accepted article online 14 SEP 2014

## Experimental modeling of infrasound emission from slug bursting on volcanoes

C. Sánchez<sup>1</sup>, B. Álvarez<sup>1</sup>, F. Melo<sup>1</sup>, and V. Vidal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratorio de Física No Lineal, Departamento de Física, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile, <sup>2</sup>Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon – CNRS, Université de Lyon, Lyon, France

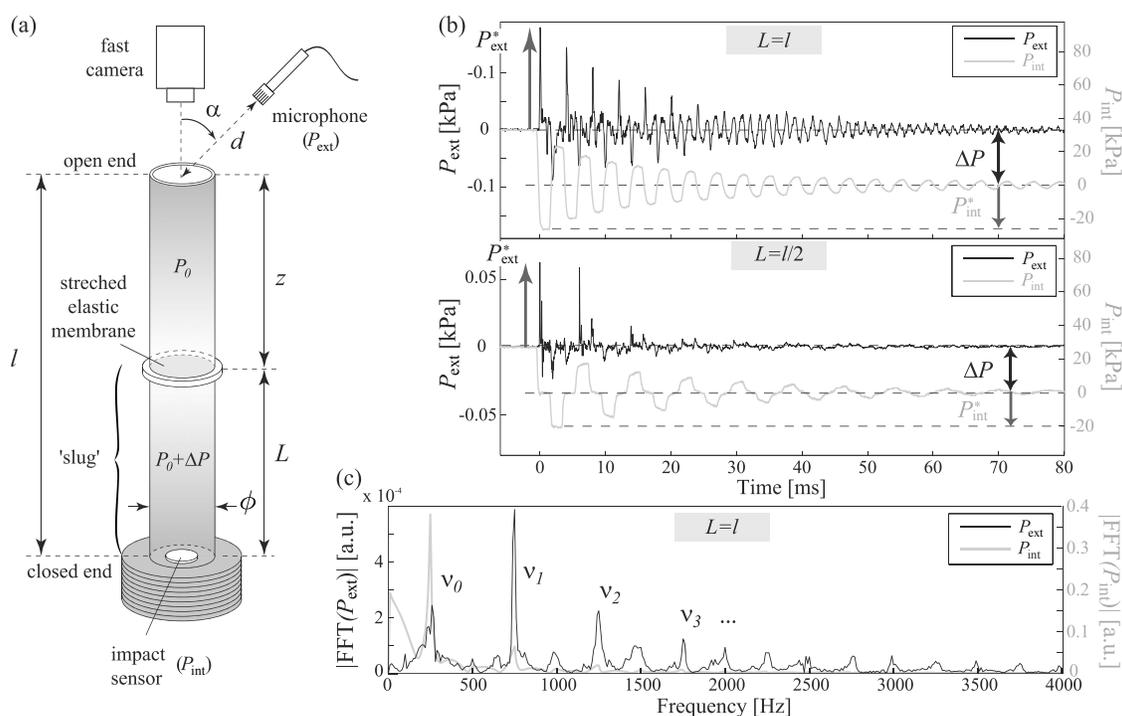
**Abstract** The acoustic signal produced by gas slugs bursting at volcano vents is investigated by means of laboratory experiments. In order to explore the transition between linear and nonlinear acoustics, we model the bubble by an overpressurized cylindrical cavity closed by a membrane. We find that the acoustic waveform inside and outside the cavity, produced by the membrane bursting, is well described by the linear acoustics equations and a monopole source model up to an initial overpressure inside the cavity of about 24 kPa. For higher overpressure, the amplitude inside the conduit is smaller than the linear prediction, whereas the amplitude measured outside is larger. The frequency content remains harmonic, even at high initial overpressure. Changing the bursting depth in the conduit does not change the scaling of the amplitudes but affects the waveform and energy partitioning. We show that the energy of the first signal period is about 30% of the total acoustic energy and can be used as a good estimate, with a geometrical correction to account for the bursting depth.

### 1. Introduction

Strombolian activity is commonly described as the repetitive bursting of overpressurized gas bubbles as large as the volcanic conduit (slugs) [see, for instance, Blackburn *et al.*, 1976; Jaupart and Vergnolle, 1988; Vergnolle and Brandeis, 1994, 1996; Ripepe *et al.*, 2001, and references therein]. Estimating the overpressure inside the bubble before the explosion is still a major challenge. Indeed, field measurements only provide an indirect estimate of this value. The bubble overpressure may be thus quantified from direct visualization of bubble bursting [Blackburn *et al.*, 1976; Wilson, 1980; Taddeucci *et al.*, 2012] or inversion models of the acoustic waveform, which consider either a resonant volcanic conduit [Buckingham and Garcés, 1996; Garcés *et al.*, 2000; Hagerty *et al.*, 2000], vibration of the bubble before its bursting [Vergnolle and Brandeis, 1994, 1996; Vergnolle *et al.*, 1996], or gas overpressure release at bursting [Lane *et al.*, 2013]. This quantification, however, would strongly help to understand the eruption behavior and further constrain the seismoacoustic models.

Previous estimates of the overpressure inside the bubble before its explosion strongly vary, from 25 kPa for Heimaey, Iceland [Blackburn *et al.*, 1976], 600 Pa [Blackburn *et al.*, 1976], to 0.1–0.5 MPa for Stromboli [Vergnolle and Brandeis, 1996; Taddeucci *et al.*, 2012], between 0.08 and 1.4 MPa for Shishaldin volcano [Vergnolle *et al.*, 2004], to 3.4 MPa for Arenal volcano [Hagerty *et al.*, 2000]. The large range of overpressure estimates, from a few kPa up to several MPa [Gonnermann and Manga, 2007], makes it difficult to assess in which regime the acoustic problem has to be considered. Several radiation models of infrasonic waves have pointed out that depending on the complexity of the sound variations, a volcano may be considered as a monopole, dipole, or even quadrupole source [Johnson *et al.*, 2008]. These models, however, have often been developed in the linear acoustic regime, where the wave amplitude should be much smaller than the atmospheric pressure. What happens then if entering a nonlinear regime?

Based on laboratory experiments, we investigate the acoustic wave produced by the overpressure release of a cylindrical cavity initially closed by a membrane. The setup is analogous to a slug bursting in an open conduit volcano, such as Stromboli, for instance [Ripepe *et al.*, 2007]. This configuration makes it possible not only to control the overpressure before bursting but also to explore the transition between the linear and nonlinear acoustic regimes. Finally, by adding an extra conduit length on top of the system, we investigate the effect of the bubble bursting depth in the conduit on the acoustic waveform.



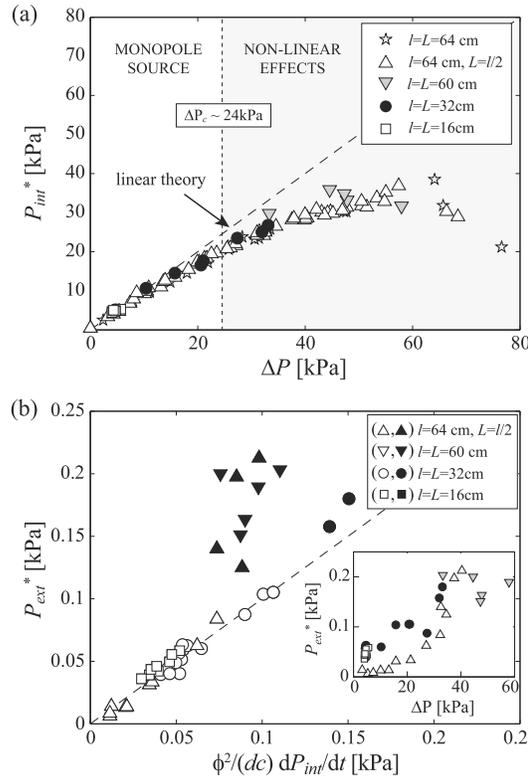
**Figure 1.** (a) Experimental setup. We impose an overpressure  $\Delta P$  inside a cylindrical cavity closed by a membrane located at a distance  $L$  from the cavity bottom. When the membrane bursts, the acoustic signal is recorded inside,  $P_{\text{int}}$ , and outside,  $P_{\text{ext}}$ , the cavity. (b) Amplitude of the acoustic wave recorded inside ( $P_{\text{int}}$ , gray line) and outside ( $P_{\text{ext}}$ , black line) the cavity after bursting. ((top)  $L = l = 32$  cm; (bottom)  $l = 64$  cm,  $L = l/2$ ;  $\Delta P \approx 30$  kPa). (c) Spectrum of the acoustic waveform inside (gray line) and outside (black line) the cavity, for the signals displayed in Figure 1b (top).

## 2. Experimental Setup

The experimental setup consists of a cylindrical cavity (length  $l = 0.16$  to  $0.64$  m, inner diameter  $\phi = 25.4$  mm) drilled in plexiglas (Figure 1a). The tube is closed at the bottom end (rigid bottom). An elastic membrane (latex, thickness  $e = 0.5$  mm) is initially stretched over a ring and located at a height  $L \leq l$  inside the tube. Air is then injected in the lower part of the cavity, up to a controlled overpressure  $\Delta P$ , which can be varied from 0 to a 0.8 bar. The topmost end of the tube (at height  $l$ ) remains open.

At time  $t = 0$  a needle, fixed on a motorized arm, pierces the center of the elastic membrane, which ruptures suddenly. Previous experiments have pointed out that in the linear regime, the wave amplitude may be strongly reduced when the typical bubble rupture time,  $\tau_{\text{rupt}}$ , becomes comparable to, or larger than, the wave propagation time in the cavity,  $\tau_{\text{prop}} = 2l/c$ , where  $c$  is the sound speed [Vidal *et al.*, 2006, 2010]. We recorded the membrane aperture dynamics with a fast camera (Phantom v9.1, up to 23000 frames per second). In all our experiments, the rupture time  $\tau_{\text{rupt}} \leq 0.2$  ms is always smaller than the typical propagation time of the wave inside the cavity,  $\tau_{\text{prop}}$ , whichever the position of the membrane in the tube (from  $l = 0.16$  m to  $l = 0.64$  m,  $\tau_{\text{prop}} \approx 0.9$  to  $3.8$  ms, respectively). This configuration makes it possible to neglect the effect of the membrane aperture dynamics on the acoustic wave amplitude. In the following, we can therefore consider that the opening is instantaneous.

The acoustic wave produced by the membrane bursting is monitored outside the tube by a microphone (PCB Piezotronics Inc., 1/4" microphone 377A10 + preamplifier 426B03). The microphone is located at a distance  $d$  from the cavity aperture (typically  $d \approx 1$  m), at an angle  $\alpha = 45^\circ$  from the vertical. The acoustic waveform does not change much when varying  $\alpha$  from 0 to  $90^\circ$ . We do not position the microphone at the vertical of the tube to avoid the signal generated by air advection during the overpressure release, which is not an acoustic wave. Simultaneously, we measure the pressure signal at the bottom of the cavity with an impact sensor (Force sensor PCB Piezotronics PCB 200B02 + amplifier PCB 482A16). Both signals are recorded by means of two oscilloscopes (Tektronix TDS2012B, sampling frequency 25 kHz).



**Figure 2.** (a) Maximum amplitude of the acoustic waveform inside the cavity,  $P_{int}^*$ , as a function of  $\Delta P$  (dashed line: linear theory). The monopole source approximation remains valid up to  $\Delta P_c \approx 24$  kPa (from Figure 2b, see text). Significant nonlinear effects are observed when  $\Delta P > \Delta P_c$ . (b) Maximum amplitude of the acoustic waveform outside the cavity,  $P_{ext}^*$ , as a function of the excess pressure predicted by Lighthill's monopole source theory (see text) (white symbols,  $\Delta P \leq \Delta P_c$ ; black symbols,  $\Delta P > \Delta P_c$ ; dashed line: Lighthill's theory). Inset:  $P_{ext}^*$  versus  $\Delta P$  does not display any obvious relation.

pressure amplitude in the cavity,  $P_{int}^*$  (Figure 2a). We check that for different experimental configurations (different tube length  $l$  and position of the membrane in the cavity,  $L$ ), the linear regime  $P_{int}^* = \Delta P$  holds true up to an overpressure  $\Delta P_c$  slightly higher than 20 kPa. For  $\Delta P > \Delta P_c$  the excess pressure amplitude in the cavity is less than the one predicted by the linear theory, and significant nonlinear effects are observed. In the next paragraph, we propose an exact determination of the threshold overpressure  $\Delta P_c$ .

The variation of  $P_{ext}^*$ , the first excess pressure peak measured outside, as a function of  $\Delta P$  does not have a clear interpretation at first sight (Figure 2b, inset). To further explain the data, a model is required. Here we test the monopole source theory proposed by Lighthill [1978]: in the linear theory of sound, the excess pressure for a simple (point) source is given by

$$P - P_0 = \frac{\dot{q}(t - r/c)}{4\pi r} \quad (1)$$

where  $P_0$  denotes the atmospheric pressure,  $r$  the distance from the source,  $q = \rho dV/dt$  the rate of mass outflow, with  $\rho$  the gas density and  $V$  the gas volume, and  $c$  the sound speed. For the cylindrical geometry of our experimental setup, equation (1) can be written as a function of our parameters:

$$P_{ext} = \frac{\phi^2}{16dc} \frac{dP_{int}}{dt}. \quad (2)$$

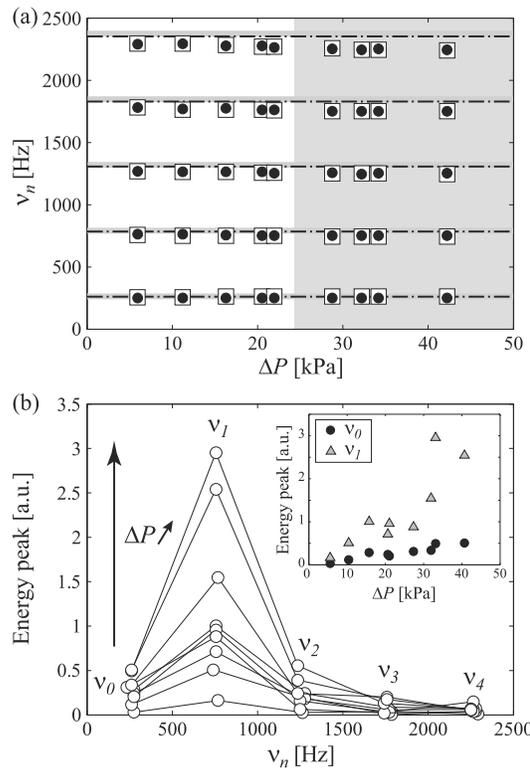
The excess pressure outside should therefore be proportional to the first derivative of the excess pressure inside the cavity. It can be qualitatively observed in Figure 1b, for example, where each pressure drop in the

### 3. The Acoustic Waveform

Figure 1b displays the acoustic waveforms inside ( $P_{int}$ , gray line) and outside ( $P_{ext}$ , black line) the cavity for different membrane positions in the tube. Here we point out the example of a “slug” of the same volume ( $L = 32$  cm) and initial overpressure ( $\Delta P \approx 30$  kPa) bursting either at the top of the conduit ( $l = L$ , Figure 1b, top) or at half the conduit length ( $l = 2L$ , Figure 1b, bottom). At bursting,  $P_{int}$  initially drops from  $\Delta P$  to  $-P_{int}^*$ . The signal inside the cavity is then resonant, the wave traveling back and forth in the cavity, and damps over a few tens of milliseconds. When the membrane bursts at depth in the cavity (Figure 1b, bottom), we clearly note that the wave front is double, due to both an upward positive pressure front and a downward negative pressure front traveling in the cavity. The outside pressure ( $P_{ext}$ , black line) shows different successive peaks, in phase with each change of the wave amplitude inside. We note  $P_{int}^*$  (resp.  $P_{ext}^*$ ) the amplitude of the first peak of the excess pressure inside (respectively, outside) the cavity, which is higher than that of any successive peaks.

#### 3.1. Amplitude

In the linear acoustic regime, due to the condition of total reflection at the cavity bottom, the pressure amplitude in the cavity,  $P_{int}^*$ , is strictly equal to the initial overpressure in the cavity before bursting,  $P_{int}^* = \Delta P$ . To investigate the transition toward nonlinear regimes, we report for different initial overpressure  $\Delta P$  the excess



**Figure 3.** (a) Spectral content (peak frequencies  $v_n$ ) for  $P_{int}$  (black dots) and  $P_{ext}$  (white squares) for different  $\Delta P$  compared to the theoretical harmonics of a resonant wave in the cavity (unflanged, dash-dotted lines; flanged, thick gray lines). The spectral content remains unchanged, even after the transition to nonlinear regimes (gray zone) ( $L = l = 32$  cm). (b) Energy of the frequency peaks (see Figure 1c) for the first five harmonics, when  $\Delta P$  increases (a.u. = arbitrary units). *Inset:* Energy of the fundamental (black dots) and the second harmonics (gray triangle) as a function of  $\Delta P$ .

wave regime. The wave speed thus equals the sound speed in air ( $c \approx 346$  m/s at 25°C).  $\delta l$  denotes a correction length due to the radiation of the wave outside:  $\delta l = 4\phi/3\pi$  (respectively,  $0.3\phi$ ) for a flanged (respectively, unflanged) aperture [Kinsler et al., 1982].

From the signal spectrum inside and outside the conduit (see Figure 1c), we can report the harmonic peak frequencies, compared with the theoretical predictions for a flanged (respectively, unflanged) aperture (Figure 3a). Previous studies of infrasonic tremor on Kilauea [Fee et al., 2010] and Villarrica [Goto and Johnson, 2011] have linked the dominant tremor peak to Helmholtz oscillations of the cavity above the magma level in the conduit. In our experiments, however, the dominant frequency always corresponds to the fundamental mode of longitudinal resonant waves, even when the membrane bursts inside the conduit. We observe a slight decrease of the higher harmonics frequency for high  $\Delta P$ , but no transition is visible through all the range of explored overpressures, even when nonlinear effects start affecting the amplitudes (gray zone).

Although the nonlinearities do not affect the harmonic frequencies, they have a strong signature on the spectral amplitudes. The signal outside bears more energy in the second harmonic,  $v_1 = 3v_0$ , than in the fundamental (higher peak in the spectrum). Even frequencies,  $v_{2n} = (2n)v_0$ , can also be observed in the spectrum (Figure 1c), resulting from nonlinear coupling and energy transfer to higher modes.

### 3.3. Acoustic Energy

In this section, we consider the total energy of the acoustic signal measured outside the cavity, defined by

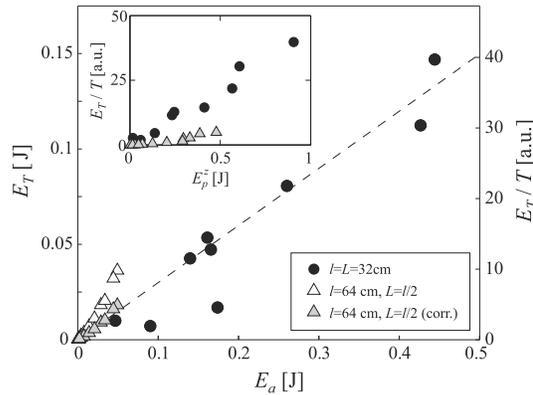
$$E_a = \frac{2\pi d^2}{\rho c} \int_0^\infty P_{ext}^2 dt \quad (3)$$

conduit corresponds to a sharp pressure peak outside. We find that the monopole source approximation works well up to an initial overpressure  $\Delta P_c \approx 24$  kPa (white symbols, Figure 2b), without any adjustable parameters. For  $\Delta P > \Delta P_c$  the excess pressure recorded by the outside microphone is larger than the linear prediction (black symbols, Figure 2b).

Note that the bursting depth plays an important role on the amplitude. When the slug bursts at a depth  $z = l - L$  in the conduit, the inner pressure derivative,  $dP_{int}/dt$ , has to be corrected by a geometrical factor  $L/(L + z)$ , to consider the equivalent monopole source at the conduit vent. Only after this correction do the data collapse on Lighthill's prediction in the linear regime (white triangles, Figure 2b).

### 3.2. Frequency Content

In the linear acoustic regime, it has been shown that for small initial overpressure, the sudden release of a pressurized cavity leads to longitudinal resonant waves in the tube, and their subsequent radiation outside [Vidal et al., 2006]. The inside and outside acoustic signals are thus harmonic, with regular peaks in the spectrum given by the cavity length,  $v_0 = c/4(l + \delta l)$  for the fundamental frequency and  $v_n = (2n + 1)v_0$  for the harmonics, where  $c$  is the sound speed in air. Only the odd harmonics are present in the signal, due to the asymmetric conditions of the cavity (open top, closed bottom). Although we investigate the transition toward the nonlinear regime, all the experiments stand either in the linear sound wave or in the weak shock



**Figure 4.** Energy  $E_T$  of the first signal period outside ( $P_{\text{ext}}$ ) as a function of the total energy of the same signal,  $E_a$  (right axis,  $E_T/T$ , gray triangles; the dashed line is a guide for the eye). *Inset:*  $E_T/T$  as a function of the potential energy initially stored in the slug, corrected by the bursting depth (a.u. = arbitrary units).

ter takes into account the change in wavelength due to wave resonance in different conduit lengths. After correction (gray triangles, Figure 4), all data follow the same trend. Note that the energy of the first signal period is about 30% the total acoustic energy.

In Figure 4, inset, we compare  $E_T/T$  to the potential energy  $E_p$  initially stored in the slug before bursting.  $E_p$  can be evaluated by considering the adiabatic expansion of the gas volume  $V = \pi(\Phi/2)^2L$  (slug volume, Figure 1a) when the membrane bursts:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{V\Delta P^2}{\rho c^2} \quad (5)$$

For a slug bursting at depth  $z$ , the effective potential energy corresponding to the whole resonating conduit is  $E_p^z = E_p/(1 + z/L)$ . The energy measured outside increases as the potential energy increases, as expected. However, although all corrections are taken into account (period of the signal and geometry of the conduit), there is still a difference when the slug bursts at the top or inside the conduit.

Energy losses are mainly governed by viscous dissipation along the cavity walls and radiation of the wave at the vent. In the linear acoustic regime, the characteristic wave damping time associated with these processes,  $\tau_n^v$  and  $\tau_n^z$ , respectively, can be determined analytically for the  $n^{\text{th}}$  harmonic (frequency  $\nu_n$ ) [Vidal *et al.*, 2006]:  $\tau_n^v = \phi/\sqrt{4\pi\nu_n\eta^*}$  where  $\eta^* = \eta[1 + (\gamma - 1)P_r^{1/2}]$  accounts for the thermal loss at the wall, with  $\eta = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  the air kinematic viscosity,  $P_r \simeq 0.7$  the Prandtl number, and  $\gamma = 1.4$  the specific heat ratio; and  $\tau_n^z = (c/\pi\phi)^2(2n + 1)/(2\nu_n^3)$ . Note that the damping due to viscous dissipation dominates at low frequencies, while the damping due to radiation dominates at high frequencies. We thus expect the radiation (respectively, viscous dissipation) to be the dominant regime for short (respectively, long) tubes. The conduit length  $l_c$  for which both processes are of the same order of magnitude is found by solving  $\tau_n^v = \tau_n^z$ , with  $\nu_n = (2n + 1)c/4l_c$  ( $\delta l \ll l_c$ ):

$$l_c(n) = \left(\frac{\Phi^3}{32}\right)^{2/5} \left(\frac{c}{\eta^*}\right)^{1/5} \pi^{3/5}(2n + 1)^{3/5}. \quad (6)$$

For the parameters of our experiments, radiation (respectively, viscous dissipation) is the dominant process for the conduit length  $l = 32 \text{ cm}$  (respectively,  $l = 64 \text{ cm}$ ), which could explain the difference in the acoustic energy (Figure 4, inset).

#### 4. Concluding Remarks

One of the key points in field data analysis is the information which can be extracted from the acoustic signal monitored on volcanoes,  $P_{\text{ext}}$ . We have shown here that a harmonic spectrum is the signature of resonant modes in the conduit produced by bubble bursting, even when nonlinear effects become significant. The

for a half-space radiation. It is often difficult to accurately estimate  $E_a$ . Indeed, the signal recorded in the field can result from the superposition of acoustic waveforms generated by successive burstings, and estimating the end of the sound emitted by a single bursting may be impossible. We propose to compare the total energy,  $E_a$ , to the energy of the same signal, computed over the first signal period only:

$$E_T = \frac{2\pi d^2}{\rho c} \int_0^T P_{\text{ext}}^2 dt. \quad (4)$$

Figure 4 shows that  $E_T$  is a good proxy for the estimation of the acoustic energy. However, in order to compare this parameter for slugs bursting at different depths (here  $z = 0$ , black dots versus  $z = L$ , white triangles), it is necessary to consider  $E_T/T$ , where  $T = 1/\nu_0$  is the period of the fundamental. This parameter

dominant frequency is fixed by the total conduit length and, rescaled to volcanoes, lays in the infrasound range. The amplitude of the first pressure peak outside,  $P_{\text{ext}}^*$ , is well described by a monopole source theory for  $\Delta P < \Delta P_c \simeq 24$  kPa. This empirical threshold holds true for different conduit lengths and bubble bursting depths. At present, no model was found to account for this value. However, it is expected to hold true for the volcanic scenario, as long as resonant waves are generated by slug bursting on the conduit. For  $\Delta P > \Delta P_c$ , strong departures are observed from the linear prediction and it is not possible to infer the initial bubble overpressure,  $\Delta P$ , from the excess pressure amplitude—even in a well-controlled experiment.

Strombolian explosions occur on a complex spectrum of dynamics. Although slug expansion and bursting is often invoked as the source mechanism, recent observations have reported the existence of blast waves at the onset of the explosion, and supersonic jet at the origin of the infrasound [Matoza *et al.*, 2009; Marchetti *et al.*, 2013; Taddeucci *et al.*, 2014]. Our experiment investigates the transition between linear and nonlinear acoustics but does not extend to the highly nonlinear, supersonic, strong shock wave regime. The results are transposable to volcano data analysis in the limit of weak shock waves, for simple and impulsive explosions due to slug bursting. In the field, moreover, additional effects should be taken into account, for instance, the bubble rupture time, which has been pointed out as responsible for a drastic decrease of the acoustic wave amplitude, or temperature gradients.

We propose that the energy computed over the first signal period,  $E_T$ , is a good proxy for the total acoustic energy,  $E_a$ . This can be useful when successive burstings occur, and their acoustic signatures overlap.  $E_T/E_a$  is constant and of about 30% when the bursting occurs at the vent, and more when bursting at depth. For a constant gas outflux and slugs of similar length and overpressure, the slope between  $E_T$  and  $E_a$  provides a direct indication of the bursting depth, i.e., of the magma level in the conduit.

#### Acknowledgments

The data sets used in this article are available and can be provided by the corresponding author upon request (valerie.vidal@ens-lyon.fr). "The authors acknowledge financial support CONICYT 21110609". We thank J.-C. Géminard for fruitful discussions, and three anonymous reviewers who greatly helped us improving the manuscript.

Andrew Newman thanks three anonymous reviewers for their assistance in evaluating this paper.

#### References

- Blackburn, E., L. Wilson, and R. Sparks (1976), Mechanics and dynamics of Strombolian activity, *J. Geol. Soc. London*, *132*, 429–440.
- Buckingham, M. J., and M. A. Garcés (1996), Canonical model of volcano acoustics, *J. Geophys. Res.*, *101*(B4), 8129–8151.
- Fee, D., M. Garcés, M. Patrick, B. Chouet, P. Dawson, and D. Swanson (2010), Infrasonic harmonic tremor and degassing bursts from Halema'uma'u Crater, Kilauea Volcano, Hawaii, *J. Geophys. Res.*, *115*, B11316, doi:10.1029/2010JB007642.
- Garcés, M., S. McNutt, R. Hansen, and J. Eichelberger (2000), Application of wave-theoretical seismoacoustic models to the interpretation of explosion and eruption tremor signals radiated by Pavlof volcano, Alaska, *J. Geophys. Res.*, *105*, 3039–3058.
- Gonnermann, H. M., and M. Manga (2007), The fluid mechanics inside a volcano, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, *39*, 321–356.
- Goto, A., and J. B. Johnson (2011), Monotonic infrasound and Helmholtz resonance at Volcan Villarrica (Chile), *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L06301, doi:10.1029/2011GL046858.
- Hagerty, M., S. Schwartz, M. Garcés, and M. Protti (2000), Analysis of seismic and acoustic observations at Arenal Volcano, Costa Rica, 1995–1997, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *101*, 27–65.
- Jaupart, C., and S. Vergnolle (1988), Laboratory models of Hawaiian and Strombolian eruptions, *Nature*, *331*, 58–60.
- Johnson, J. B., R. Aster, K. R. Jones, P. Kyle, and B. McIntosh (2008), Acoustic source characterization of impulsive Strombolian eruptions from the Mount Erebus lava lake, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *177*, 673–686.
- Kinsler, L. E., A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders (1982), *Fundamentals of Acoustics*, 3rd ed., John Wiley, New York.
- Lane, S. J., M. R. James, and S. B. Corder (2013), Volcano infrasonic signals and magma degassing: First-order experimental insights and application to Stromboli, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *377–378*, 169–179.
- Lighthill, J. (1978), *Waves in Fluids*, p. 504, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K.
- Matoza, R. S., D. Fee, M. A. Garcés, J. M. Seiner, P. A. Ramón, and M. A. H. Hedlin (2009), Infrasonic jet noise from volcanic eruptions, *Geophys. Res. Lett.*, *36*, L08303, doi:10.1029/2008GL036486.
- Marchetti, E., M. Ripepe, D. Delle Donne, R. Genco, A. Finizola, and E. Garaebiti (2013), Blast waves from violent explosive activity at Yasur Volcano, Vanuatu, *Geophys. Res. Lett.*, *40*, 5838–5843, doi:10.1002/2013GL057900.
- Ripepe, M., S. Ciliberto, and M. D. Schiava (2001), Time constraints for modelling source dynamics of volcanic explosions at Stromboli, *J. Geophys. Res.*, *106*(B5), 8713–8727.
- Ripepe, M., E. Marchetti, and G. Ulivieri (2007), Infrasonic monitoring at Stromboli volcano during the 2003 effusive eruption: Insights on the explosive and degassing process of an open conduit system, *J. Geophys. Res.*, *112*, B09207, doi:10.1029/2006JB004613.
- Taddeucci, J., M. A. Alatorre-Ibargüengoitia, M. Moroni, L. Torretta, A. Capponi, P. Scarlato, D. B. Dingwell, and D. De Rita (2012), Physical parameterization of Strombolian eruptions via experimentally-validated modeling of high-speed observations, *Geophys. Res. Lett.*, *39*, L16306, doi:10.1029/2012GL052772.
- Taddeucci, J., J. Sesterhenn, P. Scarlato, K. Stampka, E. Del Bello, J. J. Pena Fernandez, and D. Gaudin (2014), High-speed imaging, acoustic features, and aeroacoustic computations of jet noise from Strombolian (and Vulcanian) explosions, *Geophys. Res. Lett.*, *41*, 3096–3102, doi:10.1002/2014GL059925.
- Vergnolle, S., and G. Brandeis (1994), Origin of the sound generated by Strombolian explosions, *Geophys. Res. Lett.*, *21*(18), 1959–1962.
- Vergnolle, S., and G. Brandeis (1996), Strombolian explosions. 1. A large bubble breaking at the surface of a lava column as a source of sound, *J. Geophys. Res.*, *101*(B9), 20,433–20,447.
- Vergnolle, S., G. Brandeis, and J.-C. Mareschal (1996), Strombolian explosions. 2. Eruption dynamics determined from acoustic measurements, *J. Geophys. Res.*, *101*(B9), 20,449–20,466.
- Vergnolle, S., M. Boichu, and J. Caplan-Auerbach (2004), Acoustic measurements of the 1999 basaltic eruption of Shishaldin volcano, Alaska: 1. Origin of Strombolian activity, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *137*, 109–134.

- Vidal, V., J.-C. Géminard, T. Divoux, and F. Melo (2006), Acoustic signal associated with the bursting of a soap film which initially closes an overpressurized cavity. Experiment and theory, *Eur. Phys. J. B*, 54, 321–339.
- Vidal, V., M. Ripepe, T. Divoux, D. Legrand, J.-C. Géminard, and F. Melo (2010), Dynamics of soap bubble bursting and its implications to volcano acoustics, *Geophys. Res. Lett.*, 37, L07302, doi:10.1029/2009GL042360.
- Wilson, L. (1980), Relationships between pressure, volatile content and ejecta velocity, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 8, 297–313.

# Acoustics investigation of the aperture dynamics of an elastic membrane closing an overpressurized cylindrical cavity

C. Sánchez<sup>†</sup>, V. Vidal<sup>‡</sup> and F. Melo<sup>†</sup>

<sup>†</sup>*Laboratorio de Física No Lineal, Departamento de Física, Universidad de Santiago de Chile*

<sup>‡</sup>*Laboratoire de Physique, Université de Lyon, Ecole Normale Supérieure - CNRS, Lyon, France*

(Dated: March 30, 2015)

We report an experimental study of the acoustical signal produced by the rupture of an elastic membrane that initially closes a cylindrical over-pressurized cavity. This configuration has been recently used as an experimental model system for the investigation of the acoustic emission from the bursting of elongated gas bubbles rising in a conduit. We investigate the effect of the membrane rupture dynamics on the acoustic signal produced by the pressure release by changing the initial tension of the membrane. For large initial deformation, the rupture time  $\tau_{\text{rup}}$  is small compared to the wave propagation time in the cavity and the pressure inside the conduit can be captured by a linear theory, providing that the initial overpressure  $\Delta P \leq 24$  kPa. For low membrane tension, a hole is pierced in the membrane but its rupture does not occur. For intermediate deformation, finally, the rupture progresses in two steps: first the membrane opens slowly; then, after reaching a critical size, the rupture accelerates. A transversal wave is excited along the membrane surface. The characteristic signature of each opening dynamics on the acoustic emission is described.

PACS numbers: 3.20.-f: General linear acoustics; 43.20.Ks: Standing waves, resonance, normal modes; 43.20.Mv: Waveguides, wave propagation in tubes and ducts; 43.40.Dx: Vibrations of membranes and plates; 91.40.-k: Volcanology

## I. INTRODUCTION

Releasing pressure from an initially closed cavity can produce different types of sound, the most famous being the ‘pop’ sound which is heard when opening a bottle of wine or champagne. After pouring the champagne in a glass, a subtle sound can still be heard, from the bubbles bursting at the liquid free surface. In this last case, the bubbles themselves play the role of small over-pressurized cavities, suddenly opening at the liquid surface. Different mechanisms can explain the generation of an acoustic wave by an overpressure release. If the geometry consists of a large volume closed by a short neck, the system can be described as a Helmholtz resonator. The acoustic wavelength is then much larger than the system dimensions. Bubbles bursting at the free surface of water, for instance, act as Helmholtz resonators [1, 2]. If the shape is round, and the cavity is open by an instantaneous removal of the cap (e.g. immediate removal of a round bubble film), the problem is analogous to a bursting balloon and a N-shaped wave is generated [3, 4]. Finally, if the shape is elongated, such as a bubble rising and bursting in a conduit [5] or at the surface of a non-Newtonian fluid [6, 7], or an over-pressurized tube, the opening of one end of the system will give rise to longitudinal, resonant acoustic modes [8–10].

This last geometry is interesting for many applications. In particular, it has been used to model the bursting of giant, over-pressurized gas bubbles (‘slugs’) at the top of volcanic conduits [11, 12]. This topic is a challenge in volcanology. Indeed, retrieving informations from the acoustic emissions of slugs bursting on volcanoes could provide important clues on the volcano explosivity. However, the link between the acoustic waveform characteristics

and the slug properties (geometry, overpressure, bursting dynamics) are yet to be assessed.

In this framework, previous studies have used liquid films closing an rigid, cylindrical cavity to model such systems - the cavity here being analogous to the bubble body, which remains almost still during the whole duration of the acoustic signal emission at bursting [9, 11]. The film is stretched over the open end of the cavity, then gas is injected until reaching an overpressure  $\Delta P$ . The system is then let to evolve: the liquid film, which is bulged, drains under the effect of gravity, then bursts spontaneously. The acoustic signal emitted at bursting has been studied both inside and outside the cavity, which makes it possible to quantify the energy balance. This experimental configuration makes it possible to control all the parameters: geometry, overpressure, etc. The acoustic signal is well described by a linear theory of longitudinal, resonant modes in the cavity: the fundamental frequency is imposed by the cavity geometry, and the damping is mainly due to radiation and viscous dissipation processes [9]. These studies pointed out the drastic effect of the film rupture time on the acoustic signal amplitude, a parameter which could not be controlled in this setup. Moreover, closing a cavity with liquid films does not allow to model high over-pressures, whereas on volcanoes, for instance, bubble over-pressures can be of the order of a few kPa and up to several MPa [13–18].

In a recent work, the acoustic signal produced by the overpressure release of a cavity initially closed by an elastic membrane has been reported [12]. In this configuration, it is possible to reach over-pressures up to 50 kPa, and the transition toward nonlinear acoustic regimes has been studied. However, all the experiments were performed with membranes initially stretched well enough to ensure the rupture time would be small (of the order

of 0.2 ms) and not affect the acoustic amplitude.

In the present study, we investigate experimentally the role of the membrane rupture time on the acoustic signal emitted during the overpressure release of a cylindrical cavity. The membrane opening time is controlled by tuning its initial stretching over the open end of the cavity. The work is limited to linear acoustic regimes, i.e. initial overpressure in the cavity well below the transition threshold to nonlinear effect,  $\Delta P_c \simeq 24$  kPa [12]. We aim at characterizing the membrane rupture dynamics and its connection with the acoustic emission both inside and outside the cavity. In particular, for a slow opening we point out the existence of a transversal wave propagating on the membrane, which gives rise to an additional wave in the acoustic signal.

## II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental device (Fig. 1a) consists of a cylindrical cavity (length  $L = 0.60$  or  $0.32$  m, inner diameter  $\Phi = 25.4$  mm) drilled in plexiglas. The tube is hermetically sealed at the bottom end (rigid bottom) and an elastic membrane (latex, thickness  $e = 0.5$  mm) which is initially stretched over a ring closes the upper end of the tube. Air is then injected in the cavity, up to a controlled overpressure  $\Delta P$ . In this experiment, we limit the overpressure range to 0-5 kPa, in order to be in the linear acoustic regime [12]. A circle initially printed on the membrane at rest (radius  $R_0$ ) makes it possible to quantify the membrane deformation  $\varepsilon$ , given by  $\varepsilon = (R - R_0)/R_0$ , after stretching and imposing the overpressure in the cavity (Fig. 1b). Note that the first membrane deformation,  $\varepsilon_i$  due to stretching only, is imposed in absence of overpressure, i.e. for the flat membrane. Increasing the overpressure increases the strain by imposing a curvature. However, the curvature is small in the range of overpressure used in this experiment ( $\Delta P < 5$  kPa), and the difference can be neglected,  $\varepsilon \simeq \varepsilon_i$ .

At time  $t = 0$  a needle, fixed on a motorized arm, pierces the center of the elastic membrane, which ruptures suddenly. A Phantom v9.1 high-speed video camera is used to record the membrane rupture dynamics at typical rates from 16000 to 24.000 frames per second (fps). The membrane is illuminated from above and from the side to record both the rupture and wave propagation on the membrane (see section III C). The rupture time,  $\tau_{\text{rup}}$ , is defined as the time taken by the fracture tip to reach the tube boundary (Fig.1c).

The acoustic wave produced by the overpressure release is monitored at the bottom of the cavity (force sensor PCB 200B02 + amplifier PCB 482A16, PCB Piezotronics). We chose to focus on the signal inside rather than outside the cavity, to avoid waveform change and additional energy loss due to the radiation pattern outside. The signal is recorded by means of an oscilloscope (Tektronix TDS2012B, sampling frequency 25 kHz).

## III. EXPERIMENTAL RESULTS

Different rupture dynamics of the elastic membrane are observed, depending on the membrane initial deformation (Fig.1d). For large initial strain (i), the fracture propagates immediately after piercing; for intermediate strain (ii), a crack opens slowly, until the fracture length reaches a critical value,  $l_c$ , at which the fracture suddenly accelerates until reaching the cavity boundary; for sufficiently low strain (iii), the fracture grows slowly then stops, leading to the formation of a small and stable hole in the membrane center.

Figure 1e displays a typical pressure signal inside the cavity, as detected by the sensor at the bottom, for a fast membrane opening (regime (i)). At early stages the wave is nearly squared, as the pressure front generated by the membrane rupture travels back and forth in the cavity. Indeed, it is reflected both at the cavity bottom (rigid boundary condition) and at the open end (acoustic impedance mismatch). The acoustic signal is then damped in time, and becomes more sinusoidal. Note that due to the reflection conditions, the acoustic amplitude at the cavity bottom should first drop from  $+\Delta P$  to  $-\Delta P$ . As the force sensor inside the cavity is not able to measure DC component, the pressure wave drops from 0 to  $-\Delta P$ , then oscillates towards  $-\Delta P$  instead of the expected zero. If we wait for a much longer time, the sensor indeed relaxes to zero. As its relaxation time is much larger than the typical duration of the acoustic signal, the only consequence in our measurements is a systematic shift of  $P_{\text{int}}$  of  $-\Delta P$ , which we did not correct here in order to display the raw signals. In the following, we thoroughly describe the characteristics of the acoustic waveform, and the link between the membrane rupture dynamics and the acoustic emission.

### A. Control of the rupture time

We first investigate the dependence of the membrane rupture time,  $\tau_{\text{rup}}$ , as a function of its initial stretching before bursting,  $\varepsilon$  (Fig. 2a). As expected,  $\tau_{\text{rup}}$  is a decreasing function of  $\varepsilon$  and does not depend on the tube length,  $L$ . The experimental data can be fitted by  $\tau_{\text{rup}} \sim \varepsilon^{-1/2}$ , when shifting the origin at  $\varepsilon_0 = 0.5$ , the threshold above which the membrane ruptures (see section III B3). The dependence of  $\tau_{\text{rup}}$  on  $\varepsilon$  can be explained by considering the fracture speed dependence on the membrane initial strain (see section III D). Note that an experimental point stands clearly out of the main tendency (white point at  $\varepsilon \sim 2$ ). In that case, we observe the material softening, as  $\tau_{\text{rup}}$  unusually increases. This outlier can be explained by the Mullins' effect, which states that rubber-like materials exhibit a change in their mechanical properties when stretched, and hysteresis under cycling loading [19–21]. In all our experiments, the latex membrane is usually stretched only once. As the rupture time is measured directly by the high-speed camera, we

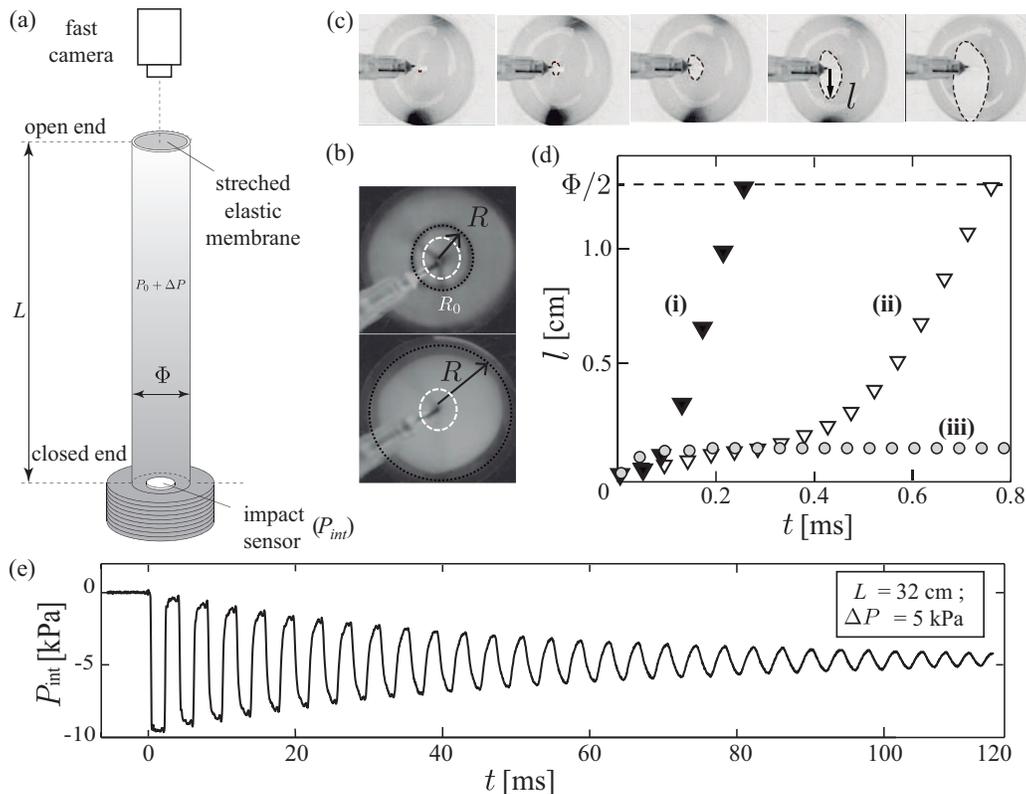


FIG. 1. (a) Experimental setup. We impose an overpressure  $\Delta P$  inside a cylindrical cavity (length  $L$ ) closed by an elastic membrane. When the membrane bursts, the acoustic signal,  $P_{\text{int}}$ , is recorded at the bottom of the cavity. The high speed camera records the rupture to the elastic membrane from above the tube. (b) Measurement of the membrane deformation  $\varepsilon$  before bursting. The white dashed circle indicates the printed mark on the membrane at rest; the black dotted circle is the mark on the deformed membrane, under pressure (radius  $R$ ). *Top*: small membrane deformation [ $\varepsilon = 0.7$ ]; *Bottom*: large membrane deformation [ $\varepsilon = 3$ ]. (c) Image sequence of the membrane rupture [ $\Delta t = 12.6 \times 10^{-5}$  s between each image]. The rupture time,  $\tau_{\text{rup}}$ , is taken as the time for the fracture (length  $l$ ) to reach the tube boundary. (d) Crack length  $l$  as a function of time, for different initial strain [(i)  $\varepsilon \sim 2.8$ , (ii)  $\varepsilon \sim 1.3$ , (iii)  $\varepsilon \sim 0.5$ ;  $L = 32$  cm,  $\Delta P = 5$  kPa]. (e) Amplitude of the acoustic wave at the bottom of the tube, as a function of time [ $L = 0.32$  m,  $\Delta P = 5$  kPa,  $\varepsilon \sim 2.8$ ,  $\tau_{\text{rup}} \sim 0.2$  ms]. The waveform is nearly squared at early stages due to multiple rebounds of the acoustic front.

will not consider further the experiments which present such peculiar behavior.

In previous work investigating the bursting of liquid film and the associated acoustic signal, in similar geometry [9], the rupture time was not measured directly, but supposed to be proportional to the first pressure drop characteristic time, at the bottom of the cavity. In our experiment, the simultaneous acquisition of the high-speed images of membrane rupture and the acoustic signal inside the cavity makes it possible to check this correlation (Fig. 2b). In spite of a small deviation for low membrane deformation (large rupture time), which may be due to the propagation of an additional wave on the membrane (see section III C), we confirm the direct relationship between the first pressure drop characteristic time, and the membrane rupture time. In the following, we describe the acoustic waveform generated by the overpressure release, for the different opening dynamics.

## B. Different opening dynamics

### 1. Fast membrane opening

We first investigate the acoustic waveform inside the cavity after bursting in the fast rupture regime (regime (i), Fig. 1d), i.e. when the membrane initial strain is high ( $\varepsilon \sim 2-3$ ). Figure 3 displays the pressure signal inside the cavity and its respective power spectrum for two different membrane rupture times, both in the fast opening regime. As already described in previous experiments [9, 12], the overpressure release generates longitudinal resonant acoustic modes in the cavity. Due to the asymmetric boundary conditions (rigid bottom end and open top end), only odd harmonics are excited. The cavity length directly governs the frequency content, and the acoustic energy informs about the characteristic time associated with the cavity opening, more than about the energy initially loaded in the cavity [9]. Moreover, the

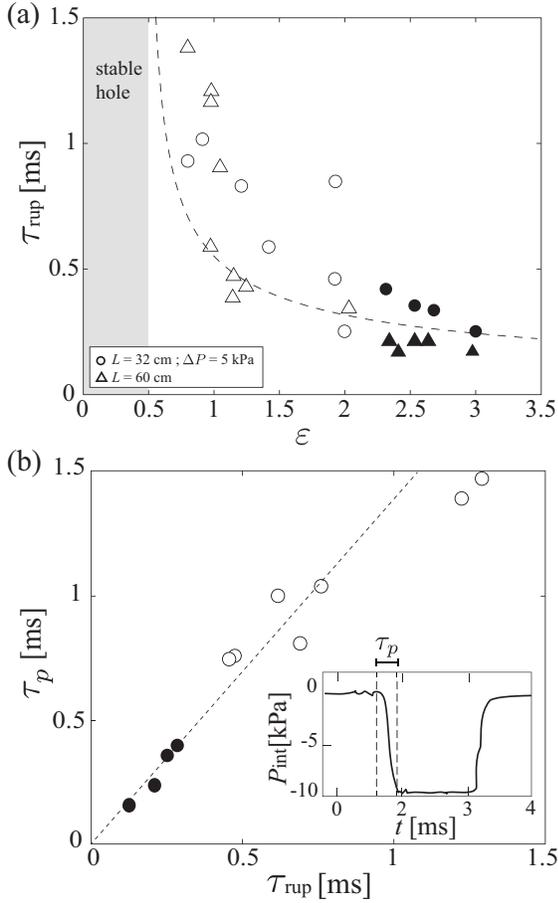


FIG. 2. (a) Membrane rupture time,  $\tau_{rup}$ , as a function of the membrane strain,  $\epsilon$  [ $\Delta P \simeq 5$  kPa]. The dashed line represents the fit for the fast opening regime ( $\epsilon \geq 2$ ),  $\tau_{rup} = a/\sqrt{\epsilon}$ , with  $a = 0.4$  ms, when shifting the origin at  $\epsilon_0 = 0.5$ , i.e. excluding the region where the membrane does not open (see text) [(symbol,  $L$ ): ( $\circ$ , 32 cm), ( $\Delta$ , 60 cm)]. The colors indicate the different opening regimes: (i) black symbols, fast opening [ $\epsilon \sim 2.2$ – $3$ ]; (ii) white symbols, two-steps opening [ $\epsilon \sim 0.5$ – $2$ ]; (iii) gray zone, stable hole [ $\epsilon < 0.5$ ]. (b) Pressure drop characteristic time,  $\tau_p$ , vs. rupture time  $\tau_{rup}$  [same legend as (a)]. *Inset*: measurement of the pressure drop characteristic time,  $\tau_p$  [ $L = 32$  cm,  $\epsilon \sim 3$ ,  $\Delta P = 5$  kPa].

radiation of the acoustic wave outside the cavity and viscous dissipation along the walls are responsible for the signal damping over time.

In order to describe the signal shape and its frequency content, we remind previous theoretical results modeling the acoustic pressure inside the cavity,  $P_{int}$ , in the linear regime, when the overpressure is released over a characteristic time  $\tau_p$  [9]. It is given by

$$\frac{P_{int}(t)}{\Delta P} = e^{-t/\tau_p} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin[\omega_n t + \theta_n] e^{-t/\tau_n^d} \quad (1)$$

where the frequency  $\omega_n$ , amplitude  $a_n$  and phase  $\theta_n$  of

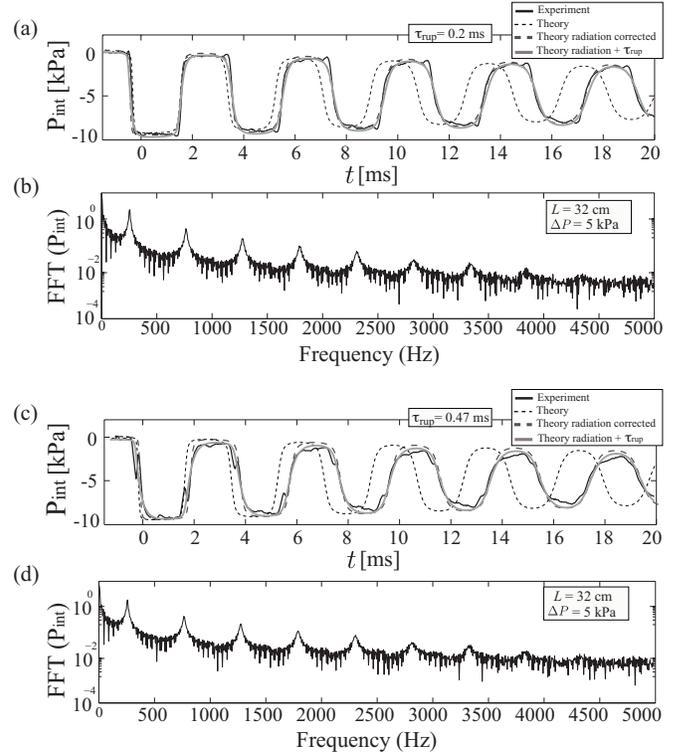


FIG. 3. Pressure signal inside the cavity,  $P_{int}$  (black line), zoomed on the first 20 ms, and total signal spectrum for different rupture time [(a,b)  $\tau_{rup} = 0.23$  ms,  $\epsilon = 2.8$ . (c,d)  $\tau_{rup} = 0.47$  ms,  $\epsilon = 2$ .] The theoretical prediction is represented in the upper panels (a,c), when taking into account different terms: model without rupture time and no radiation correction,  $\nu_0 = c/4L$  (dotted line), model without rupture time and with radiation correction,  $\nu'_0 = c/4L'$  (dashed line), model with rupture time and radiation correction (gray line) [ $L = 32$  cm,  $\Delta P = 5$  kPa].

the mode  $n$  are defined by:

$$\omega_n \equiv (2n+1) \frac{\pi c}{2L} \quad (2)$$

$$a_n \equiv \frac{4 \omega_0}{\pi \omega_n} \frac{(-1)^n}{\sqrt{1 + (\omega_n \tau_p)^2}} \quad (3)$$

$$\tan(\theta_n) \equiv \frac{1}{\omega_n \tau_p}, \quad \theta_n \in [0, \frac{\pi}{2}[. \quad (4)$$

$c \simeq 346$  m s $^{-1}$  is the sound speed at room temperature,  $T \simeq 298$  K, and  $\tau_n^d$  denotes the characteristic damping time for mode  $n$ ,

$$\frac{1}{\tau_n^d} = \frac{1}{\tau_n^Z} + \frac{1}{\tau_n^{r_0}} + \frac{1}{\tau_n^v} \quad (5)$$

which accounts for the characteristic damping time due to radiation outside the cavity,  $\tau_n^Z$ , reflection at the cavity

bottom,  $\tau_n^{r_0}$ , and viscous dissipation at the cavity walls,  $\tau_n^v$ . These characteristic dissipation times can be written:

$$\tau_n^Z = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{c}{\Phi} \right)^2 \left( \frac{2n+1}{\nu_n^3} \right), \quad (6)$$

$$\tau_n^{r_0} = \left( \frac{1-r_0}{1+r_0} \right) \frac{1}{4\nu_n} \quad (7)$$

$$\tau_n^v = \frac{\Phi}{2\sqrt{\pi\eta[1+(\gamma-1)P_r^{-1/2}]}} \left( \frac{1}{\nu^{1/2}} \right), \quad (8)$$

where  $\nu_n = \omega_n/2\pi$ .  $r_0$  is the reflection coefficient at the cavity bottom,  $\eta = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  the air kinematic viscosity,  $P_r \simeq 0.7$  the Prandtl number, and  $\gamma = 1.4$  the specific heat ratio.

The only adjustable parameter in the model is the reflection coefficient at the bottom end of the cavity,  $r_0$ . It is taken as  $r_0 = -0.97$ , in order to best fit the damping of the acoustic signal. Figure 3a displays the measured acoustic signal (black line) for  $\Delta P \sim 5 \text{ kPa}$ , with an initial membrane strain  $\varepsilon \sim 2.8$  (observed rupture time  $\tau_{rup} \sim 0.2 \text{ ms}$ ). The signal computed from the model (Eq. 1) is also displayed, when taking into account the different terms. First, we represent the waveform without taking into account the rupture time, and using the theoretical tube frequencies given by  $\nu_n = (2n+1)\nu_0$ , where  $\nu_0 = c/4L = 270 \text{ Hz}$  is the fundamental frequency (dotted line, Fig. 3a). A systematic phase shift with the experimental data is observed, indicating that frequency correction due to the radiation of the acoustic wave outside the cavity must be introduced [22–25]. Indeed, the experimental power spectrum (Fig. 3b) indicates that the vibration frequencies differ slightly from those given by the tube length only, but they obey to the same progression and display the odd harmonics only,  $\nu'_n = (2n+1)\nu'_0$ , due to asymmetric boundary conditions of the cavity. To the first order in  $\Phi/L$ , the wave radiation outside the cavity introduces a correction length  $\delta L$ , which leads to a slight increase in the wavelength :

$$\lambda'_n = \frac{4}{2n+1}(L + \delta L) \quad (9)$$

and, accordingly, to a slight decrease in the frequency  $\nu'_n = c/\lambda'_n$ . The correction length,  $\delta L$ , is expected theoretically to be  $\delta L = 4\Phi/3\pi$  for a flanged aperture (half-space radiation) [23–25], and  $\delta L = 0.3\Phi$  for an unflanged aperture (full space radiation) [22, 23]. The experimental frequencies, measured from the signal spectrum (Fig. 3b), give an effective tube length  $L' = L + 0.9\Phi$ , which is consistent with the order of magnitude of the theoretical correction. Introducing this correction in the model shows a satisfactory agreement with the experimental waveform (dashed line, Fig. 3a).

Finally, although the rupture time is short in this regime, we can take it into account in the model (Eq. 1).

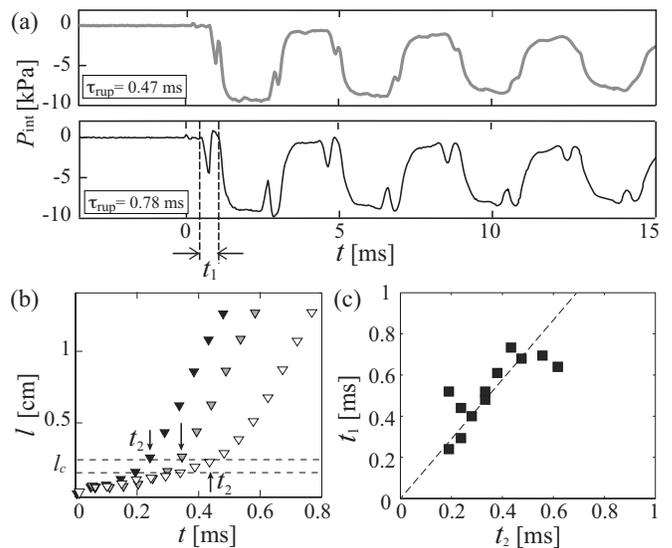


FIG. 4. (a) Pressure signal inside the tube ( $P_{\text{int}}$ ) for two intermediate rupture time, zoomed on the first 15 ms. *Up*:  $\varepsilon \sim 2$ ,  $\tau_{\text{rup}} \sim 0.47 \text{ ms}$ ; *Down*:  $\varepsilon \sim 1.2$ ,  $\tau_{\text{rup}} \sim 0.78 \text{ ms}$  [ $L = 32 \text{ cm}$ ,  $\Delta P \sim 5 \text{ kPa}$ ]. (b) Crack length as a function of time, for different membrane initial deformation [(color,  $\varepsilon$ ): (black, 2); (gray, 1.5); (white, 1)]. The black arrows indicate the cross-over time,  $t_2$ , and the dashed lines indicate the range of  $l_c$  (see text). (c) Time delay  $t_1$  vs. cross-over time  $t_2$ . The dashed line indicates the linear fit,  $t_1 = 1.4t_2$ .

The rupture time in the model,  $\tau_p$ , corresponds to the characteristic time of the first pressure drop, as displayed in Fig. 2b, inset, and is directly correlated to the membrane rupture time, as measured from Fig. 1c (see Fig. 2b). The additional correction is small (gray line, Fig. 3a), but visible when  $\tau_{\text{rup}}$  is of the order of 0.4–0.5 ms (gray line, Fig. 3c). Note that it captures well the small distortion of the signal, as it accounts for the delayed rise and drop of the pressure front for each acoustic signal period.

Thus, despite the relative high level of overpressure ( $\Delta P \sim 5 \text{ kPa}$ ), the linear theory accurately accounts for the acoustic waveform inside the cavity. The only adjustable parameter,  $\tau_p$ , the characteristic time of the first pressure drop in the cavity, can be directly related to the membrane rupture time.

## 2. Opening in two steps

When the membrane is subjected to intermediate strain ( $\varepsilon$  ranging from 0.5 to 2), the rupture occurs in two steps (Fig. 1d, regime (ii)). First, the hole triggered by the needle at the membrane center grows slowly, and remains nearly circular. This slow propagation is followed by a sudden increase of the aperture velocity of the membrane, which resembles more a crack propagation.

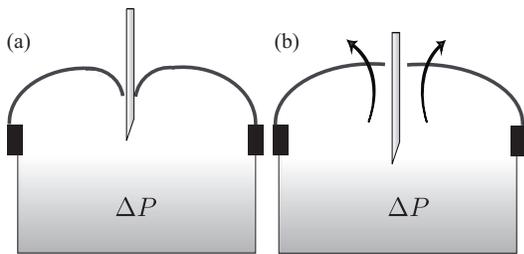


FIG. 5. Sketch of the membrane piercing (view from the side). (a) Due to the needle indentation, the membrane develops a cusp at the center. (b) The elastic response of the membrane, right after piercing, generates an upward motion, hence a small pressure drop in the cavity.

In this regime, we observe an additional wave in the acoustic signal, which amplitude increases when the rupture time increases (Fig. 4a). Immediately after piercing, the inside pressure depicts a small oscillation, followed a by sudden pressure decrease, whose time delay is indicated by  $t_1$  (Fig. 4a, lower panel). The main pressure drop (equal to  $2\Delta P$ ) is the usual overpressure released, already observed for the fast membrane opening regime (section III B 1).

We interpret the first oscillation, mainly characterized by a negative peak, as the elastic relaxation of the membrane after piercing by the needle. When the needle tip is pushed on the top of the membrane, before bursting, it often develops a cusp, due to the elastic response of the membrane (Fig. 5a). Right after piercing, due to both the elastic response and the overpressure release through the hole, the membrane edge close to the needle exhibits an upward motion (Fig. 5b), and hence generates a small pressure drop in the cavity. This motion is at the origin of the additional wave in the acoustic signal (Fig. 4a). Together with the main pressure drop, this disturbance is reflected at the top and bottom of the cavity, and has therefore the same periodicity,  $4L/c$ . Note that except for this additional disturbance, the acoustic signal has the same characteristics than for a fast opening membrane (see section III B 1): the fundamental frequency is given by the cavity length,  $\nu_0 = c/4L$ , and only the odd harmonics appear in the spectrum, due to the asymmetric boundary conditions of the cavity.

Figure 4b displays the temporal evolution of the crack length,  $l$ , for different initial strain  $\varepsilon$ . The cross-over between the two opening steps is characterized by a critical size of the fracture,  $l_c$ , which is reached in a time  $t_2$  (dashed line and black arrows, Fig. 4b). To check the correlation between the opening dynamics and the additional acoustic wave, we plot the time delay  $t_1$ , measured directly on the acoustic signal (Fig. 4a), as a function of the cross-over time,  $t_2$  (Fig. 4c). The linear relationship between these two quantities indicates that this additional waveform is directly linked to the opening dynamics of the membrane.

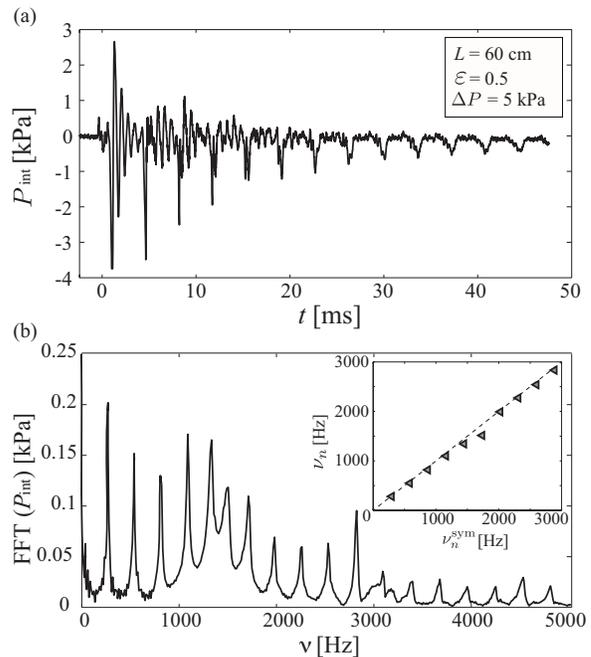


FIG. 6. (a) Pressure signal at the bottom of the cavity,  $P_{\text{int}}$ , as a function of time when the crack does not propagate on the membrane (stable hole) [ $L = 60$  cm,  $\Delta P \sim 5$  kPa,  $\varepsilon = 0.5$ ]. (b) Power spectrum of the signal displayed in (a). Inset: Harmonic frequency of mode  $n$ ,  $\nu_n$  (power peak in the spectrum, experimental data) vs. theoretical harmonics  $\nu_n^{\text{sym}}$  computed for a tube  $L = 60$  cm with symmetric boundary conditions (both ends closed, see text). The dashed line indicates a linear relationship (slope 1).

### 3. Stable hole

For low initial membrane deformation ( $\varepsilon < 0.5$ ), the membrane does not rupture completely. After piercing by the needle, a small hole grows slowly, up to a radius of about 2 mm, after which the opening stops, and the hole remains stable (Fig. 1d, regime (iii)). The pressure release induced by this process also triggers an acoustic wave in the cavity (Fig. 6a), but with different characteristics than the one described above (section III B 1 and III B 2). First, the acoustic signal does not display the same oscillatory waveform than for a full opening (see Fig. 1e for example). Then, its harmonic content is different than the resonance of the cavity with asymmetric boundary conditions – compare for example to the spectrum displayed in Fig. 3b.

Although the overpressure release is enough to excite an acoustic wave in the cavity, as the hole remains small respect to the tube diameter  $\Phi$ , the cavity behaves as a resonator with symmetric boundary conditions, with closed ends both at its top and bottom. Figure 6b, inset, compares the measured signal frequencies to the theoretical frequencies of the harmonics developing in a cavity closed at both ends,  $\nu_n^{\text{sym}} = (n + 1)\nu_0^{\text{sym}}$  with

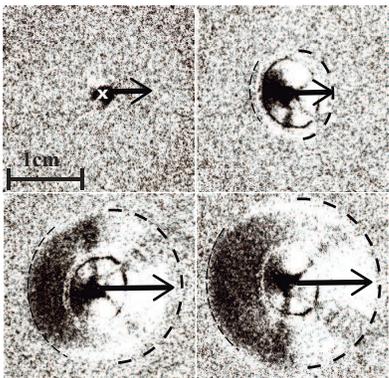


FIG. 7. Surface wave propagating on the membrane right after piercing. The images are obtained by successive image difference with the high-speed video camera. This wave is radial, and rebounds on the tube boundaries are often observed. The black arrow indicates the propagation of the wavefront (dashed circle) in one direction, for wave velocity computation [ $L = 32$  cm,  $\Delta P = 5$  kPa,  $\Delta t = 4.5 \times 10^{-5}$  s between each image,  $\varepsilon = 0.5$ ,  $v_w = 29$  m s $^{-1}$ ].

$\nu_0^{\text{sym}} = c/2L = 280$  Hz. The dashed line indicates that the resonance is indeed that of a closed cavity.

As the rupture is not fully completed in this regime, it will not be considered further. In the following, we will focus on the intermediate regime (ii), and on the membrane dynamics.

### C. Wave along the membrane

The membrane elastic response, at the origin of the additional wave on the acoustic signal, generates a wave which propagates radially on the membrane surface, and which can be clearly observed in the low or intermediate strain regime ( $\varepsilon \lesssim 2$ , Fig. 7). If the membrane opens slowly, the wave travels faster than the rupture growth, and rebounds on the tube boundary. The rebounds are also observed in regime (iii), when the hole remains stable. The wave front can be detected by registering the intensity variations of the light reflected by the membrane. Contrast is improved by considering successive images difference, in order to extract the wave front and, thus, the wave velocity,  $v_w$ . Typically,  $v_w \simeq 40$  m s $^{-1}$  for a strain  $\varepsilon \simeq 0.7$ .

In order to identify the nature of the wave propagating along the membrane, we investigate the velocity dependence on membrane tension. The experimental data are reported in Figure 8. Although scattered, they show a roughly linear dependence of the wave speed on the square root of the membrane strain,  $v_w \sim \sqrt{\varepsilon}$ . As expected, this scaling is independent of the cavity length,  $L$ .

Previous works have investigated the characteristics of longitudinal waves excited by rubber band recoil [26]. The authors have shown that the wave speed,  $v_l$ , is in-

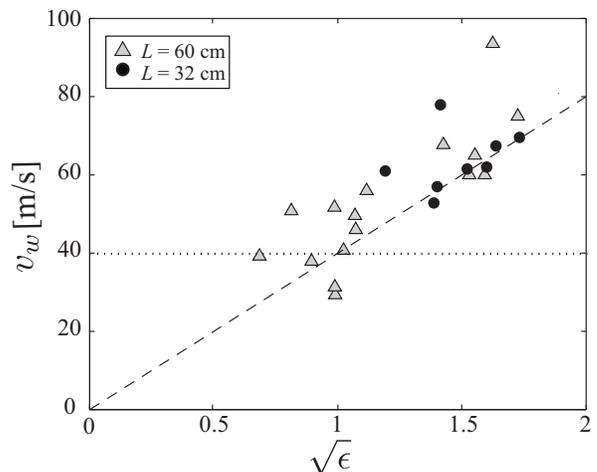


FIG. 8. Velocity of the wave propagating on the membrane surface, as function of the square root of the strain  $\varepsilon$ . The horizontal dotted line corresponds to the theoretical velocity of a longitudinal wave. The dashed line is the prediction for the wave velocity assuming a transversal wave, without any adjustable parameters (see text) [ $\Delta P = 5$  kPa].

dependent of the initial membrane tension and can be written  $v_l = \sqrt{E/\rho}$ , where  $E$  is the Young modulus and  $\rho$  the density of the latex membrane. By considering the properties of the membrane used in our experiments,  $E \simeq 1.5 \times 10^6$  Pa and  $\rho \simeq 920$  kg m $^{-3}$ , we get  $v_l \simeq 40$  m s $^{-1}$ . Although this value is of the order of magnitude of the wave speed measured experimentally, it does not capture the dependence on  $\sqrt{\varepsilon}$ , as the longitudinal wave velocity is independent of the initial strain  $\varepsilon$  (dotted line, Figure 8).

Conversely, the velocity of a transverse elastic wave is a function of the membrane tension  $\sigma$ , and writes as

$$v_t = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \approx \sqrt{\frac{\varepsilon E}{\rho}}. \quad (10)$$

The dashed line in Fig. 8 shows the theoretical prediction for the transversal wave velocity, without any adjustable parameters. The theory nicely captures the experimental data trend. We therefore conclude that, in our system, the wave observed on the membrane is a transverse wave, excited by the curvature change when initially piercing with the needle (Fig. 5). This transversal wave is the main responsible of the partial stress relaxation taking place immediately after piercing. It is at the origin of the additional wave observed in the acoustic signal.

### D. Link with fracture dynamics

In the following we investigate the membrane rupture process in more detail. If considering the crack growth on the membrane in the framework of fracture propagation

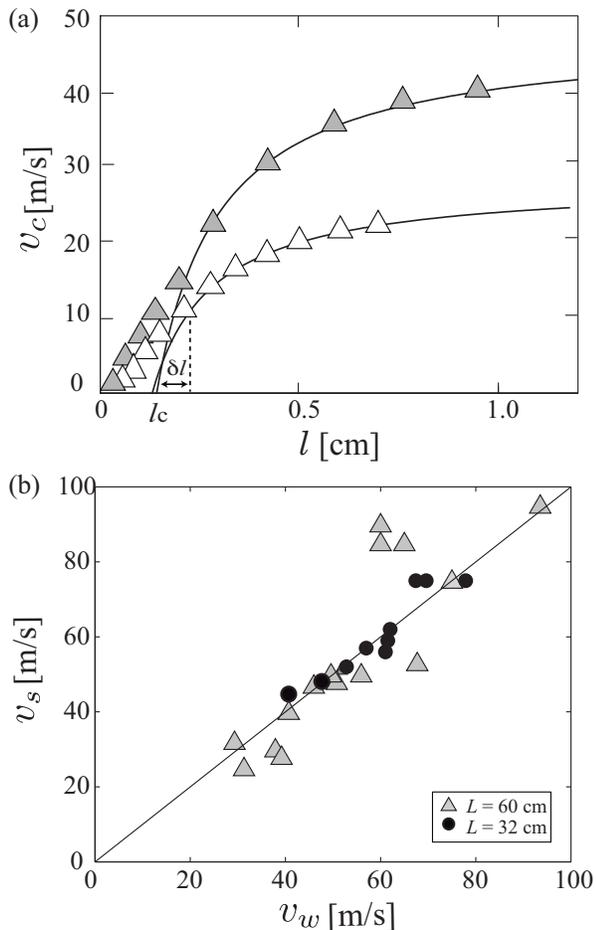


FIG. 9. (a) Crack velocity  $v_c$  as function of the crack length  $l$  for different initial strain [(color,  $\varepsilon$ ): (white, 1); (gray, 2)]. The black line is the fit with the theoretical prediction for fracture propagation (Eq. 11) with the adjustable parameters ( $v_s$ ,  $l_c$ ) [ $\Delta P = 5$  kPa,  $L = 60$  cm]. ( $l_c + \delta l$ ) indicates the length at which the crack enters the fast opening regime (see text). (b) Characteristic wave velocity  $v_s$  obtained by adjusting the crack speed (a) with the prediction of fracture propagation, plotted against the measured speed of transverse waves  $v_w$ , for different tube length and different initial strain [ $\Delta P = 5$  kPa,  $0.5 \lesssim \varepsilon \lesssim 3$ ].

in a brittle material, the crack speed,  $v_c$ , is given by [27]:

$$v_c = v_s \left( 1 - \frac{l_c}{l} \right) \quad (11)$$

where  $l_c$  is the minimum fracture length above which the crack can propagate,  $l$  is the total crack length and  $v_s$  the characteristic wave velocity on the membrane. Using best fits of the experimental data of the crack propagation velocity,  $v_c$ , as a function of the crack length,  $l$  (Fig. 9a) and equation 11, we extract the characteristic wave velocity  $v_s$  and the critical crack length  $l_c$  for different experimental parameters.

Fig. 9b shows a good agreement between  $v_s$  and the direct measurement of the transversal wave velocity on

the membrane. The critical length obtained from the fit ranges from  $l_c = 1.5$  to  $2.5$  mm. This result is consistent with the value found for the cross-over length at which the crack suddenly accelerates, in the two-step opening regime (ii) (Fig. 4b).

As the results above point out that the membrane rupture can be described in the framework of brittle failure, the theoretical predictions can account for the rupture time dependence as a function of strain (Fig. 2a). Indeed, in the regime where the fracture strongly accelerates ( $l \geq l_c + \delta l$ ), we can write:

$$\tau_{\text{rup}} = \int_{l_c + \delta l}^{\frac{\Phi}{2}} \frac{dl}{v_c} \simeq \frac{\sqrt{\rho/E}}{\sqrt{\varepsilon}} \int_{l_c + \delta l}^{\frac{\Phi}{2}} \frac{dl}{(1 - l_c/l)}, \quad (12)$$

by using Eq. 11,  $v_s \simeq v_w$  (Fig. 9) and  $v_w = v_t = \sqrt{\varepsilon E/\rho}$  (Eq. 10). This leads to the formal expression:

$$\tau_{\text{rup}} = \sqrt{\frac{\rho}{E}} \left[ \left( \frac{\Phi}{2} - l_c \right) + l_c \ln \left( \frac{\frac{\Phi}{2} - l_c}{\delta l} \right) \right] \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (13)$$

We therefore have  $\tau_{\text{rup}} = a/\sqrt{\varepsilon}$ , in agreement with the experimental data. If we use the value of the coefficient given by the fit,  $a \simeq 0.4$  (dashed line, Fig. 2a), we find  $\delta l \simeq 0.7$  mm, in agreement with the estimation from Fig. 9a, when taking into account the length after which the fracture propagates in the fast regime. In the intermediate regime, the slow propagation mode increases, which explains why the experimental data are above the trend (Fig. 2a).

#### IV. DISCUSSION AND CONCLUSION

Based on the experimental study of the acoustic signal produced by the rupture of an elastic membrane that initially closes a cylindrical over-pressurized cavity, we have characterized the link between the membrane rupture dynamics and the acoustic waveform inside the cavity. The results confirm previous hypothesis of the direct relationship between the characteristic opening time of the cavity and the first pressure drop on the acoustic signal, and underline once again the drastic importance of this parameter on the acoustic wave generation.

We show that the acoustic signal produced by the pressure release strongly depends on the membrane rupture dynamics. For large membrane initial deformation (strain  $\varepsilon > 2$ , the rupture time  $\tau_{\text{rup}}$  is short compared to the fundamental period of the signal, and the pressure inside the cavity can be captured by a linear theory. For small membrane deformation ( $\varepsilon < 0.5$ ), the membrane opens until a hole of about  $l_c \simeq 2$  mm diameter, which remains stable in time. Due to this partial opening, and the fact that  $l_c \ll \Phi$ , the diameter of the cavity, the system acts as a resonator with symmetric boundary conditions, which has a direct influence on the acoustic signal frequency content. Finally, for intermediate membrane tension ( $0.5 \leq \varepsilon \leq 2$ ), the rupture occurs in two steps:

an initial step where the opening progresses slowly; after reaching a critical size, the fracture then propagates quickly, until the membrane is fully opened.

A transversal wave is excited along the membrane surface, and is clearly visible in both the stable hole and the two-step opening dynamics. We have shown that it can be interpreted in the framework of fracture propagation in a brittle material. The characteristic fracture velocity,  $v_s$ , corresponds to the transverse wave velocity. Despite the inherent dispersion of data, this theory makes it possible to infer the experimental dependence of the rupture time on the membrane initial strain,  $\tau_{\text{rup}} = a/\sqrt{\varepsilon}$ , for the two-step opening regime.

The wave propagating on the membrane has a direct signature on the acoustic signal. We report that this additional acoustic signal gets stronger when the rupture time increases (see Fig. 4). A thorough study of the link between the characteristics of this additional wave and the properties of the membrane (elastic response, initial strain, etc.) is out of the scope of this paper. However, it

is interesting to point out that in field situations such as on volcanoes, this relationship could represent an indirect way to estimate the rupture time, i.e. the initial tension stored on the giant bubble cap exploding at the surface of the volcanic conduit. This could provide more informations both on magma properties and on the bubble overpressure or decompression rate.

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the project ECOS Sud-CONICYT #C14E07 and by the LABEX iMUST (ANR-10-LABX-0064) of Université de Lyon, within the program “Investissements d’Avenir” (ANR-11-IDEX-0007) operated by the French National Research Agency (ANR). C. S. is grateful to CONICYT scholarship Doctorado-2011 for financial support CONICYT 21110609.

- 
- [1] D. E. Speil, *J. Geophys. Res.* **97** (C7), 11443 (1992).  
 [2] G. B. Deane, *J. Acoust. Soc. Am.* **133** (2), 69 (2013).  
 [3] D. T. Deihl and F. R. Carlson, *Am. J. Phys.* **36** (5), 441 (1968).  
 [4] J. Lighthill, *Waves in Fluids*, p. 504, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K. (1978).  
 [5] M. R. James, S. J. Lane, B. Chouet and J. S. Gilbert, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **129**, 61-82 (2004).  
 [6] R. B. Bird, R. C. Armstrong and O. Hassager, *Dynamics of Polymeric Liquids*, (Wiley, New York, 1987), Vols. I and II.  
 [7] R. P. Chhabra, *Bubbles, Drops and Particles in non-Newtonian Fluids*, 2nd ed., Chemical Industries (Taylor & Francis, London, 2007), Series No. 113.  
 [8] T. Kobayashi, A. Namiki and I. Sumita, *J. Geophys. Res.* **115**, B10201 (2010).  
 [9] V. Vidal, J.-C. Géminard, T. Divoux and F. Melo, *Eur. Phys. J. B* **54**, 321 (2006).  
 [10] T. Divoux, V. Vidal, F. Melo and J.-C. Géminard, *Phys. Rev. E* **77**, 056310 (2008).  
 [11] V. Vidal, M. Ripepe, T. Divoux, D. Legrand, J.-C. Géminard and F. Melo, *Geophys. Res. Lett.* **37**, L07302 (2010).  
 [12] C. Sánchez, B. Álvarez, F. Melo and V. Vidal *Geophys. Res. Lett.* **41**, 6705 (2014).  
 [13] E. Blackburn, L. Wilson and R. Sparks, *J. Geol. Soc. London* **132**, 429-440 (1976).  
 [14] S. Vergnolle and G. Brandeis, *J. Geophys. Res.*, **101**(B9), 20433 (1996).  
 [15] M. Hagerty, S. Schwartz, M. Garcés and M. Protti, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **101**, 27-65 (2000).  
 [16] S. Vergnolle, M. Boichu and J. Caplan-Auerbach, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **137**, 109 (2004).  
 [17] H. M. Gonnermann and M. Manga, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **39**, 321-356 (2007).  
 [18] J. Taddeucci, M. A. Alatorre-Ibargüengoitia, M. Moroni, L. Torretta, A. Capponi, P. Scarlato, D. B. Dingwell and D. De Rita, *Geophys. Res. Lett.* **39**, L16306 (2012).  
 [19] L. Mullins, *Rubber Chem. Technol.* **42**, 339 (1947).  
 [20] J. Diani, B. Fayolle and P. Gilormini, *Eur. Polym. J.* **45**, 601 (2009).  
 [21] J. Niemczura and K. Ravi-Chandar, *J. Mech. Phys. Solids* **59**, 457 (2011).  
 [22] H. Levine and J. Schwinger, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 383 (1948).  
 [23] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens and J. V. Sanders, *Fundamentals of acoustics*, 3rd ed. (J. Wiley & Sons, Inc., New-York, 1982).  
 [24] A. Pierce, *Acoustics - An introduction to its physical principles and applications*, (ASA, New-York, 1989).  
 [25] J. Kemp, *Theoretical and experimental study of wave propagation in brass musical instruments*, Ph.D. thesis, University of Edinburgh (2002).  
 [26] R. Vermorel, N. Vandenberghe and E. Villermaux, *Proc. R. Soc. A* **463**, 641 (2006).  
 [27] P. Oswald, *Rhéophysique, Ou comment coule la matière*, (Belin, Collection Echelles, 603 p., 2005)

# Bibliografía

- [1] M. Petit-Breuilh and J. Lobato. Análisis comparativo de la cronología eruptiva histórica de los volcanes Llaima y Villarrica (38-39 ls). In *Congreso Geológico Chileno*, number 7, pages 366–370, 1994.
- [2] S. Vergnolle and C. Jaupart. Dynamics of degassing at Kilauea volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.*, 95(B3):2793–2809, 1990.
- [3] H. Gonnermann and M. Manga. The fluid mechanics inside a volcano. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 39:321–356, 2007.
- [4] M. Bottiglieri, E. De Lauro, S. De Martino, and M. Falanga. Analogical model inferred from time domain analysis and generating organ pipes self sustained-tone. *Int. J. Mod. Phys. B*, 18(4):509–518, 2004.
- [5] Claude Jaupart. Physical models of volcanic eruptions. *Chem. Geol.*, 128(1):217–227, 1996.
- [6] M. Ripepe. Evidence for gas influence on volcanic seismic signals recorded at Stromboli. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 70(3):221–233, 1996.
- [7] E. Parfitt. A discussion of the mechanisms of explosive basaltic eruptions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 134(1):77–107, 2004.
- [8] S. Okumura, M. Nakamura, A. Tsuchiyama, T. Nakano, and K. Uesugi. Evolution of bubble microstructure in sheared rhyolite: Formation of a channel-like bubble network. *J. Geophys. Res.*, (7):113, 2008.
- [9] M. Polacci, Don R. Baker, L. Bai, and L. Mancini. Large vesicles record pathways of degassing at basaltic volcanoes. *Bull. Volcanol.*, 70(9):1023–1029, 2008.
- [10] S. Vergnolle and G. Brandeis. Origin of the sound generated by Strombolian explosions. *Geophys. Res. Lett.*, 21(18):1959–1962, 1994.

- [11] C. Jaupart and S. Vergnolle. Laboratory models of Hawaiian and Strombolian eruptions. *Nature*, 58:331, 1988.
- [12] M. James, S. Lane, B. Chouet, and J. Gilbert. Pressure changes associated with the ascent and bursting of gas slugs in liquid-filled vertical and inclined conduits. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 129(1):61–82, 2004.
- [13] S. Vergnolle and G. Brandeis. Strombolian explosions: 1. A large bubble breaking at the surface of a lava column as a source of sound. *J. Geophys. Res.*, 101(B9):20433–20447, 1996.
- [14] M. Ripepe, S. Ciliberto, and M. Della Schiava. Time constraints for modeling source dynamics of volcanic explosions at Stromboli. *J. Geophys. Res.*, 106(B5):8713–8727, 2001.
- [15] M. Buckingham and M. Garcés. Canonical model of volcano acoustics. *J. Geophys. Res.*, 101(B4):8129–8151, 1996.
- [16] M. Garcés and S. McNutt. Theory of the airborne sound field generated in a resonant magma conduit. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 78(3):155–178, 1997.
- [17] B. Chouet. Long-period volcano seismicity: its source and use in eruption forecasting. *Nature*, 380:309–316, 1996.
- [18] J.B. Johnson, R. Aster, and P. Kyle. Volcanic eruptions observed with infrasound. *Geophys. Res. Lett.*, 31(14), 2004.
- [19] D. Deihl and Carlson Jr. N Waves from bursting balloons. *Am. J. Phys.*, 36(5):441–444, 1968.
- [20] J. Johnson, R. Aster, K. Jones, P. Kyle, and B. McIntosh. Acoustic source characterization of impulsive Strombolian eruptions from the Mount Erebus lava lake. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 177(3):673–686, 2008.
- [21] K. Jones., J.B. Johnson, R. Aster, P. Kyle, and W. McIntosh. Infrasonic tracking of large bubble bursts and ash venting at Erebus volcano, Antarctica. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 177(3):661–672, 2008.
- [22] T. Kobayashi, A. Namiki, and I. Sumita. Excitation of airwaves caused by bubble bursting in a cylindrical conduit: Experiments and a model. *J. Geophys. Res.*, 115(B10), 2010.
- [23] J.B Johnson. Generation and propagation of infrasonic airwaves from volcanic explosions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 121(1):1–14, 2003.

- [24] R. Matoza, D. Fee, M. Garcés, J. Seiner, P. Ramon, and M. Hedlin. Infrasonic jet noise from volcanic eruptions. *Geophys. Res. Lett.*, 36(8):L08303, 2009.
- [25] J. Taddeucci, J. Sesterhenn, P. Scarlato, K. Stampka, E. Del Bello, J. Fernandez, and D. Gaudin. High-speed imaging, acoustic features, and aeroacoustic computations of jet noise from Strombolian (and Vulcanian) explosions. *Geophys. Res. Lett.*, 41(9):3096–3102, 2014.
- [26] R. Matoza, M. Landès, A. Le Pichon, L. Ceranna, and D. Brown. Coherent ambient infrasound recorded by the International Monitoring System. *Geophys. Res. Lett.*, 40(2):429–433, 2013.
- [27] J. Benoit and S. McNutt. New constraints on source processes of volcanic tremor at Arenal Volcano, Costa Rica, using broadband seismic data. *Geophys. Res. Lett.*, 24(4):449–452, 1997.
- [28] J. Lees, J.B. Johnson, M. Ruiz, L. Troncoso, and M. Welsh. Reventador volcano 2005: Eruptive activity inferred from seismo-acoustic observation. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 176(1):179–190, 2008.
- [29] M. Garce  
s, S. McNutt, R. Stephen, R. Hansen, and J. Eichelberger. Application of wave-theoretical seismoacoustic models to the interpretation of explosion and eruption tremor signals radiated by Pavlof volcano, Alaska. *J. Geophys. Res.*, 105(B2):3039–3058, 2000.
- [30] M. Garcés and R. Hansen. Waveform analysis of seismoacoustic signals radiated during the fall 1996 eruption of Pavlof Volcano, Alaska. *Geophys. Res. Lett.*, 25(7):1051–1054, 1998.
- [31] T.G. Leighton. The acoustic bubble. 1994. *Academic press*, 1994.
- [32] M. Minnaert. On musical air-bubbles and the sounds of running water. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 16(104):235–248, 1933.
- [33] N. Lautze and B. Houghton. Physical mingling of magma and complex eruption dynamics in the shallow conduit at Stromboli volcano, Italy. *Geology*, 33(5):425–428, 2005.
- [34] E. Marchetti, M. Ripepe, G. Ulivieri, and D. Delle Donne. Degassing dynamics at Stromboli Volcano: Insights from infrasonic activity. In *AGU Fall Meeting Abstracts*, volume 1, page 1796, 2006.

- [35] N. Fletcher and T. Rossing. *The physics of musical instruments*. Springer Science & Business Media, 1998.
- [36] J.B. Johnson and M. Ripepe. Volcano infrasound: A review. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 206(3):61–69, 2011.
- [37] K. Aki, M. Fehler, and S. Das. Source mechanism of volcanic tremor: fluid-driven crack models and their application to the 1963 Kilauea eruption. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 2(3):259–287, 1977.
- [38] T. Sakai, H. Yamasato, and K. Uhira. Infrasound accompanying C-type tremor at Sakurajima volcano. *Bull. Volcanol. Soc. Japan*, 41:181–185, 1996.
- [39] B. Chouet. Excitation of a buried magmatic pipe: a seismic source model for volcanic tremor. *J. Geophys. Res.*, 90(B2):1881–1893, 1985.
- [40] M. Garcés. On the volcanic waveguide. *J. Geophys. Res.*, 102(B10):22547–22564, 1997.
- [41] D. Fee, M. Garcés, M. Patrick, Matt, B. Chouet, P. Dawson, and D. Swanson. Infrasonic harmonic tremor and degassing bursts from Halema'uma'u Crater, Kilauea volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.*, 115(B11), 2010.
- [42] A. Goto and J.B. Johnson. Monotonic infrasound and helmholtz resonance at volcan Villarrica (Chile). *Geophys. Res. Lett.*, 38(6), 2011.
- [43] L. Kinsler. *Fundamentals of Acoustics*, 1982.
- [44] A. D. Pierce et al. *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications*. McGraw-Hill New York, 1981.
- [45] V. Vidal, J-C. Géminard, T. Divoux, and F. Melo. Acoustic signal associated with the bursting of a soap film which initially closes an overpressurized cavity. *Eur. Phys. J. B.*, 54(3):321–339, 2006.
- [46] Vidal, M. Ripepe V., T. Divoux, D. Legrand, J-C. Géminard, and F. Melo. Dynamics of soap bubble bursting and its implications to volcano acoustics. *Geophys. Res. Lett.*, 37(7):L07302, 2010.
- [47] H. Levine and J. Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, 73(4):383–406, 1948.

- [48] J. Kemp. *Theoretical and experimental study of wave propagation in brass musical instruments*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2002.
- [49] J Lighthill. *Waves in fluids*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., page p. 504, 1978.
- [50] P. Morse. *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, 1968.
- [51] G. Debrégeas, P. Martin, and F. Brochard-Wyart. Viscous bursting of suspended films. *Phys. Rev. Lett.*, 75(21):3886, 1995.
- [52] F. Culick. Comments on a ruptured soap film. *J. Appl. Phys*, 31(6):1128–1129, 1960.
- [53] S. Frankel and K. Mysels. Bursting of soap films. II. Theoretical considerations. *J. Phys. Chem.*, 73(9):3028–3038, 1969.
- [54] E. Blackburn, L. Wilson, and R. Sparks. Mechanics and dynamics of Strombolian activity. *J. Geol. Soc. London*, (132):429–440., 1976.
- [55] L. Wilson. Relationship between pressure, volatile content and ejecta velocity in three types of volcanic explosions. *J. Volcanol. Geotherm.*, 73(8):297–313, 1980.
- [56] J. Taddeucci, MA. Alatorre-Ibargüengoitia, M. Moroni, L. Tornetta, A. Capponi, P. Scarlato, DB. Dingwell, and D. De Rita. Physical parameterization of strombolian eruptions via experimentally-validated modeling of high-speed observations. *Geophys. Res. Lett.*, 39(16), 2012.
- [57] M.T. Hagerty, S. Schwartz, M.A. Garcés, and M. Protti. Analysis of seismic and acoustic observations at Arenal volcano, Costa Rica, 1995–1997. *J. Volcanol. Geotherm. Res*, 101(1):27–65, 2000.
- [58] S. Vergnolle, M. Boichu, and J. Caplan-Auerbach. Acoustic measurements of the 1999 basaltic eruption of shishaldin volcano, Alaska: 1. Origin of Strombolian activity. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 137(1):109–134, 2004.
- [59] S. Lane, M. James, and S. Corder. Volcano infrasonic signals and magma degassing: First-order experimental insights and application to Stromboli. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 377:169–179, 2013.
- [60] L. Mullins. Studies in the absorption of energy by rubber. i. introductory survey. *J. Rubber Res.*, 16:180–185, 1947.

- [61] J. Niemczura and K. Ravi-Chandar. On the response of rubbers at high strain rates [U+FFFD]. simple waves. *J. Mechanics and Physics of Solids*, 59(2):423–441, 2011.
- [62] E. Marchetti, M. Ripepe, D. Delle Donne, R. Genco, A. Finizola, and E. Garaebiti. Blast waves from violent explosive activity at Yasur volcano, Vanuatu. *Geophys. Res. Lett.*, 40(22):5838–5843, 2013.
- [63] Sánchez, B Álvarez C., F. Melo, and V. Vidal. Experimental modeling of infrasound emission from slug bursting on volcanoes. *Geophys. Res. Lett.*, 41(19):6705–6711, 2014.
- [64] R. Vermorel, N. Vandenberghe, and E. Villermaux. Rubber band recoil. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 463(2079):641–658, 2007.
- [65] P. Oswald and M. Saint-Jean. *Rhéophysique: Ou comment coule la matière*. Berlín, 2005.
- [66] M. Ripepe, P. Poggi, T. Braun, and E. Gordeev. Infrasonic waves and volcanic tremor at Stromboli. *Geophys. Res. Lett.*, 23(2):181–184, 1996.
- [67] J.W. Neuberg, H. Tuffen, L. Collier, D. Green, T. Powell, and D. Dingwell. The trigger mechanism of low-frequency earthquakes Montserrat. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 153(1):37–50, 2006.
- [68] J. Neuberg, H. Tuffen, L. Collier, D. Green, T. Powell, and D. Dingwell. The trigger mechanism of low-frequency earthquakes Montserrat. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 153(1):37–50, 2006.
- [69] K. Haller. *Nonlinear acoustics applied to nondestructive testing*. Department of Mechanical Engineering, School of Engineering, Blekinge Institute of Technology, 2007.
- [70] M. Hargather, G. Settles, and M. Madalis. Schlieren imaging of loud sounds and weak shock waves in air near the limit of visibility. *Shock Waves*, 20(1):9–17, 2010.