

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA



INTERFEROMETRÍA DE ALTA RESOLUCIÓN

PARA AFM

FELIPE ANDRÉS AGUILAR SANDOVAL

Profesor Guía: Dr. Ludovic Bellon

Trabajo de graduación presentado a la Facultad de Ciencia, en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al grado de Doctor en Ciencias con mención en Física.

Santiago – Chile

2013

INTERFEROMETRÍA DE ALTA RESOLUCIÓN PARA AFM

Trabajo de graduación presentado a la Facultad de Ciencia, en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al grado de Doctor en Ciencias con mención en Física.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

SANTIAGO – CHILE

2013

a mi familia, en el más amplio espectro

Agradecimientos

Quiero comenzar esta página nombrando la escuela que tan amablemente me acogió por un poco más de 2 años, la École Normale Supérieure de Lyon (ENS-L). Agradezco la paciencia, amistad y preocupación del Dr. Ludovic Bellon, mi director de tesis, quien muy amablemente ha guiado esta tarea muchas veces con extensas conversaciones para las que siempre tuvo disponibilidad, además del trabajo que ha significado todas las observaciones y correcciones de este manuscrito. Acá en Chile, el apoyo y confianza de mi co-director, Dr. Francisco Melo, quien me aceptó en su laboratorio para comenzar esta labor, al Dr. Ignacio Olivares, con quien inicié mi doctorado y algunos cursos especializados de óptica y al Dr. Juan Carlos Retamal, que me orientó en el momento necesario para iniciar mi proyecto de tesis. Debo mencionar también a mi Alma Mater, la Universidad de Santiago de Chile (USaCh), institución en la que hice mi pregrado y posterior doctorado, que luego migró en un programa conjunto con la ENS-L. Además mencionar mi Beca Doctoral MECE Educación Superior (2), dependiente del Ministerio de Educación, que ha financiado parte importante tanto de mi labor en Chile, como el primer año de mi estadía en el extranjero, beca obtenida con el apoyo del comité de Posgrado del Departamento de Física de la USaCh y el proyecto ERC OUTFELUCOP del Dr. Sergio Ciliberto, que financió la otra parte de mi estadía.

A través de estas líneas quiero agradecer también al Dr. Sergio Ciliberto por haber integrado su equipo mientras se desarrollaba el proyecto, proporcionándome así un importante respaldo en las actividades realizadas. Al Dr. Artyom Petrosyan por todas las conversaciones técnicas muy provechosas con una gran cantidad de consejos en toda la parte instrumental. A los técnicos Franck Ropars y Franck Vittoz por su apoyo en el desarrollo electrónico y piezas mecánicas respectivamente y Gonzalo Martin, quien nos ha asistido en Chile fabricando las

piezas mecánicas del montaje realizado en la USaCh. También agradezco a todo el equipo administrativo, las secretarías Nadine Clervaux, Laurence Mauduit y Laure Dumazel por toda su disponibilidad en los temas de tramitaciones que ayudaron bastante en mi estadía. También al Dr. Thierry Dauxois, cuyas cartas apoyaron mi estadía en su calidad de Director de Laboratorio. Y por otro lado acá en Chile a Emelina Bronte y Erika Inostroza por las respectivas gestiones administrativas que involucran la realización del presente trabajo.

Agradezco a la vez, a la comisión examinadora, Doctores Iaroslav Ispolatov, Marcelo Kogan y Roberto Bernal, por su disponibilidad para atender este manuscrito.

Quiero mencionar también con mucho afecto a mis compañeros de laboratorio Tianjun Li, Clemence Devailly, Justine Laurent, Antoine Berut y Ruben Gómez Solano por todo el compañerismo y voluntad para tener un excelente ambiente de trabajo, de verdad, mis jornadas en el laboratorio con Uds. han sido muy agradables. A través de este saludo particular a mis compañeros quiero extender un sincero saludo y agradecimiento a toda la gente de la unidad, por mantener un muy buen ambiente de trabajo, con mucho optimismo y siempre una amable sonrisa. Por otro lado, mis compañeros del Laboratorio de Física no Lineal acá en Chile, quienes han sido muy entusiastas en todo el proceso y mis amigos y compañeros Nelson Sepúlveda, Betzabé Torres y Alicia Montecinos con quienes pude compartir entre café, galletas y física.

Por último, agradecer a mi incondicional familia, que de forma muy sutil, para no hacer ruido, han estado siempre a mi lado con una alta capacidad de comprensión, apoyo y aliento, sin los cuales no hubiese logrado este paso.

Tabla de contenidos

Agradecimientos	3
1. Introducción	17
1.1. Antecedentes preliminares	17
1.2. Tema de motivación	17
1.3. Estructura del documento	19
2. Interferómetro	21
2.1. Principio de funcionamiento	21
2.2. Acondicionamiento del láser para utilizar en el interferómetro . . .	22
2.3. Análisis y efectos sobre el rayo de entrada	23
2.4. Rayos de salida y contrastes en los fotodiodos	28
2.5. Cálculo de desfase y deflexión	29
2.6. Conclusión	31
3. Deflexión de un microcantilever y ruido térmico	32
3.1. Movimiento de un microcantilever, ecuación de Euler-Bernoulli . .	32
3.1.1. Deflexión estática	33
3.1.2. Modos normales, comportamiento dinámico	35
3.2. Disipación de un oscilador armónico, función de transferencia y fluctuación cuadrática media de la deflexión	39
3.2.1. Función de transferencia	40
3.2.2. Densidad espectral de potencia (PSD)	41
3.2.3. Ruido térmico	42
3.2.4. Calibración de rigidez	43
3.3. Aplicación de la solución de Euler-Bernoulli al sistema amortiguado	44

3.3.1. Conclusión	47
4. Electrónica de retroalimentación	49
4.1. Problema inicial	49
4.2. Principio para una solución de retroalimentación	50
4.3. Retroalimentación para modo contacto	51
4.4. Prueba de la electrónica de retroalimentación	52
4.4.1. Dependencia en φ_0 y d_0	53
4.4.2. Dependencia en B_1 y B_2	54
4.4.3. Dependencia en ψ	59
4.5. Conclusión	61
5. Mejoras en resolución	62
5.1. Ruidos presentes en el sistema de detección	62
5.1.1. Ruido de corriente oscura	63
5.1.2. Ruido Johnson	63
5.1.3. Ruido del amplificador operacional	64
5.1.4. Shot noise	64
5.1.5. Balance sobre los ruidos presentes	64
5.2. Ruido de disparo o shot noise	65
5.2.1. Fundamentos	65
5.2.2. Ruido en los contrastes debido al shot noise	69
5.3. Pruebas de potencia sobre el microcantilever	72
5.4. Conclusión	75
6. Efectos sobre el microcantilever debido a calentamiento por laser	76
6.1. Observaciones experimentales	76
6.2. Algunos datos preliminares	77
6.3. Descripción estática	80
6.4. Descripción dinámica	82
6.4.1. Temperatura uniforme	83
6.4.2. Perfil arbitrario de temperatura: corrimiento de frecuencia	85
6.4.3. Perfil arbitrario de temperatura: ruido térmico	87
6.4.4. Pruebas experimentales para el corrimiento en frecuencia	90
6.5. Conclusión	95

7. Conclusión y proyecciones futuras	96
A. Otras mediciones realizadas con interferómetro	98
A.1. Caracterización de plataformas piezoeléctricas	98
A.2. Pruebas de estabilidad de lasers	100
B. Láminas retardadoras	109
C. Integración de la función respuesta de un oscilador armónico	112
Bibliografía	115

Índice de figuras

1.1. a) Técnica estándar utilizada en la mayoría de los equipos comerciales. Un microcantilever (en amarillo) refleja un rayo de luz proveniente de una fuente laser y es proyectado sobre el centro de un detector de posición, esto permite calcular la deflexión del microcantilever. b) Esquema de dos rayos reflejados en la superficie del microcantilever. La diferencia de fase entre ellos depende de su diferencia de camino óptico. Consiste en medir el cambio en la diferencia relativa de fases $\Delta\varphi$ entre un rayo de referencia enfocado en un punto fijo como el chip del microcantilever (zona gris) y un rayo enfocado en el extremo libre del microcantilever.	18
2.1. Para obtener información sobre la deflexión d del microcantilever se divide un rayo láser en dos, una referencia (R) que refleja sobre el chip del microcantilever y el rayo de prueba (P) que está enfocado sobre el extremo libre del microcantilever. Estos rayos tienen sus polarizaciones (en color verde) perpendiculares entre sí.	22
2.2. Este esquema detalla la ubicación de los dispositivos ópticos que acondicionan la luz láser para utilizar en el interferómetro, L es el laser, AO es el aislador óptico, AF es el acoplamiento para la fibra óptica, FO es la fibra óptica y AI es el acoplamiento en el interferómetro.	23
2.3. En la fotografía podemos ver la ubicación y dimensiones relativas de los dispositivos necesarios para conducir la luz láser hacia el interferómetro en el montaje de 532 nm. L es el láser, AO es el aislador óptico, AF es el acoplamiento para la fibra óptica y FO es la fibra óptica.	24

- 2.4. Detalle de la entrada de la fibra óptica en el interferómetro. **AI** es el acoplamiento de la fibra óptica en el interferómetro. El color verde del conector de la fibra indica que es de salida asimétrica para evitar rebotes de luz hacia el sistema de acoplamiento, **MO** es una montura óptica que permite alinear el rayo láser una vez ya colimado. 24
- 2.5. **Rayo de entrada:** La luz láser es puesta a la entrada del interferómetro por la fibra óptica **FO**, L_f es un lente colimador para la salida de la fibra óptica, **GTP** es un polarizador tipo Glan Taylor, $\lambda/2$ es una lámina de media onda, BS_C es un cubo divisor que dirige el rayo hacia el microcantilever, L_0 es un lente con $f_0 = 30$ mm para enfocar el rayo sobre el microcantilever, BD_0 es un desplazador de rayo por polarización hecho de calcita y **C** es el microcantilever. **Salida y análisis:** El camino siguiente es el rayo reflejado en el microcantilever y el chip, BS_{PD} es un cubo divisor que dirige el rayo hacia los fotodiodos, L_1 y L_2 son lentes para enfocar los rayos en los correspondientes fotodiodos PD_1 y PD_2 que son de dos cuadrantes, BD_1 y BD_2 son desplazadores de rayo de calcita y $\lambda/4$ es una lámina de cuarto de onda. 25
- 2.6. Separación de los rayos laser sobre el microcantilever y distancia típica entre la superficie del chip del microcantilever y éste. Además se muestra la posición del foco para el rayo ordinario (**fro**) y la posición del foco del rayo extraordinario (**fre**), se hace incapié en que el plano focal para el rayo extraordinario no alcanza a quedar en la superficie del chip del microcantilever por una pequeña diferencia. 27
- 2.7. Se muestra la elipse ideal (circunferencia de radio 1) y los datos experimentales que se ajustan a la curva descrita en la Ec. 2.12. Los parámetros ajustados fueron $A_1 = 0,77$, $A_2 = 0,76$, $o_1 = 0,0004$, $o_2 = -0,0024$, $\psi = -0,023$ rad. 30
- 3.1. Diagrama para el sistema coordenado utilizado en la descripción de la geometría y movimiento del microcantilever. 33
- 3.2. Una fuerza externa $f_{ext} = f_{tip}$ es aplicada en $x = L$ produciendo una deflexión d en el mismo punto. La relación estática entre ambas variables conduce a una expresión similar a la ley de Hooke. . . . 34

3.3. Los 3 primeros modos para un microcantilever, es decir, considerando $n = 1, 2, 3$	38
3.4. Densidad espectral de potencia (PSD) de la deflexión debido al ruido térmico (datos experimentales) de un microcantilever puesto en aire y medido con nuestro interferómetro. Se pueden apreciar rápidamente las 5 primeras resonancias o modos de vibración del sensor.	39
3.5. Gráfica de la Ec. 3.46 para el modo fundamental con los parámetros $k = 0,4 \text{ N/m}$, $f_0 = 11,5 \text{ kHz}$, $T = 300 \text{ K}$ y $Q \approx 50$. El factor de calidad Q se puede tomar del ancho de la resonancia a la altura media, mientras que la rigidez k se puede calcular de la integral de la curva utilizando el teorema de equipartición.	44
3.6. Hemos graficado la Ec. 3.59 para las 5 primeras resonancias de un microcantilever de silicio cuyas dimensiones son $450 \mu\text{m}$ de largo, $50 \mu\text{m}$ de ancho y $2,0 \mu\text{m}$ de espesor. Si lo comparamos con la figura 3.4 vemos que tiene un comportamiento muy similar, limitado sólo por el ruido de base. Las resonancias son muy similares, pues los valores utilizados son los nominales para un microcantilever como el de la figura 3.4.	47
4.1. Para unos contrastes de amplitud $B_1 = B_2 = 3 \text{ V}$ podemos observar que las ganancias se agrupan dependiendo de la amplitud del movimiento del microcantilever, donde d_{10} , d_{30} y d_{50} representan las amplitudes de deflexión d_0 de 10, 30 y 50 nm respectivamente. Cada amplitud de deflexión d_0 ha sido medida a diferentes fases iniciales φ_0 para las que no se observa efectos significativos. Se observa además un comportamiento homogéneo hasta una frecuencia de 100 kHz.	55
4.2. Función de no linealidad g medida a baja frecuencia (10 kHz). El factor 10 V del multiplicador analógico se observa un poco atenuado al valor 9,844 V según la gráfica. Esto se debe a la electrónica adicional y del mismo chip multiplicador.	56

-
- 4.3. Al aplicar la función de corrección g con los parámetros calculados en la Ec. 4.24 se ha logrado una respuesta independiente de la amplitud de la deflexión a baja frecuencia. Las amplitudes de deflexión utilizadas son las mismas que en la figura 4.1. 57
- 4.4. Se han medido las ganancias para diferentes amplitudes de contrastes B_1 y B_2 de valores 1,0; 3,0 y 4,8 V, se observa claramente la dependencia, además se ha utilizado la función de corrección g para las mismas amplitudes de deflexión d_0 de 10, 30 y 50 nm, no es posible notar diferencias a causa de d_0 debido al correcto funcionamiento de la corrección impuesta. 58
- 4.5. Se ha logrado una respuesta normalizada en la ganancia para distintas amplitudes de contraste de 1,0; 3,0 y 4,8 V, a la vez que cada una tiene diferentes amplitudes de la deflexión de 10, 30 y 50 nm, donde además hay distintas fases iniciales para cada grupo. Es posible observar una ganancia pareja para todas las condiciones hasta una frecuencia de 100 kHz 59
- 4.6. Probamos diferentes valores para el parámetro de cuadratura ψ . Los círculos representan los valores experimentales y la línea un ajuste para una función módulo de coseno, pues esto de acuerdo a la Ec. 4.25 debiese ajustarse a un coseno de amplitud unitaria. El término g hace referencia a la función de linealización calculada anteriormente, en este caso tiene un valor $g = 0,94$ para una amplitud de deflexión $d_0 = 30$ nm. 60

- 5.1. En el espectro de ruido se puede identificar fácilmente una región a baja frecuencia que va como $1/f$ relacionada con la viscoelasticidad del recubrimiento del microcantilever [25] (tema no tratado en este trabajo), resonancias que corresponden a los modos propios del microcantilever (Nanosensors, PPP-ContPt con recubrimiento de platino iridio) y un ruido de fondo limitado por el shot noise de los fotodiodos del interferómetro. Se ha utilizado un laser de He-Ne (CVI Melles Griot, 05-LHP-691) con una potencia de salida de 3,5 mW. Esta medición ha sido tomada en aire y sin ninguna aislación del ambiente. La potencia enfocada en el microcantilever es de 0,5 mW. Este es el punto de partida tomado como referencia en la búsqueda de disminuir el shot noise. 66
- 5.2. Hemos dispuesto un sistema de filtros de manera tal que podamos ir cambiando la intensidad del laser utilizado, los dispositivos son **L** laser, **NDF** filtro utilizado, **OI** aislador óptico, **FC** acoplamiento para fibra óptica, **FO** fibra óptica, **IC** interferómetro 72
- 5.3. Probamos varios PSD para distintas potencias aplicadas sobre el microcantilever (Nanosensors, PPP-ContPt). El microcantilever utilizado tiene un recubrimiento de Platino Iridio (PtIr) cuya propiedad es tener una alta reflectividad. Estas mediciones han sido obtenidas en aire, sin ningún tipo de protección para el ruido ambiental. 73
- 5.4. Se ha tomado el valor de fondo de los espectros de ruido térmico y graficamos en función de la potencia utilizada, en principio se espera una pendiente que va inverso a la potencia utilizada (es decir, $\propto P^{-1}$ como la línea roja, donde la pendiente es $m = -1$), como se observa en las potencias más altas, sin embargo, a potencias más bajas la pendiente es mayor ($\propto P^{-2}$ como se ve en la línea verde, donde la pendiente es $m = -2$). 74

- 6.1. Es posible observar corrimientos de frecuencia al aumentar la potencia del laser en todos los modos normales de vibración. Se ha utilizado un microcantilever tipo “all in one”, del cual se ocupó el de mayores dimensiones (Budget Sensors AIO, con $500\ \mu\text{m}$ de largo por $30\ \mu\text{m}$ de ancho y un espesor de $2,7\ \mu\text{m}$), además este microcantilever ha sido tratado con un recubrimiento dieléctrico para aplicaciones de mediciones viscoelásticas muy particulares [11] y las mediciones se han realizado en aire. Se ha comprobado que el efecto térmico ocurre independiente del recubrimiento utilizado como se ve en mediciones posteriores. Para modos más altos el efecto es más notorio, siendo del orden de $0,5\ \%$ 78
- 6.2. En una primera aproximación hemos asumido un gradiente lineal de temperatura. El calor generado por el rayo de prueba en la punta del microcantilever es disipado, en principio, por conducción hacia el chip del microcantilever que se mantiene a temperatura ambiente por su tamaño. 81
- 6.3. Corrimiento de frecuencia relativo $\delta f_n/f_n$ versus la potencia de luz I que incide sobre el extremo libre del microcantilever, la presión del aire que rodea al microcantilever es de $7\ \text{Pa}$. Las líneas segmentadas son ajustes lineales. 91
- 6.4. Corrimiento de frecuencia relativo $\delta f_n/f_n$ versus la potencia de luz I que incide sobre el extremo libre del microcantilever, esta medición se realizó a presión atmosférica. Las líneas segmentadas son ajustes lineales. 92
- 6.5. La relación de los corrimientos relativos de frecuencia con los coeficientes κ_n debiese ser proporcional, sin embargo en nuestro caso se observa un pequeño offset para ambos casos (vacío y atmósfera), efecto que nos lleva a considerar que aun cuando el modelo elegido describe bien el fenómeno, le faltan términos a considerar para una descripción más completa. Las líneas segmentadas son ajustes lineales. 94

- A.1. Para hacer pruebas de estabilidad sobre una plataforma piezo-eléctrica se ha fijado un espejo a la plataforma como un espejo móvil donde se incide un rayo de prueba, el movimiento vertical d de la plataforma se mide con respecto a un espejo fijo montado sobre la mesa óptica, en donde se hace incidir el rayo de referencia. El desplazador de calcita utilizado es de marca Melles Griot de 40 mm de largo que produce una separación de 4 mm entre los rayos. 99
- A.2. Los PSD calculados del movimiento vertical de las plataformas se han probado en las condiciones indicadas en la leyenda, donde servo ON indica que el controlador está funcionando en lazo cerrado y servo OFF significa un control en lazo abierto. Se han probado las plataformas de Physik Instrumente (PI) y la de NPoint. El espectro altamente ruidoso se debe en gran parte al montaje provisorio, pues sólo nos interesa saber el comportamiento de las plataformas con sus respectivos controladores. 101
- A.3. Se ha probado la capacidad del interferómetro en contraste con el sensor interno de la plataforma piezoeléctrica, para reproducir un movimiento sinusoidal de 10 nm de amplitud de punta a punta. La frecuencia de la señal se ha programado en 10 Hz. Las señales son muy parecidas, pero es notorio que la señal del interferómetro es menos ruidosa por sí y que el movimiento real de la plataforma no es tan sinusoidal como lo programado. La diferencia en el punto base para la señal del interferómetro ha sido desplazada arbitrariamente para comparar ambas curvas. 102
- A.4. Teniendo un buen comportamiento del interferómetro con señal pequeña, se probó una amplitud de 310 nm de punta a punta, donde también se observa un muy buen seguimiento de la señal al comparar con el sensor interno del dispositivo piezoeléctrico. La señal de la onda sinusoidal tiene una frecuencia de 10 Hz. 103

- A.5. Los espectros de cada laser muestran ruidos similares, excepto el del laser de HeNe que tiene un valor límite más alto, esto debido a la baja potencia de este laser comparado con los otros de estado sólido, por efecto del shot noise. Los picos son ruidos mecánicos residuales, pues utilizamos un montaje provisorio con el único objetivo de probar los diferentes lasers. Se puede observar una marcada resonancia al aplicar modulación al laser Quantum, mostrando así la frecuencia de modulación impuesta por la electrónica de estabilización. 106
- A.6. La estabilidad es fácilmente comparable en esta figura, el laser de HeNe es bastante estable junto al de Quantum con el estabilizador apagado, el laser Cobolt tuvo problemas en conservar el punto inicial mostrando una clara variación y el laser Spectra Physics muestra una partida un tanto variable, pero después logra una buena estabilidad comparable al laser de HeNe. Los lasers de Cobolt tanto como el de Spectra Physics no tienen la opción de detener la electrónica de estabilización, por lo cual el único que pudimos probar sin estabilizador fue el de Quantum. 107
- A.7. El comportamiento del laser Quantum Torus tiene efectos debido a la modulación que estabiliza la longitud de onda del dispositivo. Estos efectos se ven marcados fuertemente en los saltos de la señal, además hay una modulación oscilante, cuyo efecto se ve del orden de los 7 pm de amplitud de punta a punta, además puede observarse pequeños pulsos muy cortos dentro de la señal que también son generados por la electrónica de control. La estabilización funciona bien, pero los saltos en λ molestan demasiado para nuestros experimentos. 108
- B.1. Lámina retardadora, se ilustra cómo al pasar un rayo con una componente de su polarización (determinada por el ángulo θ) en el eje rápido e sufre un cambio en la fase respecto de la otra componente perpendicular, resultando un cambio en la polarización de la onda de entrada. 110

Índice de cuadros

- 3.1. Con los valores f_n de las resonancias de la figura 3.4 y los valores α_n para cada modo, podemos calcular una constante K que relaciona estos parámetros, la cual es independiente del modo medido. 38

- 6.1. Corrimiento en frecuencia relativo de un microcantilever para un perfil lineal de temperatura normalizado por un corrimiento en frecuencia relativo de un microcantilever con la misma temperatura promedio, pero un perfil uniforme de temperatura. La forma explícita de κ_n se ha descrito en la Ec. 6.46. 87

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes preliminares

Los orígenes de la microscopia de fuerzas atómicas (AFM) se atribuyen generalmente al trabajo de Binnig y Rohrer quienes desarrollaron el microscopio de efecto túnel [9] en los laboratorios de IBM en Zurich por los años 80, lo que les valió el premio Nobel de física en el año 1986. Luego Binnig, Quate y Gerber desarrollan el primer microscopio de fuerzas atómicas en el mismo año [8]. El desarrollo de instrumentos de este tipo, considerados dentro de la gama llamada microscopia de sonda de barrido (SPM), se basa básicamente en una sonda que hace un barrido sobre una superficie con el objetivo de generar una imagen. Este principio encierra más de 25 técnicas diferentes [7, 30, 31], esto hace que sea una herramienta muy atractiva en diferentes áreas de las ciencias, tanto como física, química, biología, ciencias de materiales, etc. Sus capacidades en resolución lo hacen una herramienta transversal a todas las áreas de la nanotecnología, tema que tiene un explosivo crecimiento hoy en día.

1.2. Tema de motivación

Los dispositivos comerciales actuales ofrecen una buena gama de alternativas, junto con un buen número de accesorios que permiten implementar diferentes técnicas alrededor de un mismo instrumento principal, por lo que nuestro trabajo no estuvo orientado a desarrollar técnicas, sino más bien buscar una alter-

nativa que permita mejorar la resolución del instrumento, que por estos días está por el orden de los picómetros (10^{-12} m) o décimas de picometro. El móvil del desarrollo de este instrumento básicamente es lograr mejorar la resolución que uno encuentra a nivel comercial con una técnica que permita acceder a un máximo de información obtenida por el microcantilever, dispositivo que actúa como el sensor mecánico que interactúa con la muestra o el ambiente que lo rodea.

Para conseguir el objetivo se ha trabajado sobre el principio de interferometría, por lo que la óptica laser juega un rol principal para lograr lo buscado. En la figura 1.1 se muestran la técnica estándar utilizada en los equipos comerciales y la desarrollada en este trabajo.

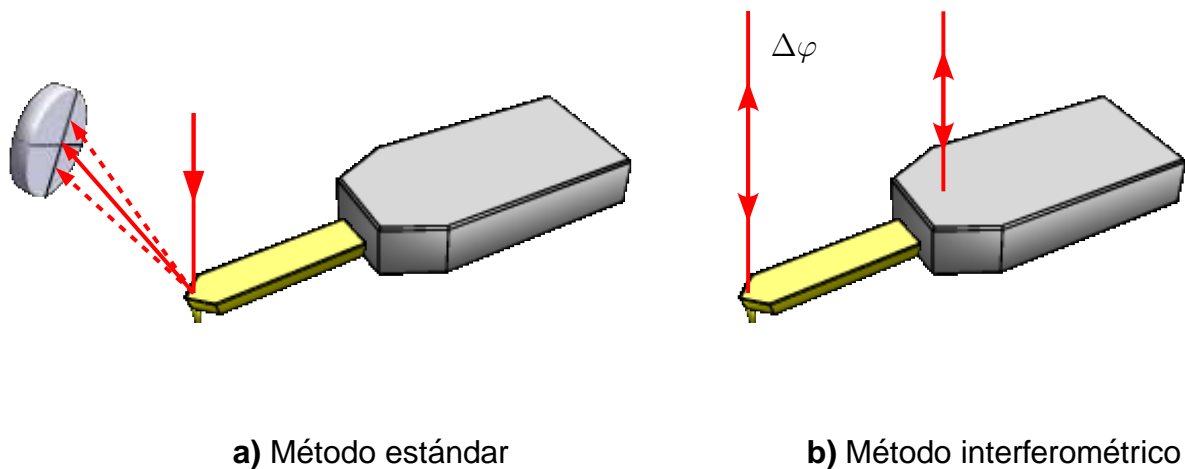


Figura 1.1: **a)** Técnica estándar utilizada en la mayoría de los equipos comerciales. Un microcantilever (en amarillo) refleja un rayo de luz proveniente de una fuente laser y es proyectado sobre el centro de un detector de posición, esto permite calcular la deflexión del microcantilever. **b)** Esquema de dos rayos reflejados en la superficie del microcantilever. La diferencia de fase entre ellos depende de su diferencia de camino óptico. Consiste en medir el cambio en la diferencia relativa de fases $\Delta\varphi$ entre un rayo de referencia enfocado en un punto fijo como el chip del microcantilever (zona gris) y un rayo enfocado en el extremo libre del microcantilever.

1.3. Estructura del documento

En el capítulo 2 se realiza una descripción detallada del diseño del instrumento, tanto teórica como experimental, y de los parámetros de calibración para obtener finalmente la deflexión del microcantilever.

El capítulo 3 está dedicado a la descripción de la mecánica de un microcantilever tanto desde el punto de vista estático como dinámico. Se plantea una solución basada en la ecuación de Euler Bernoulli para el caso de la viga empotrada. Se plantea un modelo de oscilador armónico con disipación, donde se ha supuesto una fuerza externa aleatoria, cuyo origen son las fluctuaciones térmicas del microcantilever y el medio que lo rodea. Se desarrolla un modelo para describir el espectro de frecuencias de las deflexiones del microcantilever a través de la Potencia de Densidad Espectral (Power Spectral Density, PSD). Este modelamiento se desarrolla a partir de la ecuación dinámica del microcantilever y es equivalente a utilizar el teorema fluctuación disipación.

El capítulo 4 describe la electrónica desarrollada para generar una señal de retroalimentación utilizada para controlar la posición de la muestra al hacer microscopia AFM, permitiéndonos controlar ésta al menos para baja frecuencia, llegando al orden de los 100 kHz, que lo hace útil para mediciones en modo contacto y pruebas donde no se requiera alta velocidad en la retroalimentación.

El capítulo 5 trata de las mejoras que han sido el tema central de este trabajo, se ha hecho un desarrollo que permitió mejorar la resolución en un orden de magnitud en la detección de la deflexión, pasando de $3,5 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ a $3,5 \times 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$, acá se detalla en extenso las principales fuentes de ruido que limitan el instrumento, donde se ha elegido la reducción del ruido de disparo (shot noise) para ver una mejora de la resolución. Se detallan nuevamente los parámetros del interferómetro, esta vez con el objetivo de reducir el ruido en el PSD de la deflexión. Se finaliza con una muestra de cómo fue disminuyendo el ruido de fondo en los espectros de la deflexión a medida que aumentamos la intensidad de la luz laser utilizada en el interferómetro.

En el capítulo 6 se hace una revisión crítica sobre los efectos que produce el aumento de potencia de luz sobre el microcantilever, pues se observó cambios en las frecuencias de resonancia ligados a un aumento de la temperatura del microcantilever, incremento que además no es uniforme, sino que se gene-

ra un gradiente, debido a que la base del microcantilever es mucho más masiva que éste y por ende puede disipar el calor de manera más eficiente, suponiendo así que esta parte masiva se encuentra a una temperatura muy similar a la temperatura ambiente. Se ha trabajado en un modelo teórico que permita orientar nuestros experimentos para dar una descripción del fenómeno junto con resultados experimentales que se ajustan al modelo no sin algunas consideraciones que apuntan a la necesidad de una descripción más completa, abriendo así un nuevo trabajo de investigación.

Las conclusiones del capítulo 7 cierran este documento indicando los hitos obtenidos y se plantea los pasos futuros para completar el instrumento con el objetivo de formar imágenes, pues el desarrollo logrado hasta el momento permite hacer espectroscopia, pero no la generación de imágenes, aun cuando el camino para ello está bastante avanzado considerando lo expuesto en el capítulo 4.

Capítulo 2

Interferómetro

2.1. Principio de funcionamiento

El instrumento está basado en la interferometría diferencial en cuadratura de fases [6, 29], cuyas características se pueden revisar en la figura 2.1 y en la figura 2.5 donde se ha dividido la descripción del instrumento para la entrada de la luz hasta el microcantilever y otra para la salida y análisis de la señal. Para hacer la interferencia se requiere un láser de laboratorio que tenga buena estabilidad en longitud de onda y en potencia, en principio, un buen láser de Helio Neón de 3 mW a 633 nm es suficiente, aun cuando nosotros hemos utilizado adicionalmente un laser de estado sólido de 150 mW a 532 nm. De acuerdo a la figura 2.1 tenemos 2 rayos, uno es referencia (R) y el otro es prueba (P), el rayo R va enfocado en el chip del microcantilever, mientras que el P se enfoca sobre el extremo libre, es importante también observar que la polarización de los rayos P y R son ortogonales. Para obtener información sobre la deflexión d del microcantilever tenemos que considerar en la figura 2.1 que d produce una diferencia de camino óptico δL provocando una diferencia de fase φ entre las ondas de los rayos P y R , luego si consideramos que el rayo refleja y se devuelve por el mismo camino (la deflexión es lo suficientemente pequeña para que esto sea así) observamos que $\delta L = 2d$, esto implica que

$$\varphi = K\delta L = \frac{4\pi}{\lambda}d \quad (2.1)$$

donde λ es la longitud de onda del láser utilizado y K es el número de onda ($2\pi/\lambda$). Es posible observar que existe una diferencia de camino óptico adicional

entre R y P debido a la geometría del microcantilever, sin embargo, esta diferencia es constante y puede ser omitida de los cálculos.

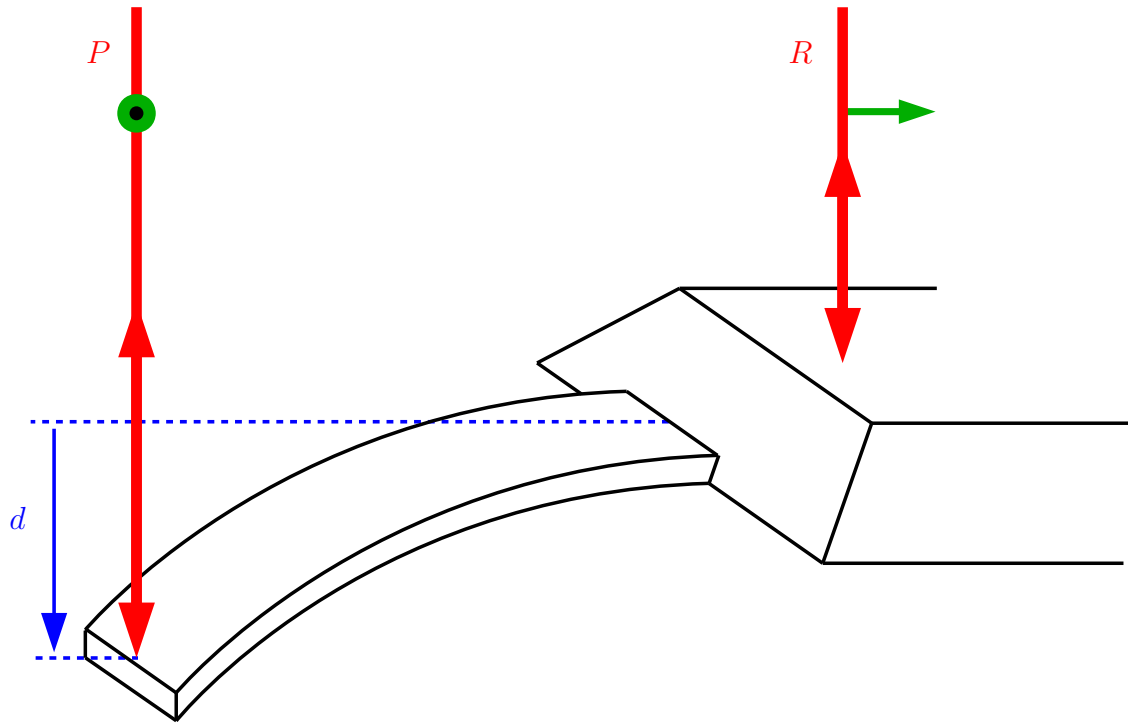


Figura 2.1: Para obtener información sobre la deflexión d del microcantilever se divide un rayo láser en dos, una referencia (R) que refleja sobre el chip del microcantilever y el rayo de prueba (P) que está enfocado sobre el extremo libre del microcantilever. Estos rayos tienen sus polarizaciones (en color verde) perpendiculares entre sí.

2.2. Acondicionamiento del láser para utilizar en el interferómetro

Para enlazar el láser al interferómetro se ha utilizado un sistema de acoplamiento por fibra óptica (Thorlabs, P5-630PM-FC-2, para el laser de 633 nm y Thorlabs, P5-488PM-FC-2, para el laser de 532 nm) que facilita cualquier ajuste en el interferómetro sin tener que volver a alinear la entrada del rayo láser hacia el instrumento. Por lo general, este sistema permite obtener entre un 70 % y un 80 % de la luz inicial a la salida de la fibra. Es importante resaltar que la fibra óptica

utilizada tiene uno de sus terminales asimétrico para evitar reflexiones múltiples que puedan producir alguna cavidad externa e introducir ruido en la medición. Otra característica de la fibra óptica utilizada, es la estabilidad del estado de polarización de los rayos, ya que se necesita una polarización muy bien definida para hacer las interferencias. Además, un aislador óptico (Thorlabs, IO-3D-633-PBS, para 633 nm y Thorlabs, IO-3-532-LP, para 532 nm) evita que algún rayo vuelva a ingresar al laser produciendo desestabilización. A pesar de que la fibra mantiene la polarización de entrada, se requiere un polarizador con un alto grado de extinción tipo Glan Taylor (Thorlabs, GT10-A) que limpie la polarización antes de entrar en el interferómetro, pues dentro de la fibra ocurren fenómenos que tienden a volver la luz ligeramente elíptica. En la figura 2.2 se muestra como van los dispositivos de forma esquemática, en las figuras 2.3 y 2.4 se ven fotografías del montaje hasta el interferómetro.

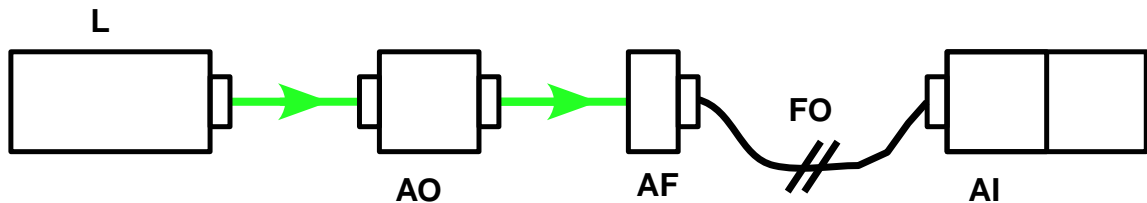


Figura 2.2: Este esquema detalla la ubicación de los dispositivos ópticos que acondicionan la luz láser para utilizar en el interferómetro, **L** es el laser, **AO** es el aislador óptico, **AF** es el acoplamiento para la fibra óptica, **FO** es la fibra óptica y **AI** es el acoplamiento en el interferómetro.

2.3. Análisis y efectos sobre el rayo de entrada

En la figura 2.5 para el rayo de entrada, si el campo eléctrico incidente del láser se considera como $E_0\hat{z}$, debemos rotar la lámina $\lambda/2$ para que quede polarizado como $(E_0/\sqrt{2})(\hat{y} + \hat{z})$. Luego, al reflejarse en el cubo divisor BS_C el campo queda como $(E_0/2)(\hat{x} + \hat{y})$, perdiendo la mitad de la intensidad del rayo. Posteriormente, el rayo pasa por la calcita BD_0 , donde se divide el campo en dos rayos, $(E_0/2)\hat{y}$ para el microcantilever y $(E_0/2)\hat{x}$ en el chip.

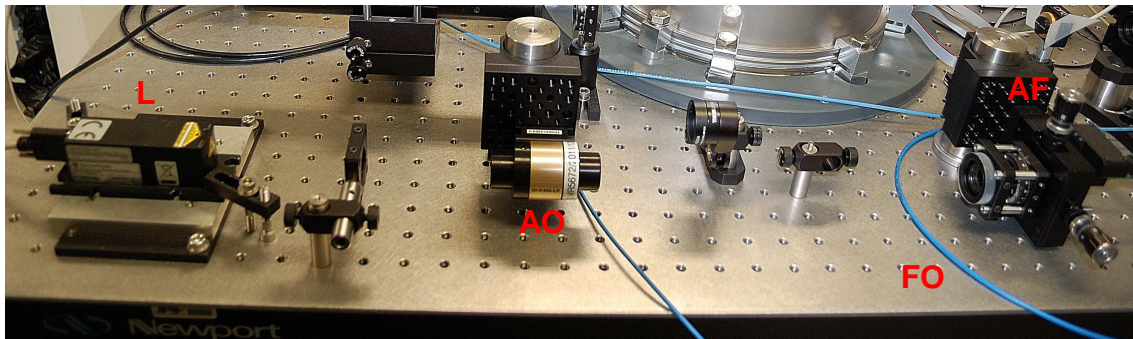


Figura 2.3: En la fotografía podemos ver la ubicación y dimensiones relativas de los dispositivos necesarios para conducir la luz láser hacia el interferómetro en el montaje de 532 nm. **L** es el láser, **AO** es el aislador óptico, **AF** es el acoplamiento para la fibra óptica y **FO** es la fibra óptica.

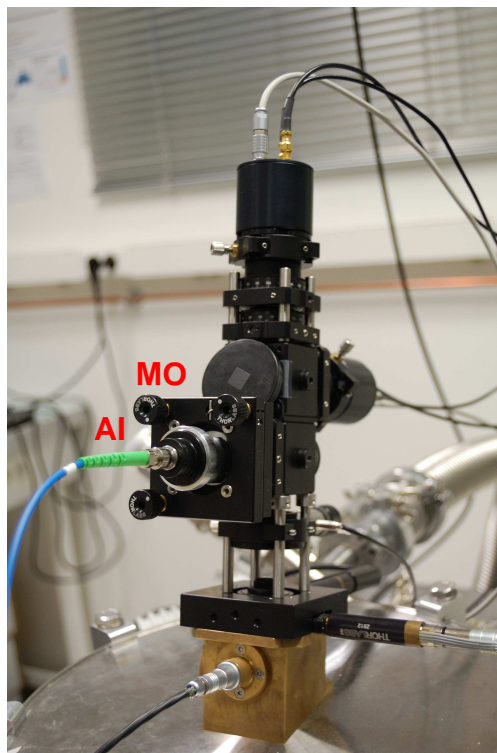


Figura 2.4: Detalle de la entrada de la fibra óptica en el interferómetro. **AI** es el acoplamiento de la fibra óptica en el interferómetro. El color verde del conector de la fibra indica que es de salida asimétrica para evitar rebotes de luz hacia el sistema de acoplamiento, **MO** es una montura óptica que permite alinear el rayo láser una vez ya colimado.

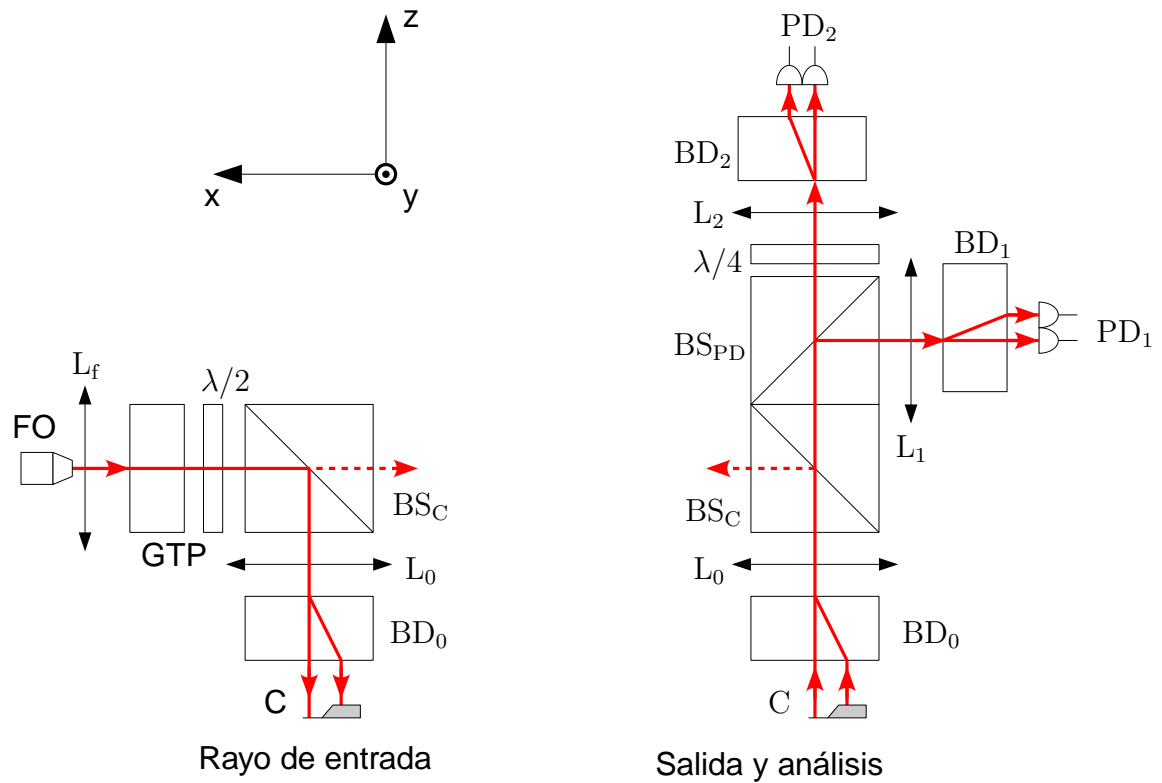


Figura 2.5: **Rayo de entrada:** La luz láser es puesta a la entrada del interferómetro por la fibra óptica **FO**, L_f es un lente colimador para la salida de la fibra óptica, **GTP** es un polarizador tipo Glan Taylor, $\lambda/2$ es una lámina de media onda, BS_C es un cubo divisor que dirige el rayo hacia el microcantilever, L_0 es un lente con $f_0 = 30$ mm para enfocar el rayo sobre el microcantilever, BD_0 es un desplazador de rayo por polarización hecho de calcita y **C** es el microcantilever. **Salida y análisis:** El camino siguiente es el rayo reflejado en el microcantilever y el chip, BS_{PD} es un cubo divisor que dirige el rayo hacia los fotodiodos, L_1 y L_2 son lentes para enfocar los rayos en los correspondientes fotodiodos PD_1 y PD_2 que son de dos cuadrantes, BD_1 y BD_2 son desplazadores de rayo de calcita y $\lambda/4$ es una lámina de cuarto de onda.

Debido a que el eje de la calcita se alinea en el plano xz el rayo que va al chip es afectado por el astigmatismo de la calcita, pues el índice de refracción efectivo para ese rayo es una combinación del índice ordinario y el extraordinario de la forma

$$n_{\text{eff}}(\theta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2(\theta) + n_e^2 \cos^2(\theta)}} \quad (2.2)$$

donde $\theta \simeq 45^\circ$ es el ángulo entre el vector de onda del rayo incidente y el eje óptico del cristal, los índices de refracción de la calcita son $n_o = 1,663$ y $n_e = 1,489$ [1] para una longitud de onda de 532 nm, que corresponde al láser utilizado. Por lo tanto, el índice de refracción efectivo en el cristal para el rayo extraordinario es de $n_{\text{eff}} = 1,569$, todo esto es considerando que el rayo tiene una incidencia normal a la superficie del cristal. Por otra parte, el espesor de la calcita y el ángulo θ determinan la separación de los rayos a la salida, para una calcita con $\theta = 45^\circ$ la separación es alrededor del 10 % del espesor. El cristal que se usó tiene un espesor de 7 mm, por lo que la separación de los rayos es alrededor de 700 μm , valor suficiente para la distancia necesaria según podemos ver en la figura 2.6.

Además debemos considerar que antes de la calcita hay un lente (definido como L_0 en la figura 2.5) para enfocar el rayo en el microcantilever, por lo tanto, los rayos a la salida tienen un cambio en la distancia focal

$$\Delta f = h \left(\frac{n - 1}{n} \right) \quad (2.3)$$

debido a la refracción al pasar por el cristal. Así, los rayos enfocan a distancias distintas entre sí debido a la anisotropía. Mediante la Ec. 2.4 se obtuvo la distancia entre los focos para cada rayo:

$$f_o - f_e = h \left(\frac{n_o - n_{\text{eff}}}{n_o n_{\text{eff}}} \right) \quad (2.4)$$

La distancia focal para el rayo ordinario es más larga que el extraordinario, su diferencia es de 255 μm utilizando una calcita de 7 mm de espesor, es por este motivo que hemos puesto el rayo ordinario sobre el microcantilever y el extraordinario en el chip. La intención es que ambos rayos estén más o menos enfocados sobre las respectivas superficies para disminuir la divergencia de cada rayo, aspecto importante para, posteriormente, mejorar la calidad de las interferencias.

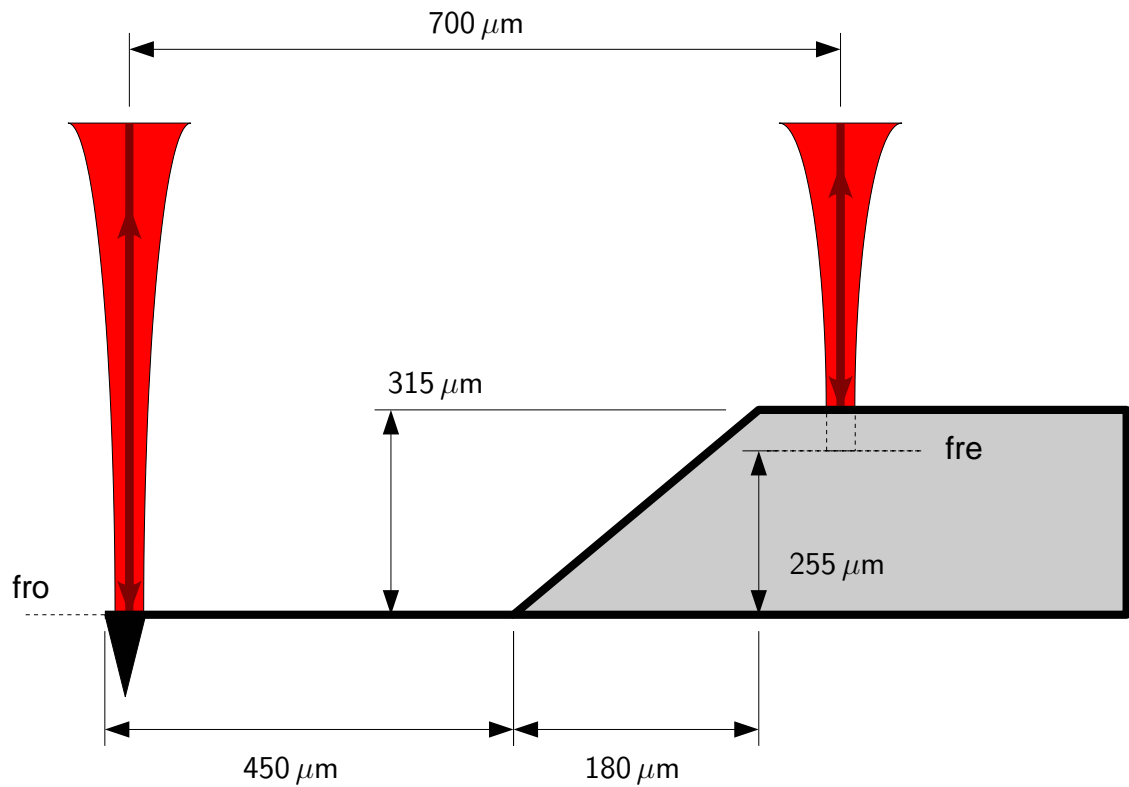


Figura 2.6: Separación de los rayos láser sobre el microcantilever y distancia típica entre la superficie del chip del microcantilever y éste. Además se muestra la posición del foco para el rayo ordinario (**fro**) y la posición del foco del rayo extraordinario (**fre**), se hace incapié en que el plano focal para el rayo extraordinario no alcanza a quedar en la superficie del chip del microcantilever por una pequeña diferencia.

2.4. Rayos de salida y contrastes en los fotodiodos

Para revisar la etapa de salida y análisis de la figura 2.5 se considera los rayos reflejados en el chip y el microcantilever. Como el microcantilever tiene una deflexión d en su extremo libre, esto impone un desfase φ con el campo que refleja en el chip, resultando los campos $(E_0/2)\hat{x}$ en el rayo del chip y $(E_0/2)e^{i\varphi}\hat{y}$ en el rayo del microcantilever. Al pasar por la calcita BD_0 los rayos se recombinan en uno solo, lo que ayuda al sistema a minimizar el ruido que proviene de fuentes externas, como vibraciones, cambios en el índice de refracción o cambios de temperatura. Al cruzar por BS_C , el rayo vuelve a disminuir su potencia a un factor $1/2$. Lo mismo ocurre en BS_{PD} para cada salida. Además, para el rayo transmitido hay un desfase adicional debido a la lámina $\lambda/4$, la cual se ajusta para obtener un campo $E_0/4(\hat{x} + e^{i(\varphi-\pi/2)}\hat{y})$, en el caso del rayo reflejado se tiene un campo $E_0/4(\hat{z} + e^{i\varphi}\hat{y})$. Tanto la calcita BD_1 como BD_2 tienen su eje óptico rotado en 45° respecto del eje óptico de la calcita BD_0 , esto permite que para los segmentos del fotodiodo PD_1 lleguen los campos $E_0/8(1 + e^{i\varphi})(\hat{y} + \hat{z})$ y $E_0/8(1 - e^{i\varphi})(\hat{y} - \hat{z})$, de igual forma, en el fotodiodo PD_2 llegan los campos $E_0/8(1 + e^{i(\varphi-\pi/2)})(\hat{x} + \hat{y})$ y $E_0/8(1 - e^{i(\varphi-\pi/2)})(\hat{x} - \hat{y})$, así, la intensidad de cada segmento queda como

$$I_{1A} = \frac{c}{32}\epsilon_0 E_0^2(1 + \cos\varphi)$$

$$I_{1B} = \frac{c}{32}\epsilon_0 E_0^2(1 - \cos\varphi)$$

$$I_{2A} = \frac{c}{32}\epsilon_0 E_0^2(1 + \sin\varphi) \quad (2.5)$$

$$I_{2B} = \frac{c}{32}\epsilon_0 E_0^2(1 - \sin\varphi) \quad (2.6)$$

De acuerdo con las intensidades de la Ec. 2.6, se ha perdido el 75% de la intensidad de entrada, suponiendo que a la entrada del interferómetro tenemos

$$I_0 = \frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2 \quad (2.7)$$

lo que se debe a las pérdidas en BS_1 , (ver análisis de la figura 2.5).

2.5. Cálculo de desfase y deflexión

Para recuperar la información del desfase φ (entre los rayos de referencia y prueba de la figura 2.1) se debe hacer una operación que calcula los contrastes en cada fotodiodo, esto se logra calculando la diferencia dividida por la suma de cada segmento

$$C_1 = \frac{I_{1A} - I_{1B}}{I_{1A} + I_{1B}} = \cos \varphi \quad (2.8)$$

$$C_2 = \frac{I_{2A} - I_{2B}}{I_{2A} + I_{2B}} = \sin \varphi \quad (2.9)$$

En teoría, de las Ecs. 2.8 y 2.9 obtenemos un círculo unitario perfecto si graficamos C_1 vs C_2 cuando la fase hace un recorrido de 2π . Sin embargo, por la electrónica de adquisición, intensidades remanentes en los fotodiodos y pequeños defectos de la óptica utilizada, la señal obtenida es mejor modelada como las Ecs. 2.10 y 2.11, donde C_{1E} y C_{2E} son los contrastes calculados de forma digital al hacer la adquisición electrónica, A_1 y A_2 son las amplitudes de la señal ($A_1 < 1$, $A_2 < 1$), o_1 y o_2 son los respectivos offset y ψ es la diferencia de fase respecto de una cuadratura perfecta.

$$C_{1E} = A_1 \cos \varphi + o_1 \quad (2.10)$$

$$C_{2E} = A_2 \sin(\varphi + \psi) + o_2 \quad (2.11)$$

Así, para hacer una calibración del instrumento se debe hacer un barrido en la deflexión d tal que φ haga un recorrido de 2π , esto produce una elipse completa que sirve para ajustar los parámetros A_1 , A_2 , o_1 , o_2 y ψ , tal como se muestra en la figura 2.7. Lo que hacemos es ajustar la curva

$$\left(\frac{C_{1E} - o_1}{A_1} \right)^2 + \left[\frac{C_{2E} - o_2}{A_2} - \left(\frac{C_{1E} - o_1}{A_1} \right) \sin \psi \right]^2 \frac{1}{\cos^2 \psi} = 1 \quad (2.12)$$

que proviene de utilizar la identidad $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$ aplicado a las Ecs. 2.10 y 2.11. La Ec. 2.12 nos permite ajustar los parámetros para minimizar la distancia

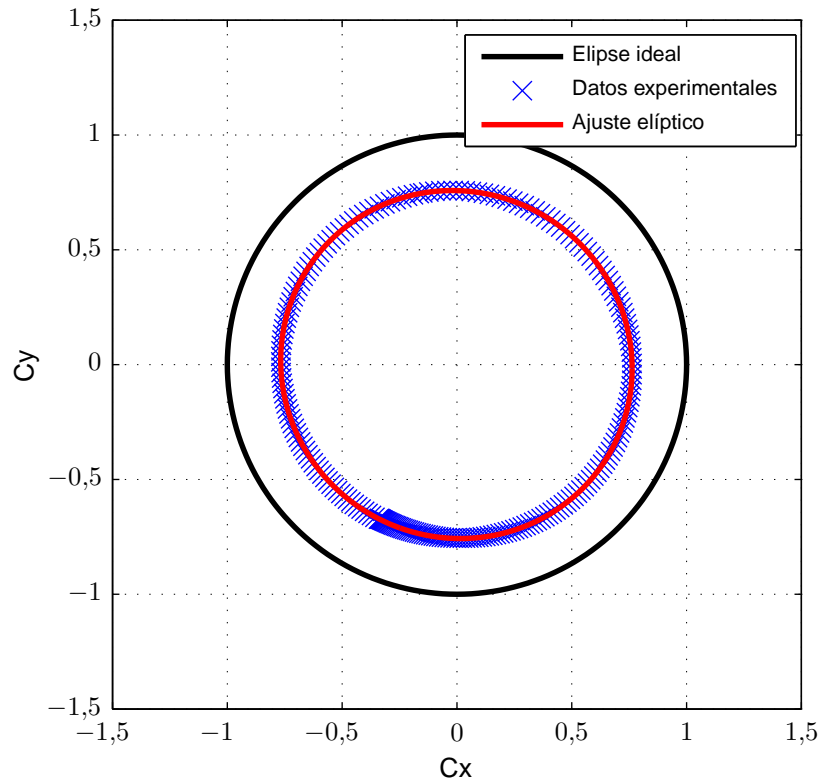


Figura 2.7: Se muestra la elipse ideal (circunferencia de radio 1) y los datos experimentales que se ajustan a la curva descrita en la Ec. 2.12. Los parámetros ajustados fueron $A_1 = 0,77$, $A_2 = 0,76$, $o_1 = 0,0004$, $o_2 = -0,0024$, $\psi = -0,023$ rad.

cuadrática media entre los datos experimentales y el modelo. Una vez que se tienen los parámetros ajustados, φ se calcula como

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{A_1(C_{2E} - o_2) - A_2(C_{1E} - o_1) \sin \psi}{A_2(C_{1E} - o_1) \cos \psi} \right) \quad (2.13)$$

para luego obtener la deflexión d desde la Ec. 2.1. Para una elipse completa, significa una amplitud punta a punta de oscilación de 266 nm utilizando un láser con longitud de onda de 532 nm. Además, vía software se puede llevar una cuenta del número de vueltas de la elipse, permitiendo medir valores de φ mayores a 2π .

2.6. Conclusión

El interferómetro descrito es capaz de obtener información angular de la fase en el rango $(0, 2\pi)$, obteniendo una ventaja sobre otros dispositivos [26]. Por otro lado, si definimos el contraste C como

$$C = \cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi} \quad (2.14)$$

vemos que la sensibilidad bajo esta configuración es independiente del valor de la deflexión d y de cualquier diferencia constante de fases, pues

$$\left| \frac{dC}{dd} \right| = \frac{4\pi}{\lambda} \quad (2.15)$$

Para los rayos de prueba y referencia hemos elegido el rayo ordinario para enfocar sobre el microcantilever, pues el foco está más lejos que el extraordinario y se ve de mejor aspecto en cuanto a la geometría (bastante más circular), por su parte el rayo extraordinario, al estar bajo efectos de astigmatismo, presenta una distorsión en uno de sus ejes, haciendo que se vea más bien elíptico. Cabe destacar que estas características sólo son observables a distancias largas, aun cuando sus efectos sí son perceptibles en las mediciones si intercambiamos los rayos, por lo tanto, la configuración utilizada para los rayos de prueba y referencia sí está justificada.

Capítulo 3

Deflexión de un microcantilever y ruido térmico

Para las dimensiones de cualquier microcantilever utilizado, todos en el orden de los micrones, se requiere analizar cómo es afectado de manera fluctuante por la energía térmica a la cual está sometido, pues el mismo microcantilever presenta fluctuaciones en su red cristalina de silicio además de los recubrimientos que pudiese tener. Por otro lado está el ambiente en que está inmerso el dispositivo, pues el impacto de las mismas moléculas del aire son capaces de inducir movimiento en el microcantilever. Estas interacciones y procesos internos producen una deflexión que se logra ver como ruido mecánico [10, 14, 28], pudiendo observarse, bajo mediciones espectrales, frecuencias en las que este movimiento es resonante, elemento útil para caracterizar el dispositivo mecánicamente.

3.1. Movimiento de un microcantilever, ecuación de Euler-Bernoulli

Asumiendo que el largo L del microcantilever es mucho mayor a su ancho W y que a su vez W es mucho mayor a su espesor H , la dinámica del movimiento se puede estudiar a partir de la ecuación de Euler-Bernoulli en la Ec. 3.1, que

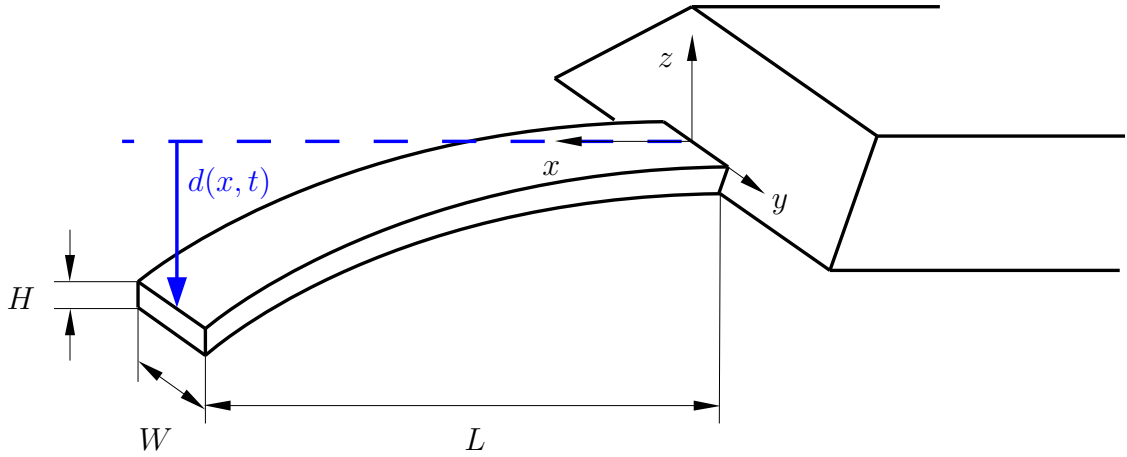


Figura 3.1: Diagrama para el sistema coordenado utilizado en la descripción de la geometría y movimiento del microcantilever.

describe el movimiento de una viga [5, 22]

$$\rho W H \frac{\partial^2 d(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{E W H^3}{12} \frac{\partial^2 d(x, t)}{\partial x^2} \right) = f_{\text{ext}}(x, t) \quad (3.1)$$

donde ρ es la densidad del microcantilever, W es el ancho, H es el espesor, E es el módulo de Young, d es la deflexión que ocurre en el eje z , x es la coordenada espacial longitudinal al microcantilever, cuyo valor es 0 en el extremo fijo y L en el extremo libre, t es el tiempo y $f_{\text{ext}}(x, t)$ es una fuerza externa por unidad de longitud. La figura 3.1 aclara la geometría y el sistema coordenado utilizado.

3.1.1. Deflexión estática

Para analizar el comportamiento del microcantilever se evalúa primero una fuerza puntual estática ($\frac{\partial^2}{\partial t^2} = 0$) aplicada sobre su extremo libre como se indica en 3.2, además se considera que el módulo de Young es constante, salvo que se indique expresamente lo contrario.

$$f_{\text{ext}}(x, t) = f_{\text{tip}} \delta(x - L) \quad (3.2)$$

La Ec. 3.2 implica que $\frac{\partial^4 d}{\partial x^4} = 0$. Si además aplicamos las condiciones de borde en $x = 0$ de una barra empotrada y que en $x = L$ no hay torque debido a que f_{ext}

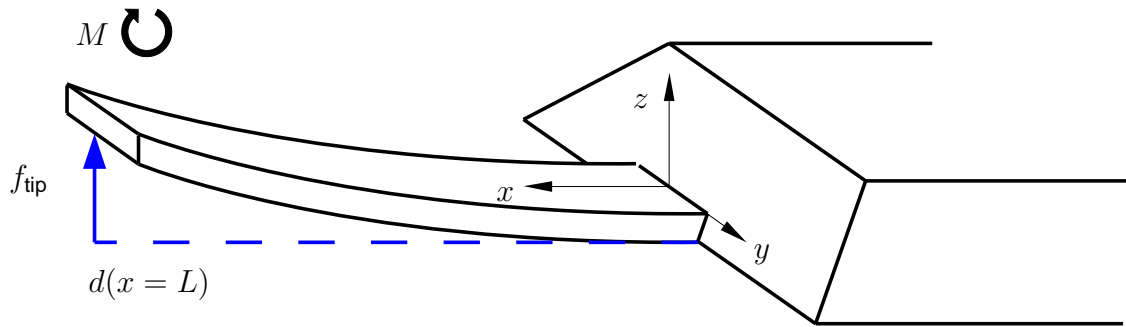


Figura 3.2: Una fuerza externa $f_{ext} = f_{tip}$ es aplicada en $x = L$ produciendo una deflexión d en el mismo punto. La relación estática entre ambas variables conduce a una expresión similar a la ley de Hooke.

se aplica sólo en ese punto, tenemos las Ecs. 3.3 a 3.5

$$d(0) = 0 \quad (3.3)$$

$$d'(0) = 0 \quad (3.4)$$

$$d''(L) = 0 \quad (3.5)$$

Con las condiciones 3.3 y 3.4 resolvemos la Ec. 3.1 partiendo de un polinomio de orden 3

$$\begin{aligned} d(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d \\ \therefore d(x) &= ax^3 + bx^2 = ax^2(x + b') \quad (ab' = b) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Luego aplicamos la condición 3.5

$$d(x) = ax^2(x - 3L) \quad (3.7)$$

Para encontrar el valor de a debemos utilizar la ecuación de momento en el punto $x = L$, en la figura 3.2 se ha dispuesto la ubicación de las variables relacionadas en el microcantilever

$$\begin{aligned}
f_{\text{tip}} &= - \left. \frac{dM}{dx} \right|_{x=L} = - \left. \frac{d}{dx} \left(\frac{EWH^3}{12} \frac{d^2d}{dx^2} \right) \right|_{x=L} \\
\left. \frac{d^3d}{dx^3} \right|_{x=L} &= 6a \\
\therefore f_{\text{tip}} &= \frac{EWH^3}{4L^3} d(L) = k_0 d(L)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

donde M es el momento de flexión en la sección transversal del microcantilever. La solución en la Ec. 3.8 permite encontrar una rigidez del microcantilever $k_0 = \frac{EWH^3}{4L^3}$, que tiene una forma similar a lo que se ve en un sistema masa-resorte.

3.1.2. Modos normales, comportamiento dinámico

Ahora podemos estudiar los modos normales en ausencia de fuerzas externas, la Ec. 3.1 se reescribe como

$$m_c \frac{\partial^2 d(x, t)}{\partial t^2} + \frac{k_0 L^4}{3} \frac{\partial^4 d(x, t)}{\partial x^4} = 0 \tag{3.9}$$

donde m_c es la masa del microcantilever. Se puede buscar una solución de la Ec. 3.9 del tipo $d(x, t) = \Phi(x)e^{i\omega t}$

$$\begin{aligned}
L^4 \frac{\partial^4 d}{\partial x^4} &= -3 \frac{m_c}{k_0} \frac{\partial^2 d}{\partial t^2} \\
\frac{d^4 \Phi}{dx^4} &= \left(\frac{\alpha}{L} \right)^4 \Phi
\end{aligned} \tag{3.10}$$

donde

$$\alpha^4 = 3 \frac{m_c}{k_0} \omega^2 \tag{3.11}$$

Luego, la solución general de esta ecuación queda

$$\Phi(x) = A \sin\left(\frac{\alpha}{L}x\right) + B \cos\left(\frac{\alpha}{L}x\right) + C \cosh\left(\frac{\alpha}{L}x\right) + D \sinh\left(\frac{\alpha}{L}x\right) \tag{3.12}$$

Las condiciones de borde de un cantilever (viga empotrada en uno de sus extremos con el otro libre) son

$$\Phi|_{x=0} = 0 \quad (3.13)$$

$$\left. \frac{d\Phi}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.14)$$

$$\left. \frac{d^2\Phi}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.15)$$

$$\left. \frac{d^3\Phi}{dx^3} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.16)$$

Que aplicadas a la Ec. 3.12 queda el sistema de ecuaciones

$$\Phi(0) = B + C = 0 \quad (3.17)$$

$$\Phi'(0) = A + D = 0 \quad (3.18)$$

$$\Phi''(L) = -A \sin \alpha - B \cos \alpha + C \cosh \alpha + D \sinh \alpha = 0 \quad (3.19)$$

$$\Phi'''(L) = -A \cos \alpha + B \sin \alpha + C \sinh \alpha + D \cosh \alpha = 0 \quad (3.20)$$

Reemplazamos 3.17 y 3.18 en 3.19 y 3.20

$$A(\sin \alpha + \sinh \alpha) + B(\cos \alpha + \cosh \alpha) = 0 \quad (3.21)$$

$$-A(\cos \alpha + \cosh \alpha) + B(\sin \alpha - \sinh \alpha) = 0 \quad (3.22)$$

Luego, del sistema dado por las Ecs. 3.21 y 3.22 encontramos una condición para α como se observa en la Ec. 3.23

$$1 + \cos \alpha \cosh \alpha = 0 \quad (3.23)$$

La Ec. 3.23 impone que sólo algunos α_n sean solución: $\alpha_1 = 1,875$, $\alpha_2 = 4,694$, $\alpha_3 = 7,855 \dots$ donde la solución aproxima a $\alpha_n = (n - 1/2)\pi$ para n lo suficientemente grande. Esto condiciona las frecuencias de resonancia del microcantilever (ver Ec. 3.10 y definición de α). Volviendo a la ecuación original (Ec. 3.12) y aplicando las condiciones encontradas obtenemos la Ec. 3.24 para las autofunciones

del microcantilever.

$$\Phi_n(x) = \left[\cos\left(\alpha_n \frac{x}{L}\right) - \cosh\left(\alpha_n \frac{x}{L}\right) \right] - \frac{\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n}{\sin \alpha_n + \sinh \alpha_n} \left[\sin\left(\alpha_n \frac{x}{L}\right) - \sinh\left(\alpha_n \frac{x}{L}\right) \right] \quad (3.24)$$

Estos $\Phi_n(x)$ forman una base ortogonal de funciones de x en el intervalo $[0, L]$. La forma de los 3 primeros modos se ven en la figura 3.3. Por otro lado, de la definición para α_n tenemos que

$$m_c \omega_n^2 = k_0 \frac{\alpha_n^4}{3} = k_n \quad (3.25)$$

Así, cada modo es como un oscilador armónico de frecuencia ω_n , rigidez k_n y masa m_c [10]. Cada deflexión puede ser descompuesta en sus modos ortogonales como

$$d(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(t) \Phi_n(x) \quad (3.26)$$

donde los β_n son las soluciones del oscilador armónico simple

$$\frac{d^2 \beta_n(t)}{dt^2} = -\omega_n^2 \beta_n(t) \quad (3.27)$$

$$\beta_n = \beta_n^0 e^{i\omega_n t} \quad (3.28)$$

Se debe notar que $|\Phi_n(x = L)| = 2$, por lo tanto, se debe hacer una normalización.

En la figura 3.4 se pueden identificar 5 resonancias que indican los 5 primeros modos normales de vibración para un microcantilever (Nanosensors, PPP-CONTPt) según el modelo descrito. Este microcantilever tiene valores nominales de $450 \mu\text{m}$ de largo y $50 \mu\text{m}$ de ancho con un espesor de $2 \mu\text{m}$ (y además un recubrimiento de platino iridio).

Usando la Ec. 3.25 podemos ver una relación entre las frecuencias angulares de cada resonancia ω_n y los valores de α que cumplen la condición de la Ec. 3.23 y que hemos llamado α_n ,

$$\frac{\omega_n^2}{\alpha_n^4} = \frac{k_0}{3m_c} = K \quad (3.29)$$

luego, este resultado de la Ec. 3.29 debiese ser una constante K posible de determinar en cada una de las resonancias, tal como se muestra en el cuadro 3.1. Se puede comparar los valores de K del cuadro 3.1 con el valor calculado utilizando

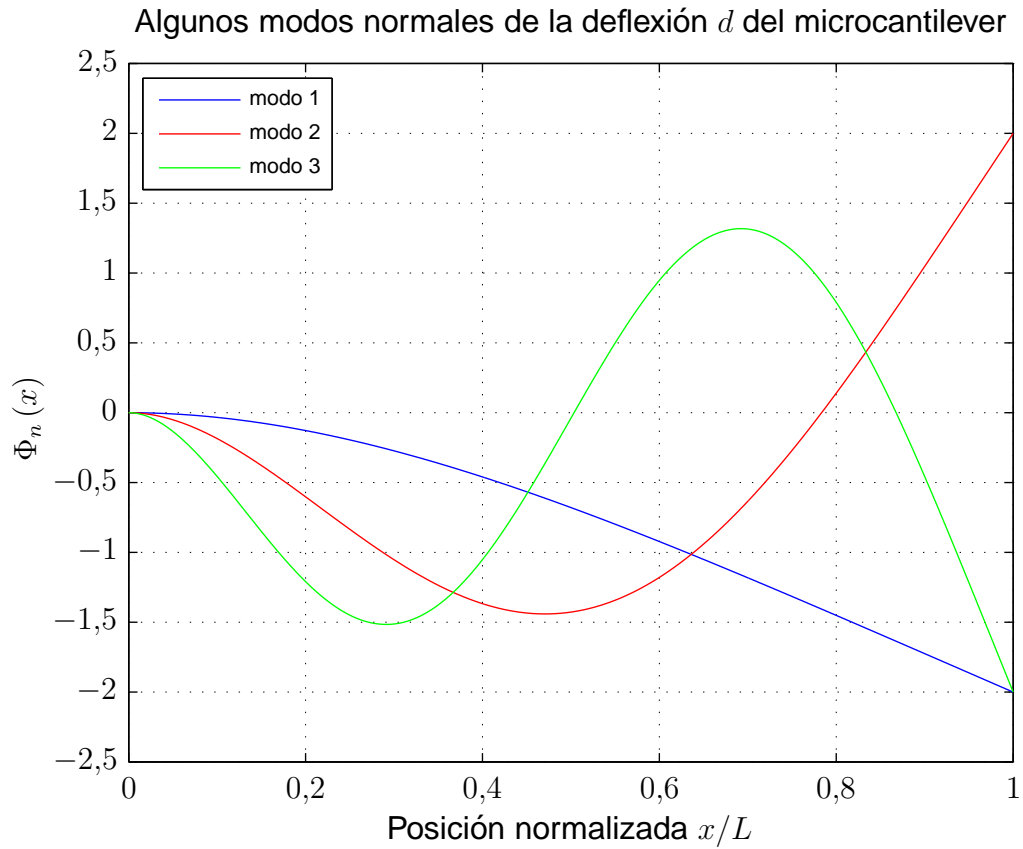


Figura 3.3: Los 3 primeros modos para un microcantilever, es decir, considerando $n = 1, 2, 3$.

modo	f_n (kHz)	α_n	K (kHz ²)
1	13.83	1.875	15.47
2	86.67	4.694	15.47
3	242.2	7.855	15.41
4	473.0	11.00	15.28
5	779.1	14.14	15.19

Cuadro 3.1: Con los valores f_n de las resonancias de la figura 3.4 y los valores α_n para cada modo, podemos calcular una constante K que relaciona estos parámetros, la cual es independiente del modo medido.

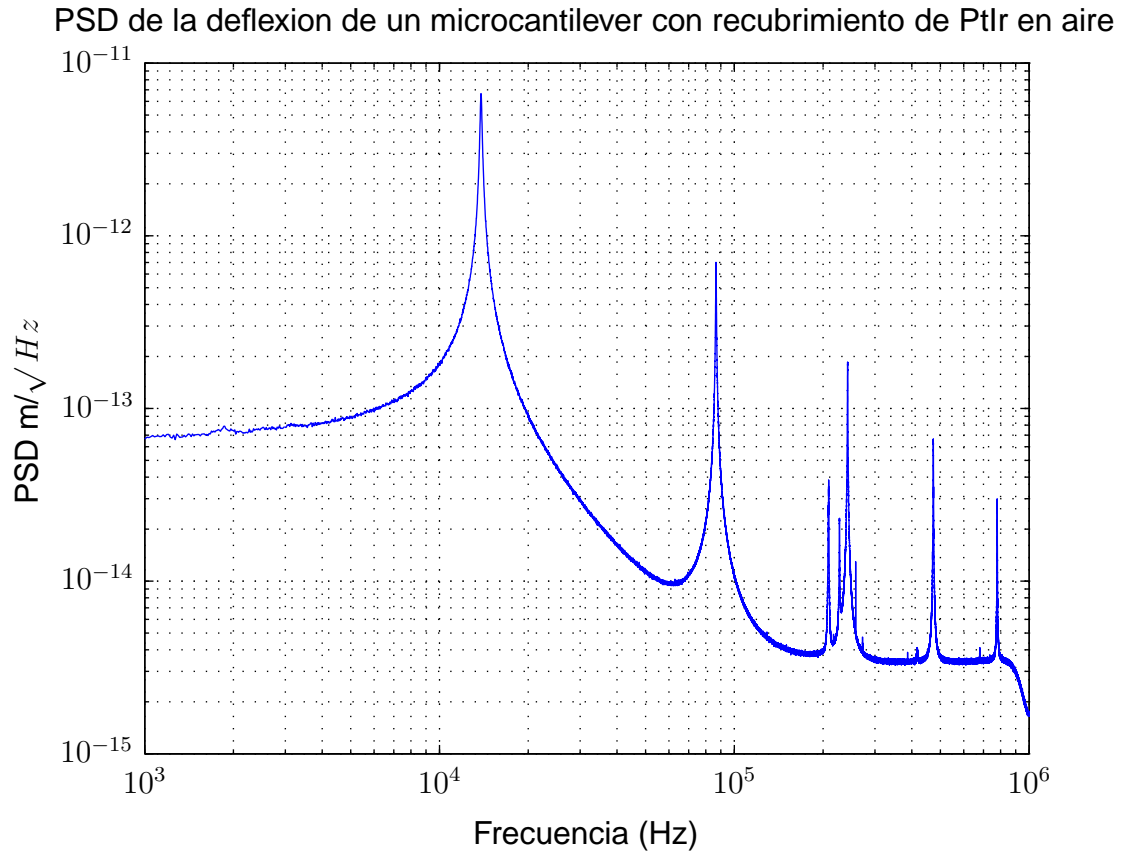


Figura 3.4: Densidad espectral de potencia (PSD) de la deflexión debido al ruido térmico (datos experimentales) de un microcantilever puesto en aire y medido con nuestro interferómetro. Se pueden apreciar rápidamente las 5 primeras resonancias o modos de vibración del sensor.

valores nominales dados por el fabricante del microcantilever $K_{\text{fab}} = 16,11 \text{ kHz}^2$, con lo que podemos verificar el modelamiento y la correcta ubicación de los α_n .

3.2. Disipación de un oscilador armónico, función de transferencia y fluctuación cuadrática media de la deflexión

Para que un modelo de oscilador armónico como el descrito sea compatible con las condiciones experimentales nuestras, falta agregar un término disipativo,

pues el microcantilever está inmerso en un fluido (aire) y además hay efectos disipativos del mismo material debido a fluctuaciones térmicas, esto lleva a resolver el problema considerando una fuente de ruido térmico [18] y considerar que las fluctuaciones de la deflexión se relacionan con la disipación del sistema a través del teorema fluctuación disipación (FDT) [12, 28].

Para estudiar esto, asumimos la ecuación de un oscilador armónico amortiguado con la forma

$$m\ddot{q} + \gamma\dot{q} + m\omega_0^2 q = F(t) \quad (3.30)$$

donde m es la masa, q la variable de posición (luego será lo mismo que d en el microcantilever), γ el coeficiente de amortiguación viscosa, ω_0 la frecuencia de resonancia sin amortiguar y $F(t)$ alguna fuerza externa dependiente del tiempo, luego $\gamma\dot{q}$ es la fuerza viscosa. Si m se reemplaza por L y γ por R , esta es la ecuación de un circuito RLC . Multiplicando 3.30 por \dot{q} y reordenando términos se obtiene una expresión para la potencia de la forma

$$\frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{m\omega_0^2 q^2}{2} \right) = \dot{q}F - \gamma\dot{q}^2 \quad (3.31)$$

y relaciona el cambio de la energía almacenada con la potencia proporcionada por la fuente externa $\dot{q}F$ y la potencia disipada por pérdidas de fricción $\gamma\dot{q}^2$.

3.2.1. Función de transferencia

Este oscilador armónico simple tiene una respuesta lineal a la fuerza impulsora $F(t)$. Si $F(t)$ es una señal sinusoidal $F_\omega e^{-i\omega t}$ y la respuesta es $q_\omega e^{-i\omega t}$, la Ec. 3.30 se puede escribir como $q_\omega = G(\omega)F_\omega$, donde

$$G(\omega) = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} \quad (3.32)$$

es la función de transferencia del sistema, desde el punto de vista de análisis de señales, esta es la función que relaciona la entrada F con la salida q del sistema. Si $F(t)$ tiene la forma más general

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F(\omega) e^{-i\omega t} \quad (3.33)$$

luego la solución es

$$q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega q(\omega) e^{-i\omega t} \quad (3.34)$$

donde las componentes de Fourier están simplemente relacionadas por la función de respuesta lineal

$$q(\omega) = G(\omega)F(\omega) \quad (3.35)$$

Los valores cuadráticos de los coeficientes de Fourier se relacionan como

$$|q(\omega)|^2 = |G(\omega)|^2 |F(\omega)|^2 \quad (3.36)$$

para alguna forma particular de $F(t)$.

3.2.2. Densidad espectral de potencia (PSD)

La respuesta del oscilador armónico simple a una perturbación aleatoria estacionaria es considerada ahora. Podemos tomar un promedio del ensemble a cada lado de la Ec. 3.36, y luego el límite, como el intervalo de medición τ se torna grande, puede ser escrito como

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \langle |q(\omega)|^2 \rangle = |G(\omega)|^2 \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \langle |F(\omega)|^2 \rangle \quad (3.37)$$

donde los coeficientes de Fourier $q(\omega)$ y $F(\omega)$ están definidos en el intervalo de medición

$$q(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\tau}^{\tau} d\tau q(\tau) e^{i\omega\tau} \quad (3.38)$$

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\tau}^{\tau} d\tau q(\tau) e^{i\omega\tau} \quad (3.39)$$

El carácter de $|G(\omega)|^2$ es fijado por la función respuesta del sistema y es independiente del promedio. La función impulsora es descrita por la densidad espectral de la fuente o $S_F(\omega)$. Para una fuerza impulsora aleatoria estacionaria, eso es, una fuerza para la cual $\langle F(t)F(t + \Delta t) \rangle$ es independiente de t , la densidad espectral $S_q(\omega)$ de la coordenada q es

$$S_q(\omega) = |G(\omega)|^2 S_F(\omega) \quad (3.40)$$

3.2.3. Ruido térmico

Si el oscilador armónico simple está en equilibrio térmico con su entorno, por períodos cortos de tiempo, el sistema puede ser visto como aislado y la energía del sistema es

$$H = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2q^2 \quad (3.41)$$

Si $q(t)$ es expandido en términos de los coeficientes de la integral de Fourier $q(\omega)$, podemos escribir el Hamiltoniano como

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \left[\frac{1}{2}m (\omega\omega' + \omega_0^2) \right] [q(\omega)q(\omega')^*] e^{i(\omega'-\omega)t} \quad (3.42)$$

Del teorema de equipartición, el valor térmico promedio de H es $\langle H \rangle = k_B T$. Así el ensemble promedio de la Ec. 3.42 es independiente de la variable temporal t y esto sólo es posible con $\omega = \omega'$. Mediante la operación

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} d\tau \langle \rangle$$

sobre la Ec. 3.42 quedamos habilitados para la introducción apropiada de $\delta(\omega - \omega')$ por la integración temporal y la introducción de la densidad espectral $S_q(\omega)$ para la coordenada q . La Ec. 3.36, $S_q(\omega) = |G(\omega)|^2 S_F(\omega)$, puede ser utilizada para reemplazar $S_q(\omega)$ por la densidad espectral de la fuente. Con esas operaciones, la expresión se reduce a

$$k_B T = m \int_0^{\infty} d\omega (\omega^2 + \omega_0^2) |G(\omega)|^2 S_F(\omega) \quad (3.43)$$

La resolución de esta integral está detallada en el Apéndice C, encontrando así una relación para la densidad espectral de la fuente térmica de la forma

$$S_F(\omega) = 2 \frac{\gamma}{\pi} k_B T \quad (3.44)$$

Con este resultado podemos construir una expresión para la densidad espectral de la coordenada q

$$S_q(\omega) = \frac{2\gamma}{\pi} k_B T \frac{1}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (3.45)$$

$$S_q(\omega) = \frac{2k_B T}{\pi k \omega_0} \frac{1/Q}{(1 - u^2)^2 + (u/Q)^2} \quad (3.46)$$

acá el factor 2 indica que sólo estamos considerando las frecuencias positivas, para estar acorde a un escenario experimental, ω_0 es la frecuencia angular de resonancia sin amortiguar, $Q = m\omega_0/\gamma$ es el factor de calidad, $k = m\omega_0^2$ es la rigidez del microcantilever y $u = \omega/\omega_0$ es la frecuencia reducida. El resultado de la Ec. 3.46 es el mismo que se obtiene al hacer el cálculo mediante el teorema fluctuación disipación (FDT) [28].

3.2.4. Calibración de rigidez

Hemos calculado (Ec. 3.8), sólo por condiciones geométricas y alguna característica del material, que $k_0 = \frac{EWH^3}{4L^3}$, k_0 es la constante de rigidez, E módulo de Young del material, L , W y H son el largo, ancho y espesor del microcantilever respectivamente. Sin embargo, determinar la rigidez sólo por la geometría del microcantilever entrega valores nominales alejados del valor real, esto debido a las condiciones geométricas que son variables y diferentes a las especificadas por el fabricante, sobre todo por el espesor H . El uso de la Ec. 3.46 permite predecir el espectro en frecuencia de la deflexión debido al ruido térmico considerando el modelo mecánico de un oscilador forzado. La densidad espectral calculada tiene una forma lorentziana con un pico en $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, tal como se puede apreciar en la figura 3.5. Utilizando el PSD para d (la señal que tiene fluctuaciones debido al ruido térmico, donde $\langle d \rangle = 0$) en la Ec. 3.47 y el principio de equipartición en la Ec. 3.48, es posible encontrar un valor experimental para la rigidez k [21], la cual puede ser calculada para cada modo de vibración como se vió en la Ec. 3.25

$$\int_0^\infty S_d(\omega) d\omega = \langle d^2 \rangle = k_B T / k \quad (3.47)$$

$$\frac{1}{2} k \langle d^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T \quad (3.48)$$

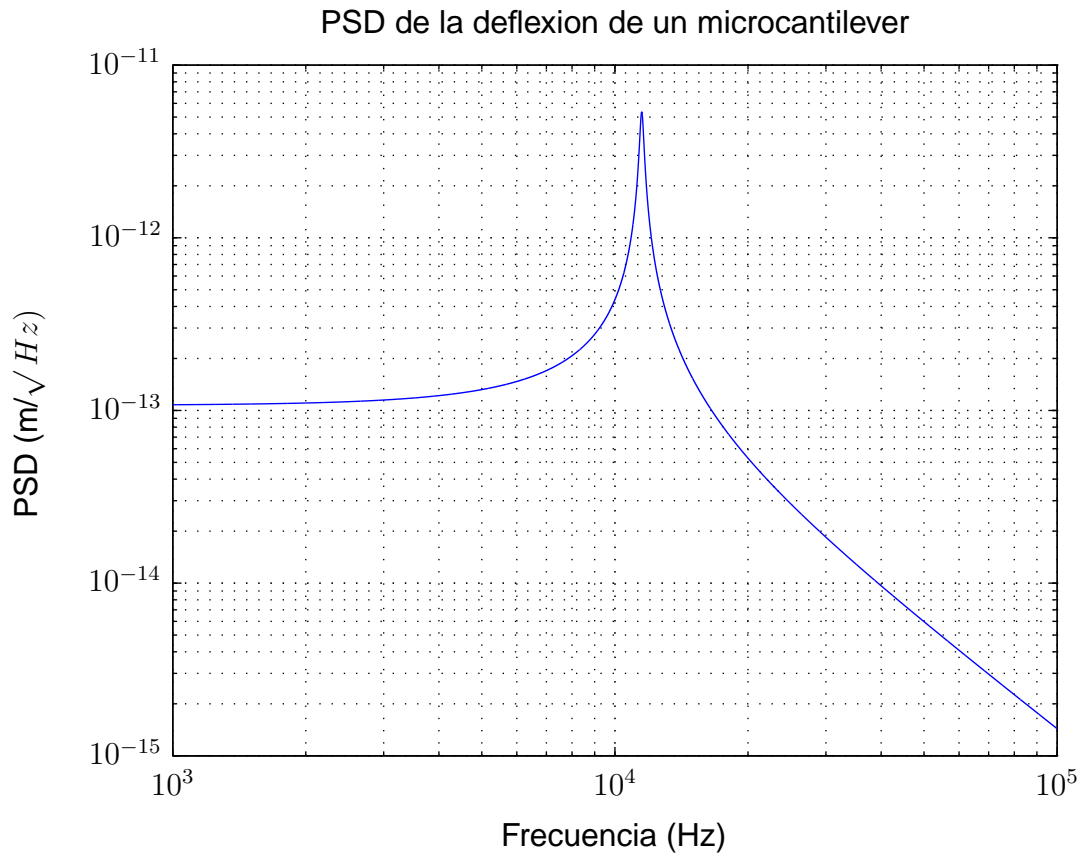


Figura 3.5: Gráfica de la Ec. 3.46 para el modo fundamental con los parámetros $k = 0,4 \text{ N/m}$, $f_0 = 11,5 \text{ kHz}$, $T = 300 \text{ K}$ y $Q \approx 50$. El factor de calidad Q se puede tomar del ancho de la resonancia a la altura media, mientras que la rigidez k se puede calcular de la integral de la curva utilizando el teorema de equipartición.

3.3. Aplicación de la solución de Euler-Bernoulli al sistema amortiguado

La representación anterior como oscilador armónico simple (SHO, de la sigla en inglés) para el movimiento del microcantilever es aproximadamente válida sólo cuando estamos interesados en el primer modo o modo principal de vibración. Pero como ya vimos por la representación de Euler-Bernoulli, hay más información en el movimiento, ésto dado por la descomposición en los modos normales de

vibración, similar al desarrollo que vimos para la Ec. 3.26. Podemos aplicar ahora una fuerza viscosa debido al fluido que rodea el microcantilever, el desarrollo teórico utilizado es el modelo de Sader [15, 16, 27], agregando además el teorema fluctuación disipación para cada modo de vibración, partimos por la ecuación dinámica

$$\frac{k_0}{3}L^3\frac{\partial^4 d(x,t)}{\partial x^4} + \frac{m_c}{L}\frac{\partial^2 d(x,t)}{\partial t^2} = f_{\text{ext}}(x,t) + f_{\text{fluido}}(x,t) \quad (3.49)$$

equivalentemente, en el espacio de Fourier

$$\frac{k_0}{3}L^3\frac{d^4 d(x|\omega)}{dx^4} - \frac{m_c}{L}\omega^2 d(x|\omega) = f_{\text{ext}}(x|\omega) + f_{\text{fluido}}(x|\omega) \quad (3.50)$$

donde k_0 y m_c son la rigidez y masa del microcantilever, f_{ext} y f_{fluido} son las fuerzas externa y del fluido por unidad de longitud, respectivamente. Cuando estas fuerzas son cero tenemos la solución de los modos normales, resueltos anteriormente en la Ec. 3.24

En el modelo de Sader, se supone el movimiento del fluido como bidimensional en el plano (y, z) , un segmento dx de espesor H y ancho W en la posición x a lo largo del microcantilever es tratado como si éste tuviese una longitud infinita a lo largo de x . Así, $f_{\text{fluido}}(x|\omega)$ es vertical y depende sólo de $d(x|\omega)$

$$f_{\text{fluido}}(x|\omega) = \frac{m_c}{L}\omega^2\tau(\omega)d(x|\omega) \quad (3.51)$$

donde $\tau(\omega) = \tau_r(\omega) + i\tau_i(\omega)$ es la función hidrodinámica de un microcantilever rectangular. En el trabajo de Sader está la forma explícita de esta función para cualquier tamaño del microcantilever. Para resolver la Ec. 3.50 relacionando la deflexión d con la fuerza externa f_{ext} , proyectamos ambas variables sobre la base de los modos normales Φ_n

$$d(x|\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\omega)\Phi_n(x) \quad (3.52)$$

$$f_{\text{ext}}(x|\omega) = \frac{1}{L}\sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(\omega)\Phi_n(x) \quad (3.53)$$

Además podemos proyectar la Ec. 3.50 en la base de los modos normales Φ_n

para obtener la función de transferencia $1/G_n$ del modo n

$$\left(\frac{k_0}{3} \alpha_n^4 - m_c \omega^2 [1 + \tau(\omega)] \right) \beta_n(\omega) = \eta_n(\omega) \quad (3.54)$$

Luego,

$$G_n(\omega) = \frac{\eta_n(\omega)}{\beta_n(\omega)} \quad (3.55)$$

$$= \frac{k_0}{3} \alpha_n^4 - m_c \omega^2 [1 + \tau_r(\omega)] - i m_c \omega^2 \tau_i(\omega) \quad (3.56)$$

$$= k_n - m_{\text{eff}}(\omega) \omega^2 + i \gamma_{\text{eff}}(\omega) \omega \quad (3.57)$$

De acuerdo con este resultado, cada modo normal para un microcantilever sumergido en algún fluido se comporta como un oscilador de rigidez k_n , masa $m_{\text{eff}}(\omega) = m_c [1 + \tau_r(\omega)]$ que corresponde a la masa del microcantilever más un término inercial dado por el fluido que se encuentra a lo largo del microcantilever y un coeficiente de amortiguación $\gamma_{\text{eff}}(\omega) = -m_c \omega \tau_i(\omega)$. Si aplicamos el mismo procedimiento anterior para encontrar la densidad espectral con esta función de transferencia tenemos

$$S_{\beta_n}(\omega) = \frac{2k_B T}{\pi} \frac{\gamma_{\text{eff}}(\omega)}{(k_n - m_{\text{eff}}(\omega) \omega^2)^2 + (\gamma_{\text{eff}}(\omega) \omega)^2} \quad (3.58)$$

Para geometrías razonables de un microcantilever, $m_{\text{eff}}(\omega)$ y $\gamma_{\text{eff}}(\omega)$ tienen lenta variación con la frecuencia, por lo tanto, cada modo es cercano a las resonancias de un oscilador armónico de rigidez k_n masa $m_{\text{eff}}(\omega_n)$ y coeficiente de amortiguación $\gamma_{\text{eff}}(\omega_n)$. En la figura 3.6 se muestra un ejemplo del modelo de Sader para las 5 primeras resonancias de un microcantilever típico. En el modelo de Sader, la disipación es homogénea a lo largo del microcantilever, por lo tanto, el ruido térmico actuando sobre cada modo no está correlacionado, esto implica que las fluctuaciones de la deflexión medida en la coordenada x es la suma directa de la contribución de cada modo

$$S_d(x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} S_{\beta_n}(\omega) |\Phi_n(x)|^2 \quad (3.59)$$

Además, la no correlación entre los modos debido al ruido térmico nos permite

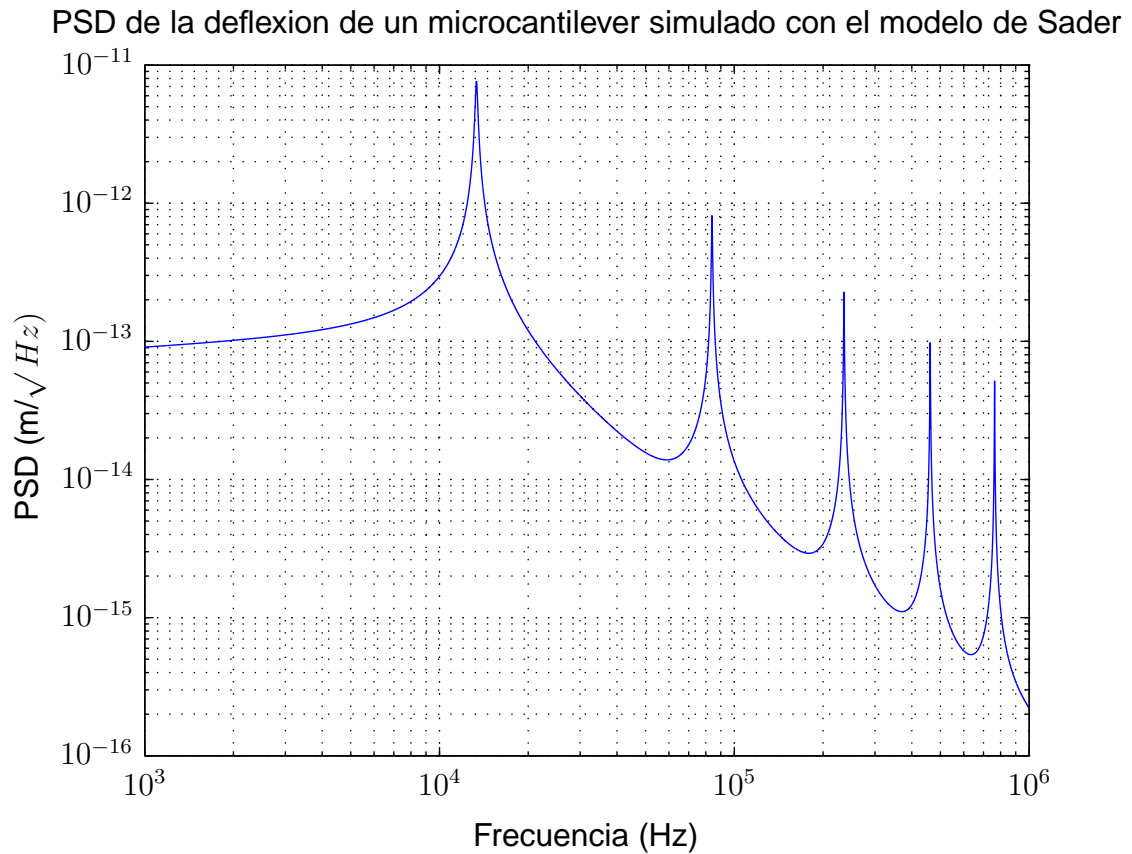


Figura 3.6: Hemos graficado la Ec. 3.59 para las 5 primeras resonancias de un microcantilever de silicio cuyas dimensiones son $450 \mu\text{m}$ de largo, $50 \mu\text{m}$ de ancho y $2,0 \mu\text{m}$ de espesor. Si lo comparamos con la figura 3.4 vemos que tiene un comportamiento muy similar, limitado sólo por el ruido de base. Las resonancias son muy similares, pues los valores utilizados son los nominales para un microcantilever como el de la figura 3.4.

ajustar cada resonancia de los espectros en frecuencia para la deflexión de forma independiente.

3.3.1. Conclusión

Se ha hecho una descripción teórica del ruido de la deflexión que ajusta bien a lo observado en los experimentos. El modelamiento de Euler Bernoulli es útil a pesar de las dimensiones del microcantilever, sólo fue necesario agregar fenómenos adicionales debido a la naturaleza misma del sistema, puesto que está inmer-

so en un fluido y dentro del mismo microcantilever existen efectos disipativos de energía que a la escala del sistema utilizado produce efectos del orden de la energía térmica, mostrando movimientos o fluctuaciones que son detectables por nuestro interferómetro. La Ec. 3.58 en conjunto con el teorema de equipartición de la energía permiten calcular un valor experimental de la rigidez para cada modo de vibración, hecho importante para tener una buena calibración, ya que por lo general, los fabricantes de microcantilevers adjuntan una hoja de datos donde el valor de la constante de rigidez del primer modo no está para nada bien acotada, sino que varía a lo menos en un orden de magnitud. Las dimensiones un tanto diferentes entre cada microcantilever de un mismo modelo y marca hacen que sea necesario realizar esta calibración, pues la dimensión más crítica es el espesor H y por ser muy delgado puede generar grandes diferencias sólo con un $\Delta H = 1 \mu\text{m}$, donde además k_0 es proporcional a H^3 .

Capítulo 4

Electrónica de retroalimentación

El interferómetro por sí solo (más un sistema de adquisición de datos) es suficiente para medir la deflexión del microcantilever en experimentos donde se requiere medir fuerzas respecto de una distancia. Para realizar tareas de microscopía de fuerzas atómicas se requieren imágenes, donde ya sea en modo contacto o modo dinámico se debe hacer un control sobre la posición de la plataforma que soporta a la muestra. Este control se realiza mediante un sistema de retroalimentación entre la deflexión del microcantilever y la posición del soporte de la muestra. En este capítulo se describe una posible electrónica de acondicionamiento de las salidas del interferómetro para realizar esa tarea de retroalimentación que controla la posición de la muestra.

4.1. Problema inicial

En nuestros experimentos hemos evaluado un circuito electrónico para obtener una señal de retroalimentación que se utiliza en modo contacto o de fuerza constante. La principal dificultad para obtener esta información está en las señales de salida de nuestro instrumento, pues inicialmente tenemos 4 canales que son procesados por software, de donde finalmente se calcula la deflexión (explicado en el capítulo dedicado al interferómetro) y necesitamos sólo una señal de retroalimentación. Es posible calcular analógicamente los contrastes, pues son sumas, restas y divisiones realizables con electrónica dedicada a operaciones aritméticas como el multiplicador analógico (Analog Devices, AD734) utilizado

por nosotros, esto permite reducir las señales a 2

$$C_{1a} = 10 \text{ V} \frac{I_{1A} - I_{1B}}{I_{1A} + I_{1B}} = B_1 \cos \varphi + b_1 \quad (4.1)$$

$$C_{2a} = 10 \text{ V} \frac{I_{2A} - I_{2B}}{I_{2A} + I_{2B}} = B_2 \sin(\varphi + \psi) + b_2 \quad (4.2)$$

Estas ecuaciones son equivalentes a los contrastes digitales de las Ecs. 2.10 y 2.11, donde además los parámetros son

- B_1 y B_2 amplitudes no ideales ($< 10 \text{ V}$)
- b_1 y b_2 centro de la elipse (idealmente $(0 \text{ V}, 0 \text{ V})$)
- ψ rotación de la elipse (idealmente 0)

Una opción rápida puede ser utilizar sólo una de las señales de contraste, pero el problema está en que la sensibilidad de cada contraste depende del punto de trabajo sobre la elipse formada por los contrastes en eje x y eje y , por ejemplo, si $\varphi \sim 0$, $C_{2a} \sim \sin \varphi \sim \varphi$ lo cual es bueno, pero $C_{1a} \sim \cos \varphi \sim 1 - \varphi^2/2$ lo cual sería inadecuado, esto hace que debamos definir el cero y sintonizarlo ópticamente para obtener la mejor sensibilidad y por consiguiente, una tolerancia a las desviaciones o corrimientos limitada a algún pequeño rango alrededor de este punto de trabajo.

4.2. Principio para una solución de retroalimentación

Para lograr la retroalimentación adecuada presentamos una solución basada en el procesamiento electrónico de ambas señales de contraste, la idea básica es utilizar una expresión en el campo de los complejos para las Ecs. 2.8 y 2.9

$$C = C_1 + iC_2 = \cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi} \quad (4.3)$$

Y hacemos pequeñas variaciones de φ alrededor de un valor φ_0 , si escribimos $\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi$ y $C_n = C_n^0 + \delta C_n$, tenemos

$$C_1 + iC_2 = e^{i\varphi} \quad (4.4)$$

$$C_1^0 + \delta C_1 + i(C_2^0 + \delta C_2) = e^{i(\varphi_0 + \delta\varphi)} \quad (4.5)$$

$$C_1^0 + iC_2^0 + \delta C_1 + i\delta C_2 = (1 + i\delta\varphi)e^{i\varphi_0} \quad (4.6)$$

Como $C_1^0 + iC_2^0 = e^{i\varphi_0}$ podemos despejar una expresión para $\delta\varphi$ desde la Ec. 4.6

$$i\delta\varphi = e^{-i\varphi_0}(\delta C_1 + i\delta C_2) \quad (4.7)$$

$$i\delta\varphi = (\delta C_1 + i\delta C_2)(C_1^0 - iC_2^0) \quad (4.8)$$

$$\delta\varphi = C_1^0\delta C_2 - C_2^0\delta C_1 \quad (4.9)$$

$$= C_1^0(C_2 - C_2^0) - C_2^0(C_1 - C_1^0) \quad (4.10)$$

$$\delta\varphi = C_1^0C_2 - C_2^0C_1 \quad (4.11)$$

La Ec. 4.11 se puede obtener analógicamente y usar como señal de retroalimentación cuidando los otros parámetros de las Ecs. 4.1 y 4.2 (los contrastes).

El primer paso es ajustar los pequeños offsets a cero (b_1 y b_2), ubicando lo mejor posible los fotodetectores con un algoritmo de ajuste en tiempo real de la elipse durante la alineación, se debe procurar que la óptica esté tan centrada como sea posible y eventualmente, corregir el error remanente electrónicamente. Luego las Ecs. 4.1 y 4.2 se reducen a

$$C_{1a} = B_1 \cos \varphi \quad (4.12)$$

$$C_{2a} = B_2 \sin(\varphi + \psi) \quad (4.13)$$

4.3. Retroalimentación para modo contacto

Para configurar el sistema de retroalimentación se debe definir una posición de referencia para el microcantilever (un set-point de la deflexión) correspondiente a una fase que llamamos φ_{RST} . Luego se almacena el valor de los contrastes en esta posición inicial C_{na}^{RST} ($n = 1, 2$) en un dispositivo de muestreo y retención. Basándonos en la Ec. 4.11 podemos producir un voltaje U_R como resultado de

esa operación matemática con electrónica analógica¹

$$U_R = \frac{1}{10V} (C_{1a}^{\text{RST}} C_{2a} - C_{1a} C_{2a}^{\text{RST}}) \quad (4.14)$$

Usamos las Ecs. 4.12, 4.13 y 4.14 para calcular la relación explícita entre el voltaje de retroalimentación y los parámetros del interferómetro

$$C_{1a}^{\text{RST}} C_{2a} - C_{1a} C_{2a}^{\text{RST}} = B_1 B_2 [\cos \varphi_{\text{RST}} \sin(\varphi + \psi) - \cos \varphi \sin(\varphi_{\text{RST}} + \psi)] \quad (4.15)$$

$$U_R = \frac{B_1 B_2}{10V} \cos \psi \sin(\varphi - \varphi_{\text{RST}}) \quad (4.16)$$

Al final tenemos una señal $U_R \propto \sin(\varphi - \varphi_{\text{RST}}) \sim \varphi - \varphi_{\text{RST}}$, cuando $|\varphi - \varphi_{\text{RST}}| \ll 1$, esta señal se puede usar como señal de retroalimentación.

4.4. Prueba de la electrónica de retroalimentación

El dispositivo electrónico utilizado para hacer las relaciones matemáticas de la Ec. 4.14 ha sido desarrollado en los talleres de electrónica de la ENS de Lyon, basado en el multiplicador analógico AD734 antes mencionado. Como nuestro objetivo es evaluar la electrónica para la retroalimentación no fue posible usar un microcantilever como el objeto que produce las diferencias de fase entre los laser que interfieren, puesto que no podemos acceder a todas las frecuencias que queremos medir, esto por el comportamiento mecánico del microcantilever. En su lugar, hemos utilizado un generador de funciones arbitrarias (Agilent, arbitrary waveform generator 33522A) con el que simulamos los contrastes de las Ecs. 4.12 y 4.13, donde se supone una deflexión sinusoidal $d_0 \sin \omega t$ del microcantilever produciendo una fase del tipo

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} (z_0 + d_0 \sin \omega t) = \varphi_0 + \frac{4\pi}{\lambda} d_0 \sin \omega t \quad (4.17)$$

donde λ es la longitud de onda del laser, φ_0 es un equivalente a la suma de todas las constantes que producen diferencias de camino óptico entre el rayo de prueba

¹En la práctica, el dispositivo electrónico aplica un factor $1/10V$ para el producto de las señales de entrada, así que U_R tiene un valor máximo de $10V$.

y el de referencia, por ejemplo, al interior de la calcita o la diferencia en el punto de reflexión entre el chip y el microcantilever (ver figura 2.6). Se ha explorado un rango de frecuencias desde 1 kHz hasta 1 MHz. El comportamiento del dispositivo se ha analizado graficando la ganancia en función de las frecuencias, considerando diferentes amplitudes B_1, B_2 para los contrastes y diferentes amplitudes d_0 para la deflexión, también se consideró hacer variaciones en los parámetros ψ y φ_0 .

Para calcular las ganancias hemos ajustado los voltajes de salida del dispositivo (U_R) a una función linealizada

$$\tilde{U}_R = G_R d_0 \sin(\omega t + \phi_R) \quad (4.18)$$

linealizando la Ec. 4.16 uno obtiene que, idealmente,

$$G_R = \frac{B_1 B_2}{10 \text{ V}} \cos \psi \frac{4\pi}{\lambda} \quad (4.19)$$

$$\phi_R = 0 \quad (4.20)$$

Debemos destacar que el parámetro z_0 al ser ajustado por φ_{RST}

$$\varphi_{\text{RST}} = \frac{4\pi}{\lambda} z_0 = \varphi_0 \quad (4.21)$$

no aparece.

En lo que sigue vamos a probar la validez de esta aproximación, estudiando G_R y ϕ_R con respecto a la frecuencia y los parámetros de la elipse y del forzamiento.

4.4.1. Dependencia en φ_0 y d_0

Para ir observando el comportamiento de la señal de retroalimentación hemos dividido el problema en términos de los parámetros a controlar, se han considerado los parámetros fijos $B_1 = B_2 = 3 \text{ V}$ y $\psi = 0$.

Como el término φ_0 sólo impone la fase inicial del movimiento no tiene ninguna relevancia al ser controlado por φ_{RST} , se han realizado varias pruebas con distintas fases iniciales, resultando las mismas curvas, es decir, al mirar las curvas de ganancia no hay forma de observar efectos de la fase inicial del movimiento (ver

figura 4.1). En la misma figura, se puede observar además que las frecuencias óptimas para utilizar el dispositivo van del continuo a los 100 kHz.

Al contrario de los efectos de φ_0 , como se puede ver en la figura 4.1, existe una diferencia en la ganancia producto de la no linealidad que existe para diferentes amplitudes de la deflexión, esto puede ser corregido agregando un factor a la función G_R de la forma

$$G_R = \frac{B_1 B_2}{10 \text{ V}} g \left(\frac{4\pi}{\lambda} d_0 \right) \frac{4\pi}{\lambda} \cos \psi \quad (4.22)$$

donde g es una función dependiente del argumento de la sinusoidal linealizada. A primer orden significativo en d_0 tenemos, según la Ec. 4.16, que

$$g(\epsilon) = 1 - \frac{\epsilon^2}{8} \quad (4.23)$$

Para ajustar alguna forma definida a la función $g \left(\frac{4\pi}{\lambda} d_0 \right)$ realizamos una secuencia de d_0 desde 1 nm hasta 50 nm uno por uno a una frecuencia fija de 10 kHz. El ajuste de los datos se ha realizado con una función del tipo $a - bx^2$ con

$$\begin{aligned} a &= 0,9844 \pm 0,0003 \\ b &= 0,1213 \pm 0,0006 \end{aligned} \quad (4.24)$$

corroborando que estos valores están muy cerca del modelo (ver figura 4.2). Si aplicamos este factor de corrección las ganancias son las mismas independiente de la amplitud de la deflexión como se ve en la Fig. 4.3.

4.4.2. Dependencia en B_1 y B_2

Al cambiar la amplitud de los contrastes (B_1 y B_2), podemos ver que G_R se ve inmediatamente afectado, pues es proporcional al producto de ambos contrastes (ver Ec. 4.22), el efecto se ve claramente en la figura 4.4 donde se han elegido 3 amplitudes diferentes de 1,0; 3,0 y 4,8 V. Esto se traduce a probar distintos tamaños en la elipse de los contrastes, que a su vez significa probar situaciones donde se tiene mejor o peor ganancia, por ejemplo, microcantilevers con mejor o peor reflectividad.

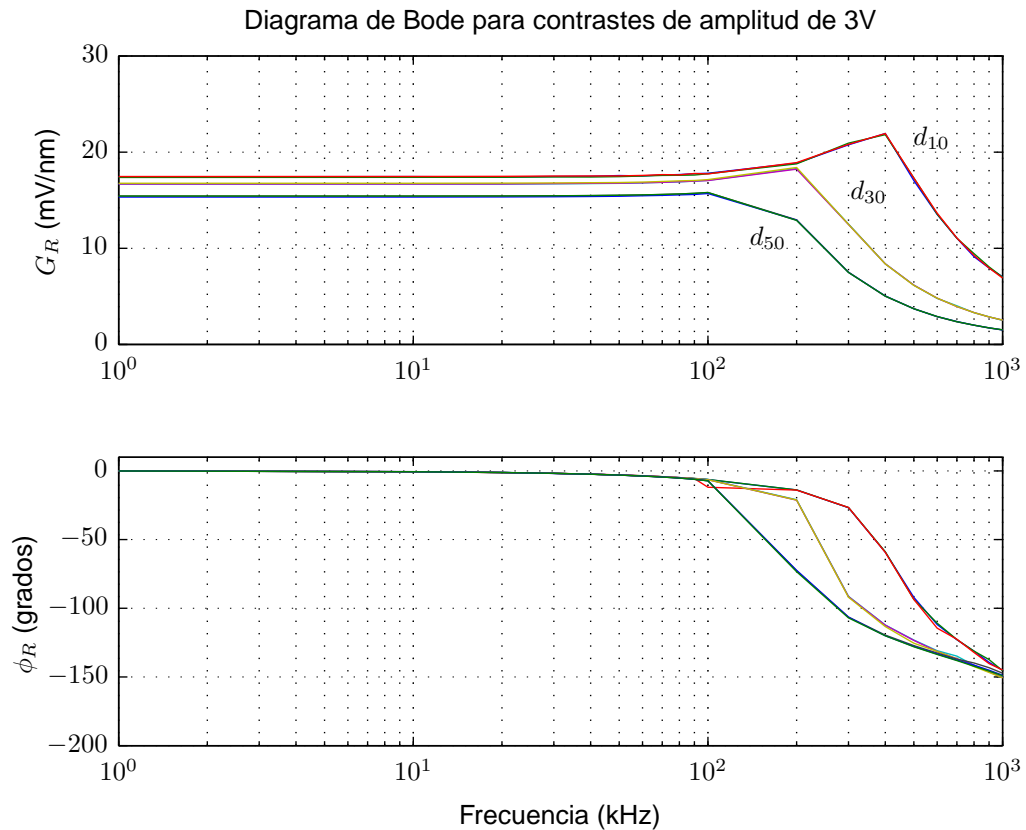


Figura 4.1: Para unos contrastes de amplitud $B_1 = B_2 = 3V$ podemos observar que las ganancias se agrupan dependiendo de la amplitud del movimiento del microcantilever, donde d_{10} , d_{30} y d_{50} representan las amplitudes de deflexión d_0 de 10, 30 y 50 nm respectivamente. Cada amplitud de deflexión d_0 ha sido medida a diferentes fases iniciales φ_0 para las que no se observa efectos significativos. Se observa además un comportamiento homogéneo hasta una frecuencia de 100 kHz.

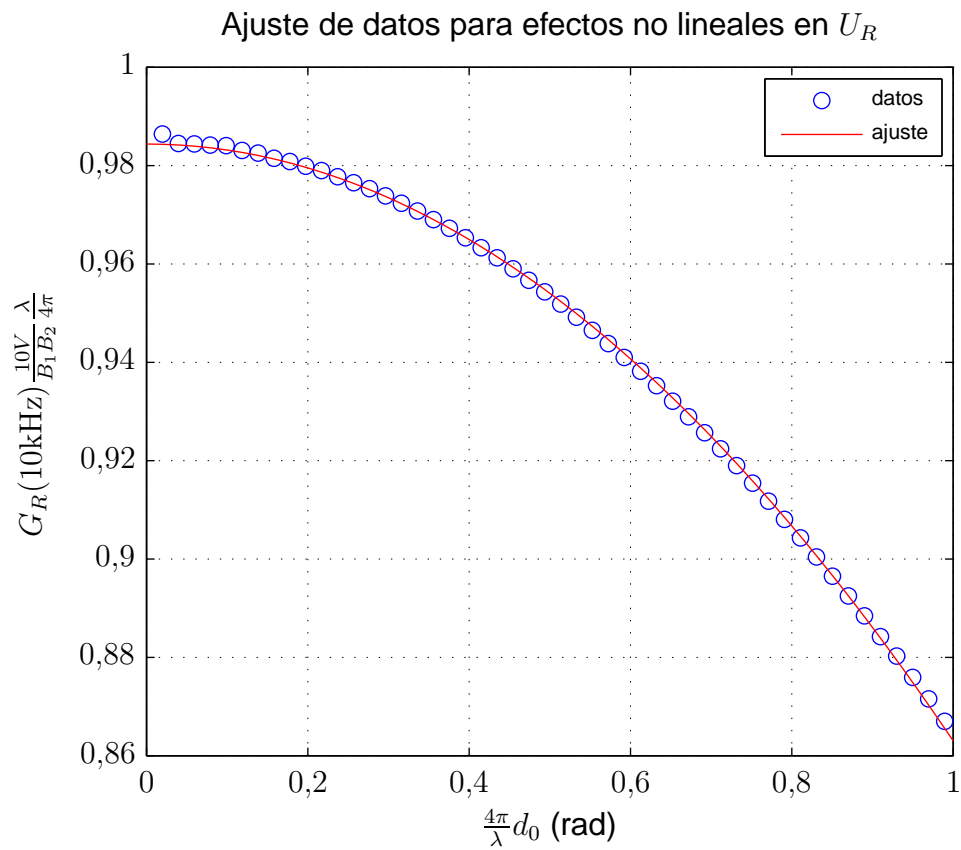


Figura 4.2: Función de no linealidad g medida a baja frecuencia (10 kHz). El factor 10 V del multiplicador analógico se observa un poco atenuado al valor 9,844 V según la gráfica. Esto se debe a la electrónica adicional y del mismo chip multiplicador.

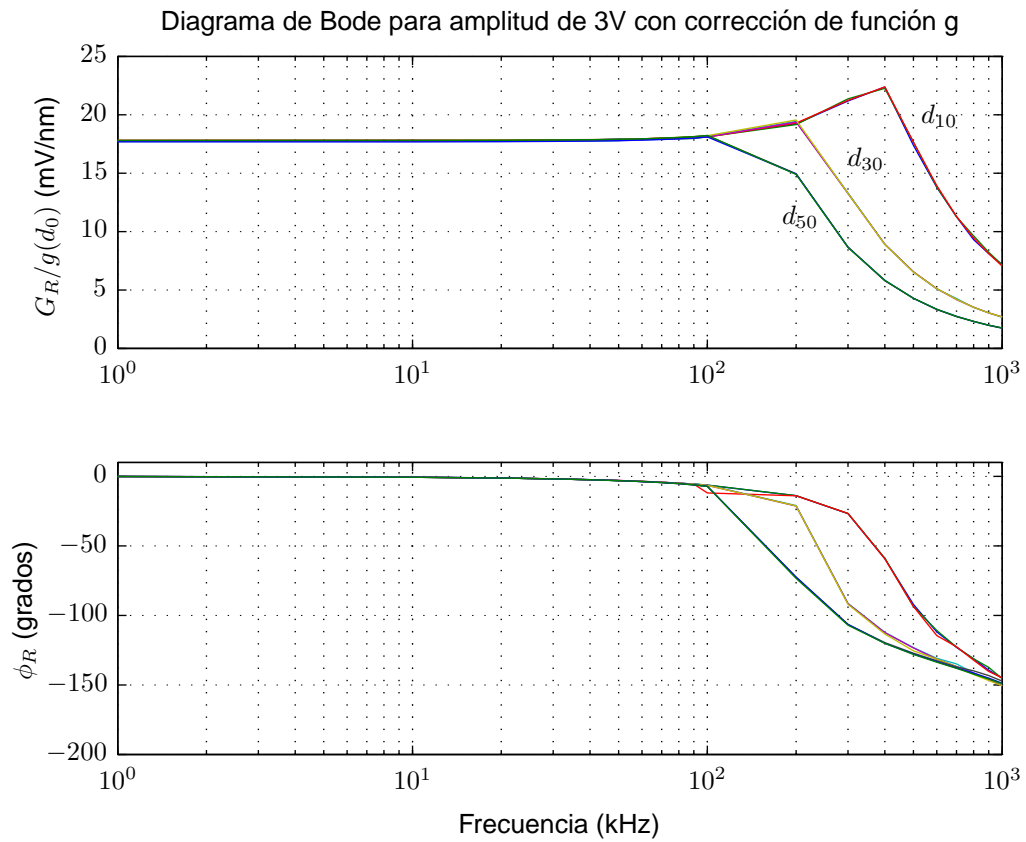


Figura 4.3: Al aplicar la función de corrección g con los parámetros calculados en la Ec. 4.24 se ha logrado una respuesta independiente de la amplitud de la deflexión a baja frecuencia. Las amplitudes de deflexión utilizadas son las mismas que en la figura 4.1.

Ganancia para retroalimentación con diferentes amplitudes de contrastes

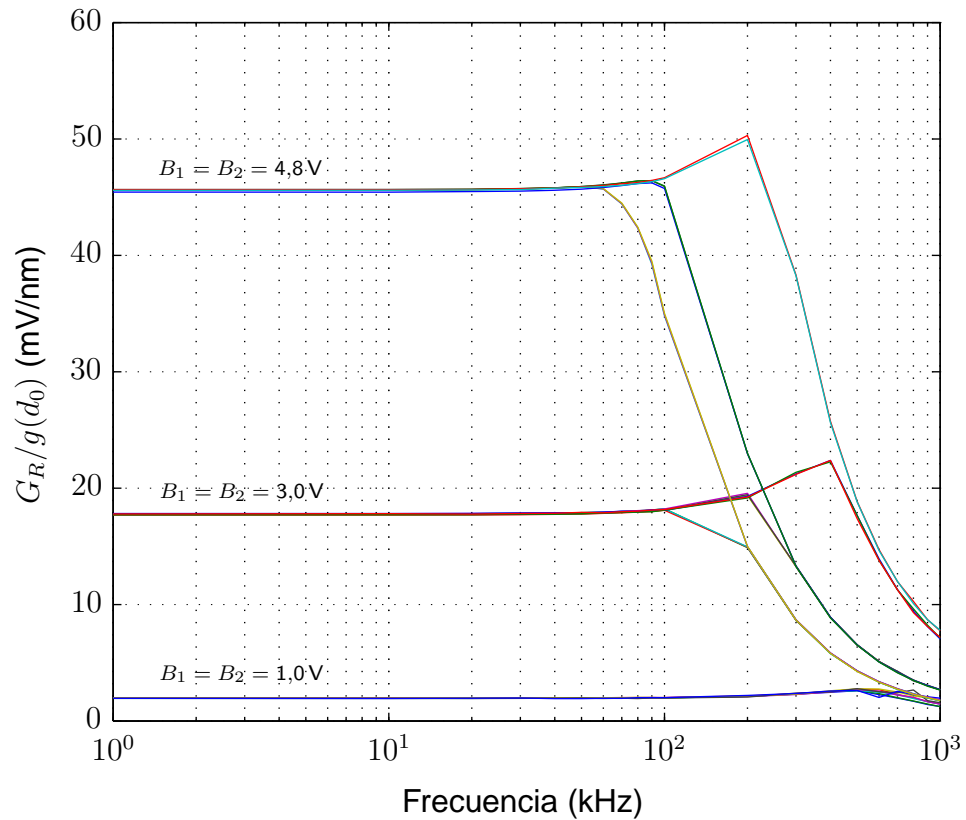


Figura 4.4: Se han medido las ganancias para diferentes amplitudes de contrastes B_1 y B_2 de valores 1,0; 3,0 y 4,8V, se observa claramente la dependencia, además se ha utilizado la función de corrección g para las mismas amplitudes de deflexión d_0 de 10, 30 y 50 nm, no es posible notar diferencias a causa de d_0 debido al correcto funcionamiento de la corrección impuesta.

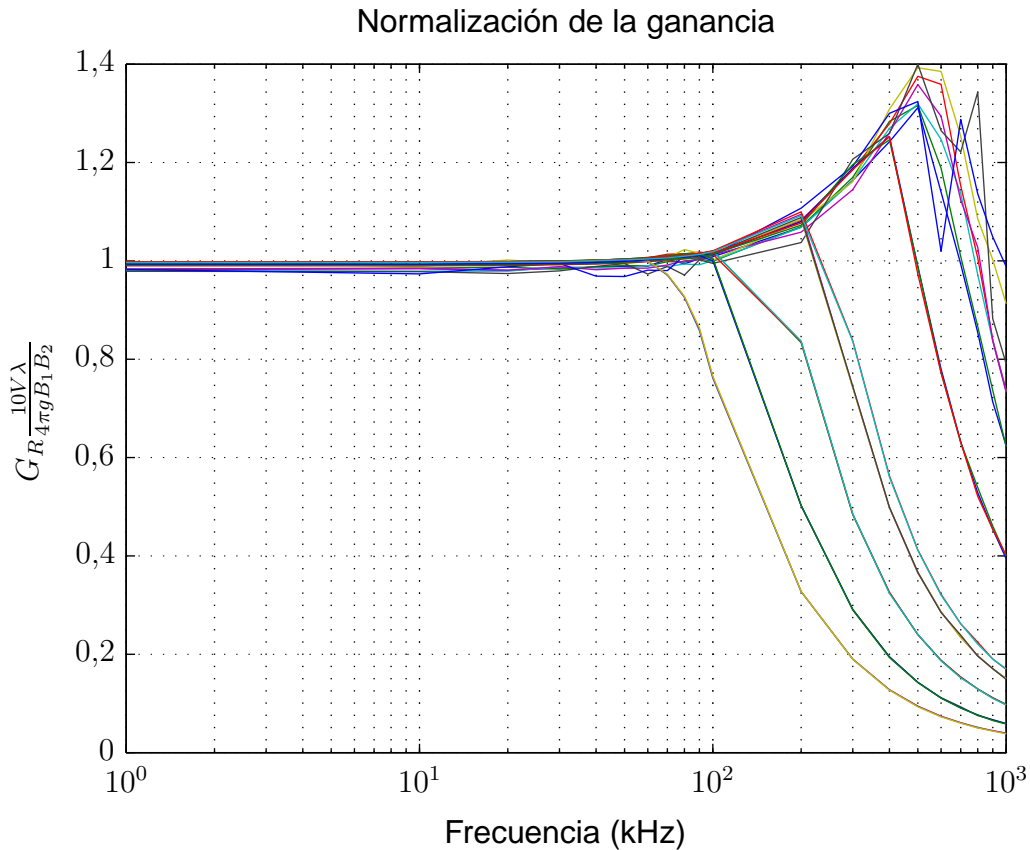


Figura 4.5: Se ha logrado una respuesta normalizada en la ganancia para distintas amplitudes de contraste de 1,0; 3,0 y 4,8 V, a la vez que cada una tiene diferentes amplitudes de la deflexión de 10, 30 y 50 nm, donde además hay distintas fases iniciales para cada grupo. Es posible observar una ganancia pareja para todas las condiciones hasta una frecuencia de 100 kHz

Luego, si dividimos la ganancia por el factor $B_1 B_2$, esto debiese ajustar todas las curvas para una ganancia independiente de la amplitud de los contrastes, tal como se observa en la figura 4.5.

4.4.3. Dependencia en ψ

Otra medición interesante fue la capacidad de la electrónica para seguir la elipse con un término de cuadratura (ψ) distinto de cero. De la Ec. 4.22 podemos despejar el término trigonométrico, de donde obtenemos la Ec. 4.25 al considerar la función $g(d_0)$ que ya calculamos en la figura 4.2 y se detalla en la Ec. 4.23,

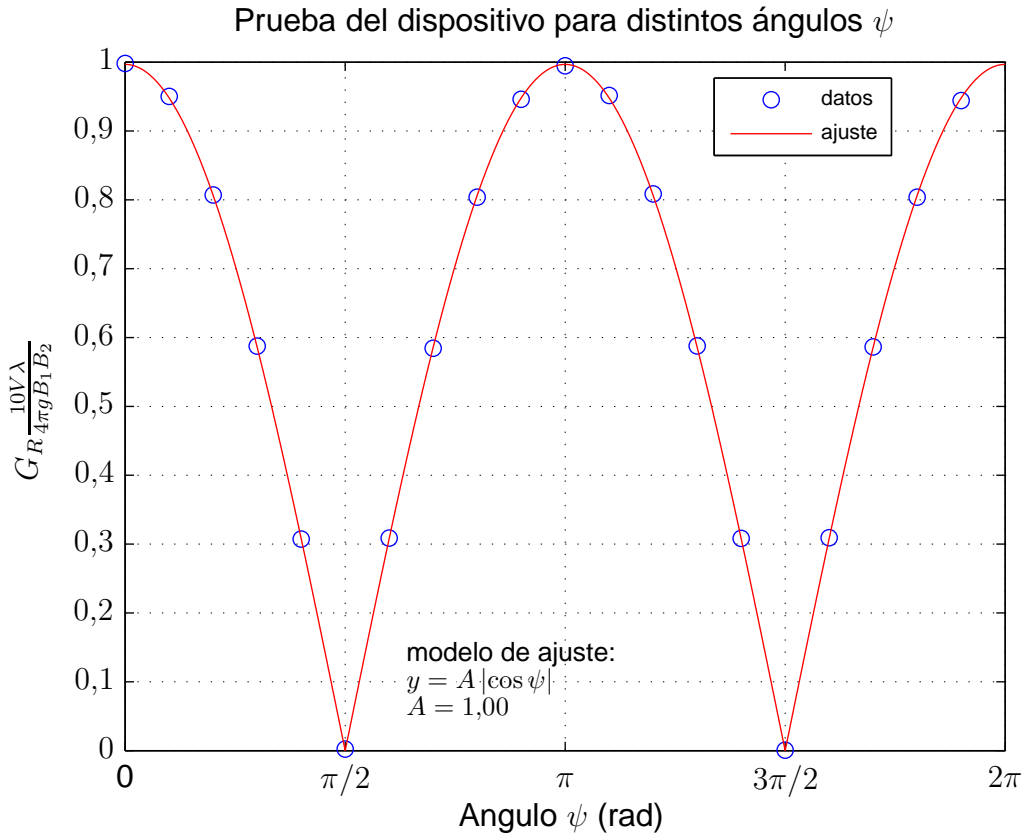


Figura 4.6: Probamos diferentes valores para el parámetro de cuadratura ψ . Los círculos representan los valores experimentales y la línea un ajuste para una función módulo de coseno, pues esto de acuerdo a la Ec. 4.25 debiese ajustarse a un coseno de amplitud unitaria. El término g hace referencia a la función de linealización calculada anteriormente, en este caso tiene un valor $g = 0,94$ para una amplitud de deflexión $d_0 = 30$ nm.

si además consideramos sólo las amplitudes de las señales debemos calcular entonces un valor absoluto.

$$|\cos \psi| = \frac{G_R 10 V \lambda}{4 \pi g (d_0) B_1 B_2} \quad (4.25)$$

Esto significa rotar y cambiar aspectos geométricos de la elipse de contrastes. Los parámetros utilizados fueron $B_1 = 3$ V, $B_2 = 4$ V, una frecuencia de la deflexión de 10 kHz, una amplitud de deflexión de 30 nm, un valor de $g = 0,94$ y una fase inicial $\varphi_0 = 0$, los resultados se muestran en la figura 4.6.

4.5. Conclusión

De acuerdo con estos resultados, nuestro dispositivo electrónico para la retroalimentación puede trabajar hasta frecuencias alrededor de 100 kHz que es suficiente para mediciones de fuerza constante o modo contacto, probándose también su correcto funcionamiento para amplitudes hasta 50 nm en la deflexión del microcantilever. Además, puede detectar bajas amplitudes en los contrastes para microcantilevers de baja reflectividad y es capaz de seguir la señal de cuadratura en caso que la cuadratura no sea perfecta. Sólo se requiere que las señales tengan un offset nulo, que de no ser posible de eliminar con la alineación de la óptica se puede hacer electrónicamente.

Capítulo 5

Mejoras en resolución

En la figura 3.4 de la densidad espectral de potencia (PSD) de un microcantilever se puede notar que el ruido de fondo sobre el que se observan las resonancias es del orden de 10^{-14} m/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Este fondo se debe al ruido propio del sistema de detección, el cual no ha sido posible anular, pero sí disminuir hasta el orden de 10^{-15} m/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Esto se logró aumentando la potencia del laser utilizado para la medición interferométrica.

En este capítulo vamos a analizar las fuentes de ruido del sistema de detección y describir como logramos bajar este ruido utilizando un laser DPSS de 532 nm (Spectra Physics, Excelsior).

5.1. Ruidos presentes en el sistema de detección

Para iniciar nuestro análisis suponemos un ruido mecánico controlado o al menos bien caracterizado, de modo que no es un tema a discutir en este capítulo. Las fuentes principales de ruido identificables en el sistema de detección son el ruido de corriente oscura (dark current) en los fotodiodos del interferómetro, el ruido de Johnson o ruido térmico del amplificador de corriente, el ruido electrónico del amplificador operacional utilizado y el ruido de disparo (shot noise) de los fotodiodos. Para un análisis más detallado de estas fuentes de ruido es recomendable ver la referencia [13] y las notas técnicas del mismo fabricante de los fotodiodos utilizados, OSI Optoelectronics [2]. Vamos a comparar estos ruidos, estimando por cada fuente su contribución a la PSD de la corriente amplificada.

5.1.1. Ruido de corriente oscura

El ruido de corriente oscura se debe a la emisión de electrones desde el fotodiodo aún en ausencia total de luz, esto debido a la radiación de fondo más características propias del semiconductor, para el modelo de fotodiodo utilizado (OSI Optoelectronics, SPOT-2DMI) la corriente oscura es del orden de 1 nA. Además la potencia equivalente en ruido (NEP) nos permite saber que potencia de luz es equivalente a una señal sólo de ruido en el fotodiodo. Para nuestro dispositivo el NEP tiene un valor de $6 \times 10^{-15} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$, para saber en términos de corriente debemos multiplicar por la responsividad de los fotodiodos (valor dependiente de la longitud de onda utilizada), dando un valor

$$S_{co} \approx 4 \times 10^{-30} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad (5.1)$$

5.1.2. Ruido Johnson

El ruido Johnson o ruido térmico del amplificador de corriente ocurre en la transimpedancia (resistencia de retroalimentación del amplificador operacional que convierte la fotocorriente en voltaje), la expresión de este ruido y el valor aproximado según nuestro montaje es

$$S_J^{633} = \frac{4k_B T}{R} \approx 1,66 \times 10^{-25} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad \text{con } \lambda = 633 \text{ nm} \quad (5.2)$$

$$S_J^{532} = \frac{4k_B T}{R} \approx 2,96 \times 10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad \text{con } \lambda = 532 \text{ nm} \quad (5.3)$$

Las diferencias con $\lambda = 633 \text{ nm}$ y $\lambda = 532 \text{ nm}$ se deben a la resistencia R de la transimpedancia que es diferente en cada caso, para el laser de 633 nm tiene un valor de 100 k Ω y para el de 532 nm R vale 5,6 k Ω .

5.1.3. Ruido del amplificador operacional

El ruido en voltaje del amplificador operacional (Analog Devices, AD8067) es de $6,6 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ según datos del fabricante, esto equivale a un ruido de

$$S_{V_{AO}}^{633} = 4,36 \times 10^{-27} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad \lambda@633 \text{ nm} \quad (5.4)$$

$$S_{V_{AO}}^{532} = 1,39 \times 10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad \lambda@532 \text{ nm} \quad (5.5)$$

Por otro lado, el ruido en corriente propiamente tal, está especificado como

$$S_{I_{AO}} = 3,60 \times 10^{-31} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad (5.6)$$

5.1.4. Shot noise

Por último, está el ruido de disparo, esto debido a que la carga eléctrica es discreta. El ruido de disparo es proporcional a la corriente eléctrica I de la señal

$$S_{SN} = 2eI \quad (5.7)$$

donde e es la carga del electrón. En nuestro caso las corrientes obtenidas son del orden de

$$I_{633} \approx 10 \mu\text{A} \quad \lambda@633 \text{ nm} \quad (5.8)$$

$$I_{532} \approx 200 \mu\text{A} \quad \lambda@532 \text{ nm} \quad (5.9)$$

y con estas corrientes calculamos los PSD del shot noise

$$S_I^{633} = 3,20 \times 10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad \lambda@633 \text{ nm} \quad (5.10)$$

$$S_I^{532} = 6,41 \times 10^{-23} \text{ A}^2/\text{Hz} \quad \lambda@532 \text{ nm} \quad (5.11)$$

5.1.5. Balance sobre los ruidos presentes

Al comparar estos valores obtenidos para los ruidos identificados podemos concluir que el efecto mayor se debe al ruido de disparo o shot noise, que viene dado por la misma corriente de la señal. Este es entonces el limitante para el ruido

base de los espectros tomados para medir las resonancias del microcantilever. Con el objetivo de lograr mejor resolución en la capacidad de detectar deflexiones de nuestro instrumento, se ha trabajado específicamente en disminuir este ruido.

5.2. Ruido de disparo o shot noise

5.2.1. Fundamentos

La figura 5.1 muestra un espectro de ruido térmico de un microcantilever a la cual le queremos disminuir el ruido base, que en este caso es el ruido de disparo o shot noise, por su nombre en inglés. El shot noise es el ruido producido por los fotodiodos debido a que la carga eléctrica es discreta, pues los fotodiodos liberan electrones cuya cantidad depende de cuanta luz está incidiendo en la superficie del sensor, un primer estudio de este fenómeno es atribuido a Schottky en el año 1918 y es muy común encontrar discusiones o como ejemplo en distintos textos de mecánica estadística, instrumentación electrónica y óptica [13, 20, 23].

Una expresión para la densidad espectral de potencia del shot noise es obtenida por la derivación de Van der Ziel (1950) [4]. En primer lugar, se define una corriente I como un número n de electrones pasando por un punto durante un intervalo de tiempo τ ,

$$I = \frac{ne}{\tau} \quad (5.12)$$

y la corriente promedio en el tiempo $\langle I \rangle$ se relaciona con el número promedio en el tiempo $\langle n \rangle$ como

$$\langle I \rangle = \frac{\langle n \rangle e}{\tau} \quad (5.13)$$

Si asumimos que el transporte de electrones es un proceso aleatorio que sigue una estadística de Poisson, tenemos una varianza de $\sigma^2 = \langle n \rangle$ (o una desviación estándar $\sigma = \sqrt{\langle n \rangle}$),

$$\sigma^2 = \langle n - \langle n \rangle \rangle^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle n \rangle \quad (5.14)$$

que nos da una relación entre la fluctuación cuadrática media $\langle n^2 \rangle$ y el número promedio $\langle n \rangle$. Para describir el shot noise estamos interesados en las fluctuacio-

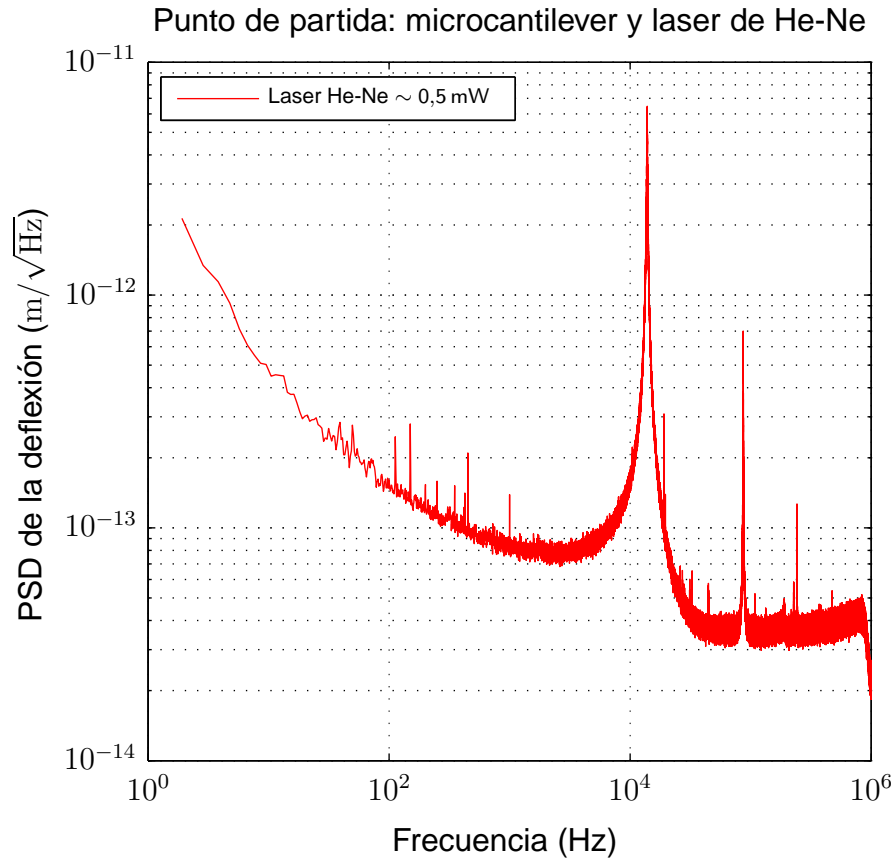


Figura 5.1: En el espectro de ruido se puede identificar fácilmente una región a baja frecuencia que va como $1/f$ relacionada con la viscoelasticidad del recubrimiento del microcantilever [25] (tema no tratado en este trabajo), resonancias que corresponden a los modos propios del microcantilever (Nanosensors, PPP-ContPt con recubrimiento de platino iridio) y un ruido de fondo limitado por el shot noise de los fotodiodos del interferómetro. Se ha utilizado un laser de HeNe (CVI Melles Griot, 05-LHP-691) con una potencia de salida de 3,5 mW. Esta medición ha sido tomada en aire y sin ninguna aislación del ambiente. La potencia enfocada en el microcantilever es de 0,5 mW. Este es el punto de partida tomado como referencia en la búsqueda de disminuir el shot noise.

nes medias de la corriente,

$$\langle \Delta I^2 \rangle = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = \left\langle \left(\frac{ne}{\tau} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \frac{ne}{\tau} \right\rangle^2 \quad (5.15)$$

Insertando las fluctuaciones cuadráticas $\langle n^2 \rangle$ (Ec. 5.14) y la corriente media (Ec. 5.13) en la Ec. 5.15, encontramos que,

$$\langle \Delta I^2 \rangle = \frac{\langle n^2 \rangle e^2}{\tau^2} - \frac{\langle n \rangle^2 e^2}{\tau^2} = \langle n \rangle \frac{e^2}{\tau^2} = \langle I \rangle \frac{e}{\tau} \quad (5.16)$$

lo que significa que la raíz cuadrática media de las fluctuaciones i_{rms} de la corriente (el shot noise) es proporcional a la raíz cuadrada de la corriente media $\langle I \rangle$,

$$i_{rms} = \sqrt{\langle \Delta I^2 \rangle} = \sqrt{\frac{e \langle I \rangle}{\tau}} \quad (5.17)$$

Para obtener el espectro de potencia $S(f)$ del shot noise, tenemos que relacionar la escala de tiempo τ con la frecuencia f . Podemos definir la corriente en un circuito RCL como una superposición de picos de corriente (parametrizados con funciones δ) resultado de electrones individuales que llegan en tiempos aleatorios t_j ,

$$I(\tau) = \sum_j e \delta(t - t_j) \quad (5.18)$$

Este perfil temporal $I(t)$ contiene fluctuaciones aleatorias de pulsos muy cortos (funciones δ). La duración τ de un pulso de corriente puede ser definido por la función de autocorrelación $R_I(t)$,

$$R_I(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} I(t') I(t + t') dt' \quad (5.19)$$

El teorema de Wiener-Khintchine [18] postula que la densidad espectral de potencia $S_I(f)$ de un proceso aleatorio estacionario es la transformada de Fourier de la correspondiente función de autocorrelación $R(t)$,

$$S_I(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_I(t) e^{-i2\pi ft} dt, \quad (5.20)$$

donde $S_I(f)$ es la densidad espectral de potencia de un solo lado (conducente a

un factor 2 delante de la integral).

Aplicando la función de autocorrelación $R_I(t)$ (Ec. 5.19) a los pulsos de corriente con formas de función δ (Ec. 5.18) tenemos,

$$R_I(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{e^2}{\tau} \sum_k \sum_{k'} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \delta(t' - t'_k) \delta(t + t' - t'_{k'}) dt' \quad (5.21)$$

$$R_I(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{e^2}{\tau} \sum_k \sum_{k'} \delta(t'_k - t'_{k'} + t) \quad (5.22)$$

La suma sobre $t'_k = t'_{k'}$ contribuye $\delta(t)$ para N valores de t'_k en el rango de $-\tau/2 < t'_k < \tau/2$, mientras que las contribuciones de $t'_k \neq t'_{k'}$ son nulas para valores distribuidos aleatoriamente, luego usando $N/\tau = \langle I \rangle / e$,

$$R_I(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{Ne^2}{\tau} \delta(t) \quad (5.23)$$

$$R_I(t) = \langle I \rangle e \delta(t) \quad (5.24)$$

La transformada de Fourier de esta función de autocorrelación $R_I(t)$ produce luego el espectro de potencia $S_I(f)$ de acuerdo con el teorema de Wiener-Khinchine (Ec. 5.20),

$$S_I(f) = 2e \langle I \rangle \quad (5.25)$$

el cual es el teorema de Schottky, que postula que el espectro del shot noise es una constante y se extiende uniformemente sobre todas las frecuencias, fenómeno que también es llamado espectro de ruido blanco.

Se debe hacer notar que este resultado aplica a pulsos muy cortos caracterizados como funciones delta. Si relacionamos el intervalo de tiempo τ con la frecuencia de muestreo de Nyquist, $\Delta f = 1/2\tau$, vemos (con la Ec. 5.17) que la densidad espectral de potencia corresponde a las fluctuaciones de corriente rms i_{rms}^2 por unidad de ancho de banda Δf ,

$$S_I(f) = 2e \langle I \rangle = 2i_{rms}^2 \tau = \frac{i_{rms}^2}{\Delta f} \quad (5.26)$$

5.2.2. Ruido en los contrastes debido al shot noise

Debemos recordar del capítulo referente al interferómetro, que los fotodiodos utilizados son segmentados y lo que hacemos es calcular el contraste en el par de segmentos de cada dispositivo, como indican las Ecs. 2.8 y 2.9. Utilizando la misma notación del capítulo del interferómetro, definimos I_A y I_B como las fotocorrientes de cada segmento en un fotodiodo segmentado de 2 cuadrantes y suponemos que todo está fijo (no hay variaciones de camino entre el rayo de prueba y el de referencia).

El contraste experimental, calculado como

$$C_E = \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \quad (5.27)$$

tiene ruido debido a los propios de cada fotocorriente [24], entonces

$$\Delta C_E = \Delta \left(\frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (5.28)$$

$$\Delta C_E = \frac{2I_B \Delta I_A - 2I_A \Delta I_B}{(I_A + I_B)^2} \quad (5.29)$$

luego las fluctuaciones son

$$\langle \Delta C_E^2 \rangle = \left\langle \frac{(2I_B \Delta I_A - 2I_A \Delta I_B)^2}{(I_A + I_B)^4} \right\rangle \quad (5.30)$$

$$= \frac{4I_B^2 \langle \Delta I_A^2 \rangle + 4I_A^2 \langle \Delta I_B^2 \rangle - 8I_A I_B \langle \Delta I_A \Delta I_B \rangle}{(I_A + I_B)^4} \quad (5.31)$$

$$\langle \Delta C_E^2 \rangle = \frac{8I_B^2 e I_A + 8I_A^2 e I_B}{(I_A + I_B)^4} \quad (5.32)$$

$$= \frac{8e I_A I_B}{(I_A + I_B)^3} \quad (5.33)$$

donde se ha considerado que el término $\langle \Delta I_A \Delta I_B \rangle$ es nulo porque no hay correlación entre el ruido de I_A y I_B . Por otro lado, hemos utilizado el hecho que $\langle \Delta I_n^2 \rangle = 2e I_n$ donde $n = A, B$, esto de la Ec. 5.26 sobre el shot noise y se ha reemplazado en la Ec. 5.33. La Ec. 5.33 se puede reescribir en términos de la

suma $S = I_A + I_B$ y la diferencia $D = I_A - I_B$ de las corrientes, quedando como

$$\langle \Delta C_E^2 \rangle = 2e \frac{S^2 - D^2}{S^3} = \frac{2e}{S} (1 - C_E^2) \quad (5.34)$$

De acuerdo a la forma de calcular la deflexión podemos relacionar el ruido del contraste con el ruido de la deflexión, luego de la Ec. 2.1 y la Ec. 4.9 podemos escribir

$$\Delta d = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right) \Delta\varphi = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right) (C_1 \Delta C_2 - C_2 \Delta C_1) \quad (5.35)$$

Si escribimos C_1 y C_2 en términos de los contrastes medidos y utilizamos las Ecs. 2.10 y 2.11 sin considerar los términos de offset (que siempre pueden ser eliminados electrónicamente), tenemos que

$$C_1 = \frac{C_{1E}}{A_1} \quad (5.36)$$

$$C_2 = \left(\frac{C_{2E}}{A_2} - \frac{C_{1E}}{A_1} \sin \psi \right) \frac{1}{\cos \psi} \quad (5.37)$$

luego los ruidos de C_1 y C_2 quedan como

$$\Delta C_1 = \frac{\Delta C_{1E}}{A_1} \quad (5.38)$$

$$\Delta C_2 = \left(\frac{\Delta C_{2E}}{A_2} - \frac{\Delta C_{1E}}{A_1} \sin \psi \right) \quad (5.39)$$

y reemplazamos en los términos cruzados de los contrastes en Δd

$$\begin{aligned} C_1 \Delta C_2 - C_2 \Delta C_1 &= \frac{C_{1E}}{A_1} \left(\frac{\Delta C_{2E}}{A_2} - \frac{\Delta C_{1E}}{A_1} \sin \psi \right) \frac{1}{\cos \psi} \\ &\quad - \left(\frac{C_{2E}}{A_2} - \frac{C_{1E}}{A_1} \sin \psi \right) \frac{1}{\cos \psi} \frac{\Delta C_{1E}}{A_1} \\ &= \frac{1}{A_1 A_2 \cos \psi} (C_{1E} \Delta C_{2E} - C_{2E} \Delta C_{1E}) \end{aligned} \quad (5.40)$$

luego

$$\Delta d = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right) \frac{1}{A_1 A_2 \cos \psi} (C_{1E} \Delta C_{2E} - C_{2E} \Delta C_{1E}) \quad (5.41)$$

Así, las fluctuaciones aparentes de la deflexión que se deban al shot noise se obtienen usando las Ecs. 5.34 y 5.41, se debe notar además que $\langle \Delta C_{1E} \Delta C_{2E} \rangle =$

0. Las fluctuaciones quedan como

$$\langle \Delta d^2 \rangle = \left(\frac{\lambda}{4\pi A_1 A_2 \cos \psi} \right)^2 \left\{ C_{1E}^2 \frac{2e}{S_2} (1 - C_{2E}^2) + C_{2E}^2 \frac{2e}{S_1} (1 - C_{1E}^2) \right\} \quad (5.42)$$

Volviendo a las Ecs. 2.10 y 2.11 para una fase φ_0 y sin considerar los offset, tenemos

$$C_{1E} = A_1 \cos \varphi_0 \quad (5.43)$$

$$C_{2E} = A_2 \sin(\varphi_0 + \psi) \quad (5.44)$$

y reemplazamos en la Ec. 5.42

$$\begin{aligned} \langle \Delta d^2 \rangle &= 2e \left(\frac{\lambda}{4\pi \cos \psi} \right)^2 \left[\frac{1}{S_2} \cos^2 \varphi_0 \left(\frac{1}{A_2^2} - \sin^2(\varphi_0 + \psi) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{S_1} \sin^2(\varphi_0 + \psi) \left(\frac{1}{A_1^2} - \cos^2 \varphi_0 \right) \right] \end{aligned} \quad (5.45)$$

Con esta información podemos ajustar parámetros para minimizar el ruido de la deflexión $\langle \Delta d^2 \rangle$, se debe disminuir la longitud de onda λ del laser utilizado, aumentar la amplitud de los contrastes A_1 y A_2 , minimizar el término de cuadratura ψ y aumentar la intensidad del laser utilizado para aumentar los valores de S_1 y S_2 . Una visualización más directa se puede obtener al elegir un valor determinado de φ_0

con $\varphi_0 = -\psi$:

$$\langle d^2 \rangle = 2e \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{S_2} \frac{1}{A_2^2} \quad (5.46)$$

con $\varphi_0 = \pi/2$:

$$\langle d^2 \rangle = 2e \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{S_1} \frac{1}{A_1^2} \quad (5.47)$$

Asumiendo que otro valor de φ_0 producirá un efecto similar y determinado por estos 2 valores extremos.

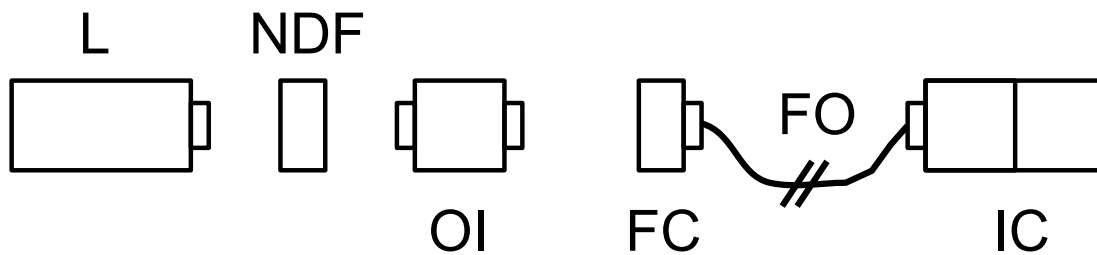


Figura 5.2: Hemos dispuesto un sistema de filtros de manera tal que podamos ir cambiando la intensidad del laser utilizado, los dispositivos son **L** laser, **NDF** filtro utilizado, **OI** aislador óptico, **FC** acoplamiento para fibra óptica, **FO** fibra óptica, **IC** interferómetro

5.3. Pruebas de potencia sobre el microcantilever

Para verificar si nuestro sistema se comporta como indica la Ec. 5.45 hemos utilizado un laser Spectra Physics, modelo Excelsior de 532 nm y 100 mW de potencia de salida, además se ha montado un sistema de filtros neutros (Thorlabs, NEK01) como se muestra en la figura 5.2 de manera que podamos cambiar la intensidad del laser utilizado de forma totalmente pasiva, evitando así cualquier ruido electrónico adicional que pueda ser inducido si utilizamos algún sistema activo u ópticamente más complejo.

Con la configuración indicada en la figura 5.2 hemos probado 5 filtros diferentes, además de calcular aproximadamente la potencia con que enfoca el rayo del microcantilever, en la figura 5.3 podemos ver los espectros de ruido térmico para cada potencia utilizada.

Para hacer un análisis cuantitativo hemos graficado el valor del ruido de fondo, debido al shot noise, versus la intensidad total aplicada sobre los fotodiodos en la figura 5.4. Es pertinente indicar además que hay un diafragma antes de los fotodiodos, esto se utiliza para ayudar a mejorar el contraste de la señal cuando los rayos no convergen del todo, reduciendo así los efectos de la luz que no hace interferencia en los fotodiodos.

De acuerdo a la Ec. 5.45, el ruido por shot noise debe disminuir como el inverso de la potencia utilizada, sin embargo, como podemos ver en la figura 5.4, la disminución del ruido tiene una razón de cambio más acentuada a potencias más bajas y en la potencia más alta se ve algo similar a lo predicho por la Ec. 5.45.

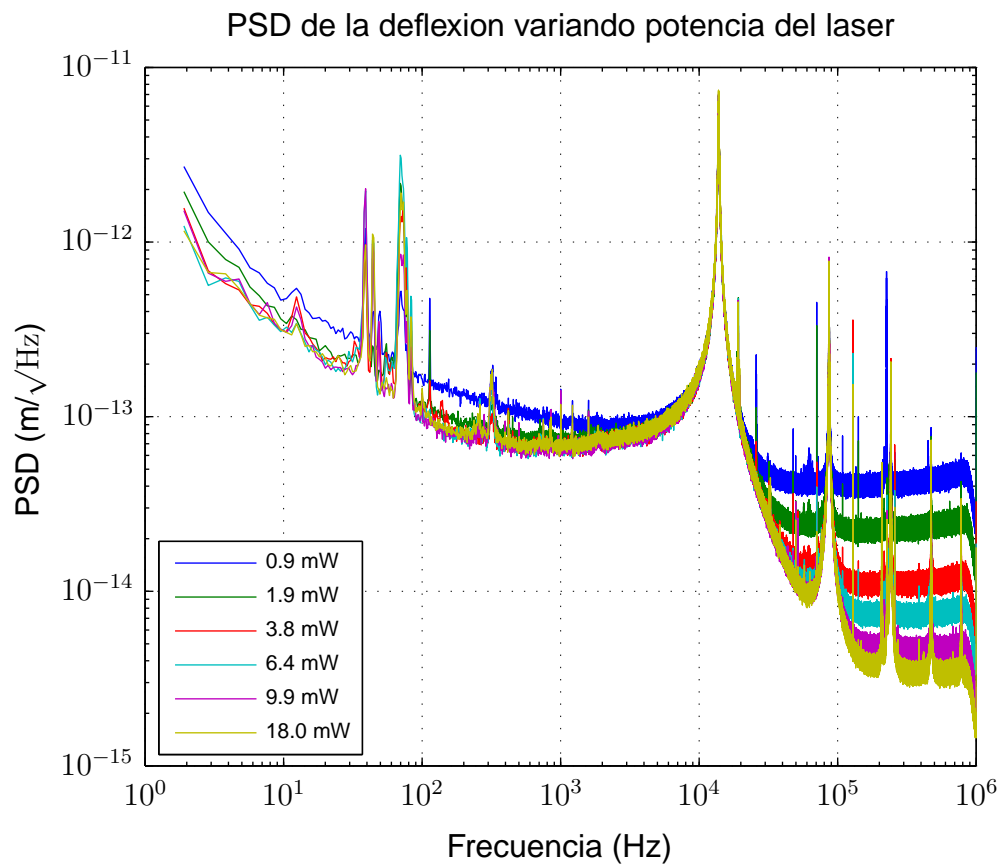


Figura 5.3: Probamos varios PSD para distintas potencias aplicadas sobre el microcantilever (Nanosensors, PPP-ContPt). El microcantilever utilizado tiene un recubrimiento de Platino Iridio (PtIr) cuya propiedad es tener una alta reflectividad. Estas mediciones han sido obtenidas en aire, sin ningún tipo de protección para el ruido ambiental.

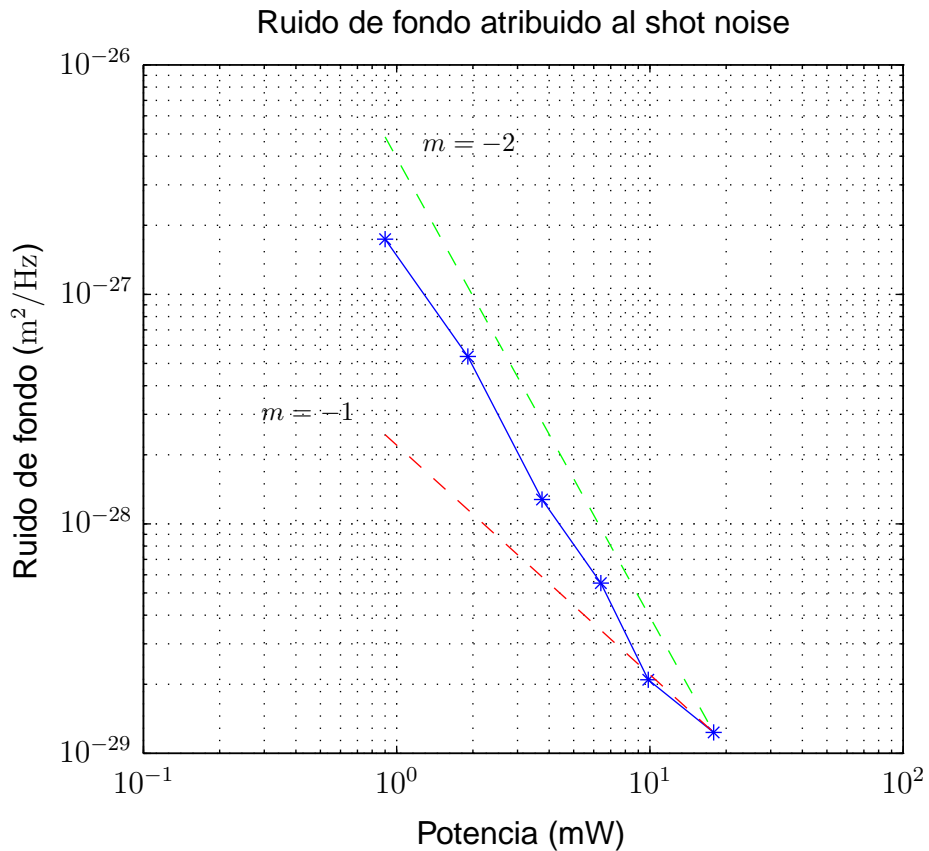


Figura 5.4: Se ha tomado el valor de fondo de los espectros de ruido térmico y graficamos en función de la potencia utilizada, en principio se espera una pendiente que va inverso a la potencia utilizada (es decir, $\propto P^{-1}$ como la línea roja, donde la pendiente es $m = -1$), como se observa en las potencias más altas, sin embargo, a potencias más bajas la pendiente es mayor ($\propto P^{-2}$ como se ve en la línea verde, donde la pendiente es $m = -2$).

En principio, podemos atribuir este efecto a luz remanente que no hace interferencia, pero sí llega a los fotodiodos, aportando una cantidad de luz constante y que luego de aumentar la potencia a valores más altos tiende a saturar la parte remanente, percibiendo sólo los efectos del cambio de potencia. Esto se ve en el experimento al observar un cambio de los diámetros de la elipse de contrastes, que a medida que la potencia aplicada es mayor, tiende hacia un valor fijo, confirmando la hipótesis de una luz remanente que no hace interferencias. En las Ecs. 5.46 y 5.47 corresponde al contraste máximo A_1 o A_2 que a su vez dependen de la intensidad S_1 o S_2 , como A_1 y A_2 mejoran con una potencia más alta, eso explica que el ruido de fondo caiga, inicialmente, más rápido que el inverso de la potencia.

5.4. Conclusión

Hemos logrado mejorar la resolución en un orden de magnitud, partiendo desde $3,5 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ como se ve en la figura 5.1 llegando a $3,5 \times 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ como se vió en la figura 5.3, esto se ha logrado cambiando la longitud de onda del laser utilizado desde los 633 nm a los 532 nm y cambiando la potencia de salida desde los 3,5 mW a los 100 mW. La forma en que se produce la disminución del shot noise es proporcional al inverso del cuadrado de la potencia del laser para potencias bajas, sin embargo, esto satura a potencias más altas llegando al comportamiento esperado, es decir, que disminuye proporcional al inverso de la potencia, según lo descrito por la Ec. 5.45.

Capítulo 6

Efectos sobre el microcantilever debido a calentamiento por laser

Hasta ahora hemos concentrado nuestra atención en el comportamiento del microcantilever y la mejora en resolución para la detección de la deflexión de éste. Así, hemos logrado llegar a una resolución del orden de los femtometros como ya se mostró anteriormente. Sin embargo, para lograr esta resolución ha sido necesario aumentar la potencia del laser utilizado en alrededor de 2 órdenes de magnitud. Como consecuencia de utilizar un rayo más potente, se ha observado un fenómeno que hasta el momento no ha sido bien caracterizado (al menos por la literatura actual). En este capítulo se describe un fenómeno de corrimiento en las frecuencias de resonancia del microcantilever. Este efecto ha sido posible observarlo en distintas configuraciones de tamaño y recubrimientos. Se ha responsabilizado de este fenómeno a efectos térmicos inducidos por calentamiento del microcantilever partiendo desde el punto donde se refleja el laser [3].

6.1. Observaciones experimentales

Durante los experimentos que se hicieron para mejorar la resolución del interferómetro, hemos trabajado con un set de filtros de densidad neutra para comenzar con una potencia muy baja (se atenuó la potencia del laser directamente a su salida en un factor 10) y luego se incrementó la potencia cambiando por unos filtros menos densos de forma progresiva. Este procedimiento tuvo inicialmente 2

objetivos, cuantificar cómo cambia el shot noise al variar la potencia del laser y determinar si al pasar cierto umbral de potencia, el microcantilever pudiese sufrir algún daño. Como no se tuvo ningún inconveniente evidente a primera vista, se logró llegar a la máxima potencia del laser (esta vez sin filtro) y se encontró que si bien los PSD de la deflexión no presentaban diferencias a gran escala, salvo por la disminución del ruido de fondo, se pudo observar, al hacer un acercamiento en las frecuencias de resonancia, que había un corrimiento de todas las frecuencias y que éste era progresivo a medida que se cambiaba la potencia, tal como se puede ver en la figura 6.1. Como ya sabemos del modelamiento desarrollado en el Capítulo 3, la relación de dispersión es

$$m\omega_n^2 = \alpha_n^4 \frac{k_0}{3} = k_n \quad (6.1)$$

luego si consideramos que la masa m del microcantilever se conserva constante en el experimento, se obtiene que

$$\frac{\delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2} \frac{\delta k_n}{k_n} \quad (6.2)$$

y recordando que $k_0 = \frac{EWH^3}{4L^3}$ concluimos que los cambios en frecuencia observados se originan por cambios geométricos debido a la dilatación del material o cambios en el módulo de Young E , ambos efectos de origen térmico debido al calentamiento del microcantilever.

6.2. Algunos datos preliminares

En este capítulo hemos trabajado con la cooperación del Dr. Éric BERTIN, de la ENS-Lyon, que nos ha apoyado en el modelamiento teórico para una buena descripción de estos efectos.

Aun cuando no hay una teoría acabada del fenómeno observado, tenemos como referencia los trabajos de Wachtman [32] y Gysin [17], donde se estudia el comportamiento del módulo de Young de un cristal al cambiar su temperatura (de manera uniforme) y se explica como una consecuencia de efectos anarmónicos en la vibración de la red cristalina del sólido. En estos trabajos se encuentra que a

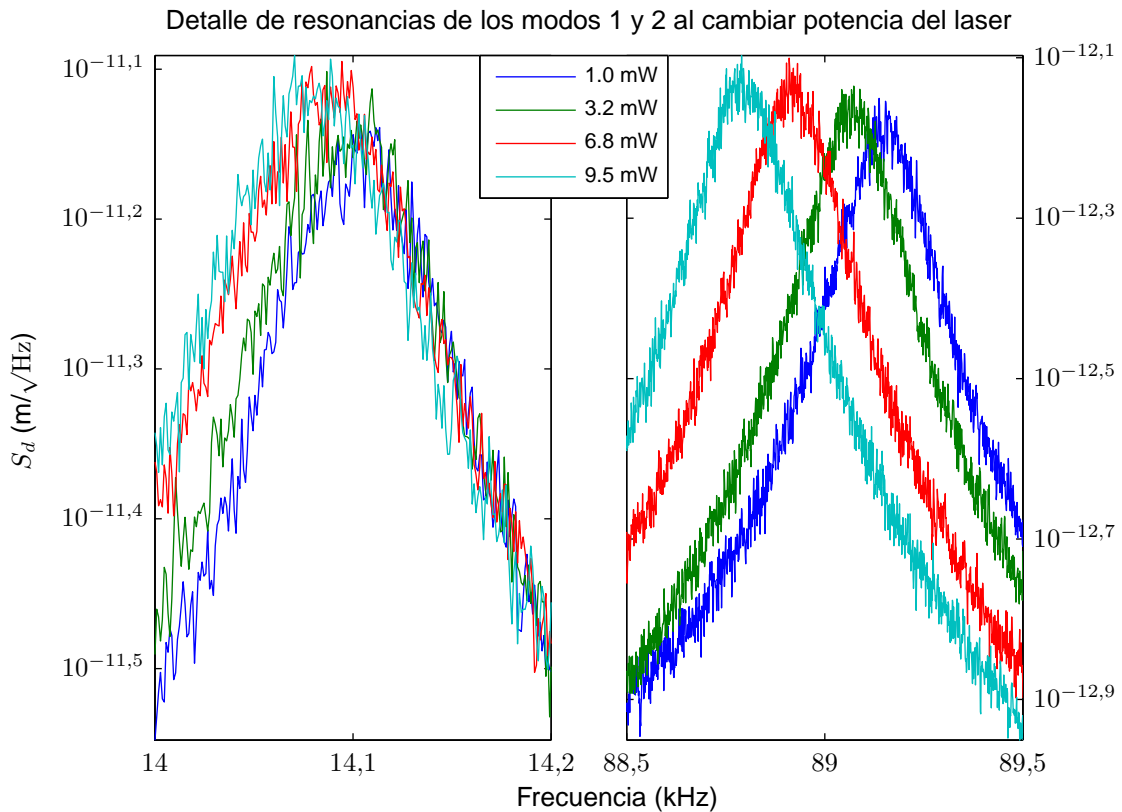


Figura 6.1: Es posible observar corrimientos de frecuencia al aumentar la potencia del laser en todos los modos normales de vibración. Se ha utilizado un microcantilever tipo “all in one”, del cual se ocupó el de mayores dimensiones (Budget Sensors AIO, con $500 \mu m$ de largo por $30 \mu m$ de ancho y un espesor de $2,7 \mu m$), además este microcantilever ha sido tratado con un recubrimiento dieléctrico para aplicaciones de mediciones viscoelásticas muy particulares [11] y las mediciones se han realizado en aire. Se ha comprobado que el efecto térmico ocurre independiente del recubrimiento utilizado como se ve en mediciones posteriores. Para modos más altos el efecto es más notorio, siendo del orden de $0,5 \%$.

altas temperaturas, dentro de las cuales está la temperatura ambiente, el módulo de Young sigue un comportamiento del tipo

$$E(T) = E_{0K} - BT \exp(-T_D/T) \quad (6.3)$$

donde E_{0K} es el módulo de Young en el cero absoluto, las constantes B y T_D son mayores que cero e independientes de la temperatura, lo que indica una disminución del módulo de Young a medida que aumentamos la temperatura. Esto en términos de frecuencia es coherente con lo observado, pues el módulo de Young y la rigidez estática, tanto como la rigidez dinámica y la frecuencia de resonancia, se relacionan como

$$k_E = \frac{E(T)WH^3}{4L^3} \quad (6.4)$$

$$k_n = m\omega_n^2 = \alpha_n^4 \frac{k_E}{3} \quad (6.5)$$

donde k_E es la rigidez calculada sólo al aplicar una deflexión fija al microcantilever y una temperatura uniforme, W , H y L son el ancho, el espesor y la longitud del microcantilever, respectivamente, k_n es la rigidez dinámica para el modo n , m es la masa del microcantilever y ω_n es la frecuencia angular de resonancia para el modo n .

Queremos saber dónde es más notorio el efecto de la temperatura, entre la geometría o las características propias del material, para eso podemos comparar el coeficiente de dilatación lineal α_ℓ con el coeficiente de temperatura del módulo de Young, valores obtenidos a temperatura ambiente son [7, 19]

$$\alpha_\ell = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right) \approx 2,6 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1} \quad (6.6)$$

$$\alpha_E = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right) \approx -64 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1} \quad (6.7)$$

luego los efectos sobre el módulo de Young son más de 20 veces mayor que los efectos geométricos, despreciando así este último.

Para comenzar podemos suponer un cambio uniforme de temperatura sobre

todo el microcantilever, de la forma

$$T = T_0 + \Delta T \quad (6.8)$$

lo que significa que si tenemos una primera aproximación lineal en la dependencia del módulo de Young E con respecto a la temperatura T , la rigidez k_E queda como

$$k_E = k_0(1 + \alpha_E \Delta T) \quad (6.9)$$

así, el corrimiento relativo en frecuencia queda como

$$\frac{\delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2}\alpha_E \Delta T \quad (6.10)$$

luego se concluyó que este modelo simple no es suficiente, pues según lo observado el corrimiento relativo en frecuencia es dependiente del modo de resonancia.

Para continuar, se ha supuesto un modelamiento de un perfil de temperaturas de la forma

$$T(x) = T_0(1 + \theta(x)) \quad (6.11)$$

donde T_0 es la temperatura ambiente y $\theta(x)$ es el perfil de la diferencia de temperaturas normalizado, con x la coordenada espacial longitudinal al microcantilever. Con este perfil vamos a estudiar el cambio en rigidez y frecuencia.

6.3. Descripción estática

Para comenzar la búsqueda de un modelo que describa correctamente el fenómeno, hemos asumido un gradiente lineal de temperatura. Este gradiente va entre el punto donde incide el laser (extremo libre, en principio) y otro punto en la base del microcantilever (donde comienza el chip). Luego el perfil queda como

$$\theta(x) = \frac{\Delta T}{T_0} \frac{x}{L} \quad (6.12)$$

con ΔT la temperatura máxima del microcantilever menos T_0 .

Asumimos que el punto en la base está a temperatura ambiente, pues com-

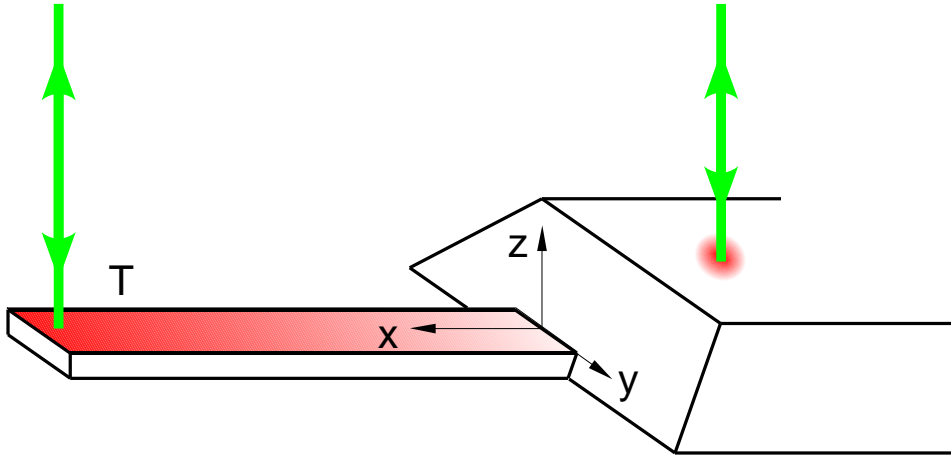


Figura 6.2: En una primera aproximación hemos asumido un gradiente lineal de temperatura. El calor generado por el rayo de prueba en la punta del microcantilever es disipado, en principio, por conducción hacia el chip del microcantilever que se mantiene a temperatura ambiente por su tamaño.

parando tamaños se comporta como un sumidero de calor. Para aclarar la idea, podemos ver la figura 6.2. Esta aproximación es notablemente válida si consideramos que el microcantilever está en vacío y la potencia del laser se conserva relativamente baja.

Consideramos que el perfil lineal de temperatura genera un perfil lineal, a su vez, del módulo de Young, al menos a primer orden:

$$E = E_0 \left(1 + \alpha_E \Delta T \frac{x}{L}\right) = E_0 \left(1 + \epsilon \frac{x}{L}\right) \text{ con } \epsilon = \alpha_E \Delta T \ll 1 \quad (6.13)$$

De comienzo podemos revisar una ecuación estática, tal como se hizo en el apartado 3.1.1

$$\frac{d^2}{dx^2} \left\{ E_0 \left(1 + \epsilon \frac{x}{L}\right) \frac{WH^3}{12} \frac{d^2 d}{dx^2} \right\} = f_{\text{tip}} \delta(x - L) \quad (6.14)$$

la solución a la Ec. 6.14 viene dada por

$$d(x) = 3 \frac{f_{\text{tip}}}{k_0} \frac{1}{\epsilon} \left[\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) \left(\frac{x}{L} + \frac{1}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \epsilon \frac{x}{L}\right) - \frac{x^2}{2L^2} - \left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{x}{L} \right] \quad (6.15)$$

Luego, la rigidez estática queda como

$$k_E = \frac{k_0}{3} \frac{\epsilon}{\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right)^2 \ln(1 + \epsilon) - \frac{3}{2} - \frac{1}{\epsilon}} \quad (6.16)$$

Utilizando una expansión a cuarto orden del logaritmo natural obtenemos

$$k_E = k_0 \left(1 + \frac{\epsilon}{4}\right) \quad (6.17)$$

$$= k_0 \left(1 + \frac{\alpha_E \Delta T}{4}\right) \quad (6.18)$$

La temperatura promedio del microcantilever es $T_0 + \Delta T/2$, por lo tanto, la rigidez estática del microcantilever cambia en un factor $\alpha_E \Delta T/4$, lo que es equivalente a un microcantilever de temperatura uniforme $T_0 + \Delta T/4$. Pues para una deflexión estática es muy importante tomar en cuenta el perfil de temperatura para describir el sistema. Como el modo 1 de oscilación es muy parecido a esa deflexión estática, también debe ser importante en la descripción dinámica.

6.4. Descripción dinámica

Para saber que ocurre en el microcantilever en modo dinámico debemos considerar de nuevo la ecuación de Euler-Bernoulli (Ec. 3.1) con la parte temporal y con las respectivas fuerzas de excitación aleatoria $\eta(x, t)$ y disipación $f_{\text{dis}}(x, t)$ (ambas por unidad de longitud).

$$\rho W H \frac{\partial^2 d}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E(x) \frac{W H^3}{12} \frac{\partial^2 d}{\partial x^2} \right) = f_{\text{dis}}(x, t) + \eta(x, t) \quad (6.19)$$

luego, en el espacio de Fourier tenemos

$$f_{\text{dis}}(x, \omega) = -i\omega\gamma(x, \omega)d(x, \omega) \quad (6.20)$$

$$\langle \eta(x, \omega) \rangle = 0 \quad (6.21)$$

$$\langle \eta(x, \omega)\eta(x', \omega) \rangle = \Gamma(x, \omega)\delta(x - x') \quad (6.22)$$

Γ es una función que describe la distribución espacial y comportamiento en frecuencia de este ruido estocástico, $\gamma(x, \omega)$ es la disipación local. Para el modelo de

Sader, por ejemplo, tendríamos $\gamma(x, \omega) = m\omega\tau(x, \omega)/L$ como se vió en la Ec. 3.51.

Podemos entonces reescribir la Ec. 6.19 en el espacio de Fourier para hacer explícita la dependencia en temperatura

$$-m\omega^2 d + \frac{k_0}{3} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[(1 + \beta\theta(x)) \frac{\partial^2 d}{\partial x^2} \right] + i\omega\gamma(x, \omega)d = \eta(x, \omega) \quad (6.23)$$

donde $\beta = \alpha_E T_0$. Con las condiciones de borde de la viga empotrada con un extremo libre, es decir

$$d(x=0, \omega) = 0 \quad \left. \frac{\partial d(x, \omega)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (6.24)$$

$$\left. \frac{\partial^2 d(x, \omega)}{\partial x^2} \right|_{x=1} = 0 \quad \left. \frac{\partial^3 d(x, \omega)}{\partial x^3} \right|_{x=1} = 0 \quad (6.25)$$

Además ahora hemos normalizado x a L para facilitar los cálculos.

6.4.1. Temperatura uniforme

Revisamos primero el caso donde $\theta(x) = 0$, $\Gamma(x, \omega) = \Gamma_0(\omega)$ y $\gamma(x, \omega) = \gamma_0(\omega)$. Introducimos el operador $\mathcal{L}_0 = \partial^4/\partial x^4$ en el espacio \mathcal{D} de funciones que cumplen las condiciones de borde del cantilever empotrado. Este operador es autoadjunto en este espacio para el producto interno

$$(\phi, \psi) = \int_0^1 dx \phi(x)\psi(x) \rightarrow (\mathcal{L}_0\phi, \psi) = (\phi, \mathcal{L}_0\psi) \quad (6.26)$$

y los autovectores del operador \mathcal{L}_0 forman una base ortonormal de \mathcal{D} . Ellos son los modos normales ϕ_n^0 clásicos del modelo de Euler-Bernoulli de la viga con un extremo libre y el otro empotrado, ya definidos anteriormente en la Ec. 3.24 que ahora los renombramos como ϕ_n^0 para efectos prácticos en la notación usada en el desarrollo de este capítulo. A su vez, los autovalores λ_n^0 del operador \mathcal{L}_0 correspondientes a cada modo normal son $\lambda_n^0 = \alpha_n^4$, donde α_n^4 son las soluciones de la Ec. 3.23.

Podemos proyectar la Ec. 6.23 sobre esta base para obtener la evolución de

la amplitud de cada modo

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\alpha_n^4 + i\omega\gamma_0(\omega) \right] d_n(\omega) = \eta_n(\omega) \quad (6.27)$$

con $d_n = (d, \phi_n^0)$, $\eta_n = (\eta, \phi_n^0)$. El forzamiento estocástico de estos osciladores armónicos no están acoplados

$$\langle \eta_n(\omega) \rangle = \left\langle \int_0^1 dx \eta(x, \omega) \phi_n(x) \right\rangle = 0 \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} \langle \eta_n(\omega) \eta_{n'}(\omega) \rangle &= \left\langle \int_0^1 dx \int_0^1 dx' \eta(x, \omega) \eta(x', \omega) \phi_n^0(x) \phi_{n'}^0(x') \right\rangle \\ &= \Gamma_0(\omega) \delta_{n,n'} \end{aligned} \quad (6.29)$$

En ausencia de fuerzas externas, tenemos una colección de osciladores cuasi armónicos forzados por ruidos térmicos independientes. Las frecuencias angulares resonantes ω_n de los osciladores están relacionadas con los autovalores espaciales por la relación de dispersión

$$m\omega_n^2 = \frac{k_0}{3}\alpha_n^4 = \frac{k_0}{3}\lambda_n^0 \quad (6.30)$$

Usando el teorema fluctuación disipación, podemos relacionar la amplitud del ruido térmico con el coeficiente de amortiguación para cada modo, luego la densidad espectral de potencia (PSD) S_η de la fuerza estocástica se escribe

$$S_{\eta_n}(\omega) = \Gamma_0(\omega) = \frac{2k_B T_0}{\pi\omega} \text{Im} \left(\frac{\eta_n(\omega)}{d_n(\omega)} \right) = \frac{2}{\pi} k_B T_0 \gamma_0(\omega) \quad (6.31)$$

En los experimentos, el factor de calidad de las resonancias es alto, así que la disipación sólo es importante cerca de los picos de resonancia. Por lo tanto, la aproximación armónica esta justificada, así podemos aproximar el coeficiente de amortiguación de cada modo por su valor en la resonancia. La Ec. 6.27 describe el comportamiento de un oscilador armónico simple de masa m , rigidez $k_n = k_0\alpha_n^4/3$ y coeficiente de amortiguación $\gamma_n = \gamma_0(\omega_n)$.

También, podemos calcular directamente el PSD de la deflexión

$$S_{d_n}(\omega) = \left| \frac{d_n(\omega)}{\eta_n(\omega)} \right|^2 S_{\eta_n}(\omega) = \frac{2k_B T_0}{\pi} \frac{\gamma_n}{(k_n - m\omega^2)^2 + (\gamma_n \omega)^2} \quad (6.32)$$

La integración de esta última ecuación conduce al teorema de equipartición

$$\langle d_n^2 \rangle = \int_0^\infty d\omega S_{d_n}(\omega) = \frac{k_B T_0}{k_n} \quad (6.33)$$

6.4.2. Perfil arbitrario de temperatura: corrimiento de frecuencia

Ahora permitimos cualquier perfil de temperaturas, pero trabajamos en el límite de pequeñas perturbaciones a la rigidez del cantilever: $\beta\theta(x) \ll 1$. Introducimos el operador

$$\mathcal{L} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[(1 + \beta\theta(x)) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \quad (6.34)$$

el cual aún es autoadjunto en el espacio \mathcal{D} . Los autovectores ϕ_n asociados a los autovalores λ_n de este operador define una base ortonormal de \mathcal{D} . Ellos son definidos por

$$\mathcal{L}\phi_n = \lambda_n \phi_n \quad (6.35)$$

Desarrollemos esta relación a primer orden en β con $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \beta\mathcal{L}_1$, $\phi_n = \phi_n^0 + \beta\phi_n^1$ y $\lambda_n = \lambda_n^0 + \beta\lambda_n^1$

$$\mathcal{L}_0\phi_n^1 + \mathcal{L}_1\phi_n^0 = \lambda_n^0\phi_n^1 + \lambda_n^1\phi_n^0 \quad (6.36)$$

Proyectando esta última ecuación en ϕ_n^0 y usando la propiedad de que \mathcal{L}_0 es autoadjunto, encontramos

$$\lambda_n^1 = (\phi_n^0, \mathcal{L}_1\phi_n^0) \quad (6.37)$$

Luego, usando la expresión explícita de $\mathcal{L}_1 = \partial^2/\partial x^2(\theta(x)\partial^2/\partial x^2)$ calculamos λ_n^1

$$\begin{aligned} \lambda_n^1 &= \int_0^1 dx \phi_n^0 \frac{d^2}{dx^2} \left(\theta(x) \frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right) = \phi_n^0(x) \frac{d}{dx} \left(\theta(x) \frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right) \Big|_0^1 \\ &\quad - \int_0^1 dx \frac{d\phi_n^0}{dx} \frac{d}{dx} \left(\theta(x) \frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right) \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$= - \frac{d\phi_n^0}{dx} \left(\theta(x) \frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right) \Big|_0^1 + \int_0^1 dx \theta(x) \left(\frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right)^2 \quad (6.39)$$

$$\lambda_n^1 = \int_0^1 dx \theta(x) \left(\frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right)^2 \quad (6.40)$$

los términos que se anulan son a causa de las condiciones de borde del microcantilever (Ecs. 6.24 y 6.25). Con esto, para cualquier perfil de temperatura dado $\theta(x)$, es por lo tanto, fácil calcular el corrimiento inducido de los autovalores espaciales. Luego podemos usar las relaciones de dispersión $m\omega_n^2 = k_0\lambda_n/3$, para deducir el corrimiento en la frecuencia de resonancia

$$\frac{\delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2} \frac{\delta\lambda_n}{\lambda_n} = \frac{\beta}{2} \frac{\lambda_n^1}{\lambda_n^0} \quad (6.41)$$

$$= \frac{\beta}{2\alpha_n^4} \int_0^1 dx \theta(x) \left(\frac{d^2 \phi_n^0}{dx^2} \right)^2 \quad (6.42)$$

El corrimiento en frecuencia es entonces dependiente del modo, el ablandamiento del cantilever debido a un incremento de la temperatura es ponderado por el cuadrado de la curvatura local, eso es donde el cantilever está más doblado. Una excepción es el caso de un incremento uniforme de la temperatura $\Delta T = \theta T_0$, el corrimiento en frecuencia relativo es independiente de n para este perfil específico de temperatura y se evalúa como

$$\frac{\delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{\beta\theta}{2} = \frac{\alpha_E \Delta T}{2} \quad (6.43)$$

Para una potencia baja de la luz enfocada en el extremo del cantilever, en vacío, la disipación de calor ocurre principalmente por conducción a lo largo del microcantilever. Se puede aplicar la ley de Fourier y conducir a un perfil lineal de temperatura $\theta(x) = x\Delta T/T_0$, donde ΔT es el incremento de temperatura en el

modo	1	2	3	4	5	6
κ_n	0.387	0.812	0.953	0.967	0.980	0.987

Cuadro 6.1: Corrimiento en frecuencia relativo de un microcantilever para un perfil lineal de temperatura normalizado por un corrimiento en frecuencia relativo de un microcantilever con la misma temperatura promedio, pero un perfil uniforme de temperatura. La forma explícita de κ_n se ha descrito en la Ec. 6.46.

extremo libre del cantilever. En el cuadro 6.1 están los coeficientes esperados κ_n relacionando el corrimiento en frecuencia relativo de este perfil de temperatura con el corrimiento relativo en frecuencia de un cantilever a temperatura uniforme (ambas temperaturas medias siendo las mismas, eso es $T_0 + \Delta T/2$). Explícitamente, estos coeficientes κ_n se originan de

$$\frac{\delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{\beta}{2} \frac{1}{\alpha_n^4} \int_0^1 dx \frac{\Delta T}{T_0} x \left(\frac{d^2\phi_n^0}{dx^2} \right)^2 \quad (6.44)$$

$$= \frac{\alpha_E \Delta T}{2\alpha_n^4} \int_0^1 dx x \left(\frac{d^2\phi_n^0}{dx^2} \right)^2 \quad (6.45)$$

$$\frac{4}{\alpha_E \Delta T} \frac{\delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{2}{\alpha_n^4} \int_0^1 dx x \left(\frac{d^2\phi_n^0}{dx^2} \right)^2 = \kappa_n \quad (6.46)$$

Este coeficiente es menor que 1 para el primer modo, donde la curvatura es mayor más cerca del extremo fijo, donde la temperatura es menor al promedio. Y tiende a 1 para los modos más altos, los cuales presentan una fuerte curvatura a lo largo del cantilever.

6.4.3. Perfil arbitrario de temperatura: ruido térmico

Proyectamos la Ec. 6.23 en la base ϕ_n para obtener la evolución de amplitud de cada modo

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3} \lambda_n \right] d_n(\omega) + i\omega \sum_{n'=1}^{\infty} d_{n'}(\omega) \int_0^{\infty} dx \gamma(x, \omega) \phi_{n'}(x) \phi_n(x) = \eta_n(\omega) \quad (6.47)$$

con $d_n = (d, \phi_n)$, $\eta_n = (\eta, \phi_n)$. Para $\gamma(x, \omega)$ podemos aproximar $\omega = \omega_n$ del mismo modo que en el caso con temperatura uniforme. Podemos así despreciar el

acoplamiento de γ

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n + i\omega\gamma_n \right] d_n(\omega) = \eta_n(\omega) \quad (6.48)$$

con

$$\gamma_n = \int_0^1 dx \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2 \quad (6.49)$$

Para una temperatura uniforme T_0 , el ruido térmico es consecuencia de la fuerza estocástica $\eta(\omega)$, el PSD es proporcional a la energía térmica $k_B T_0$ y al coeficiente de disipación $\gamma_0(\omega)$ (Ec. 6.31). Hacemos la hipótesis de que podemos extender esta descripción al caso de una temperatura no uniforme, la fuerza estocástica queda descrita así por un PSD proporcional a la energía térmica local $k_B T(x)$ y al coeficiente de amortiguación local $\gamma(x, \omega)$, eso es

$$\Gamma(x, \omega) = \frac{2}{\pi} k_B T(x) \gamma(x, \omega) \quad (6.50)$$

El forzamiento estocástico actuando sobre el modo n es $\eta_n(\omega) = (\eta(x, \omega), \phi_n(x))$, esto es descrito estadísticamente como

$$\langle \eta_n(\omega) \rangle = 0 \quad (6.51)$$

$$\langle \eta_n(\omega) \eta_{n'}(\omega) \rangle = \int_0^1 dx \int_0^1 dx' \langle \eta(x, \omega) \eta(x', \omega) \rangle \phi_n(x) \phi_{n'}(x') \quad (6.52)$$

$$= \int_0^1 dx \int_0^1 dx' \frac{2}{\pi} k_B T(x) \gamma(x, \omega) \delta(x - x') \phi_n(x) \phi_{n'}(x') \quad (6.53)$$

$$= \frac{2}{\pi} k_B \int_0^1 dx T(x) \gamma(x, \omega) \phi_n(x) \phi_{n'}(x) \quad (6.54)$$

En general, existe acoplamiento entre el ruido estocástico actuando en cada modo. Sin embargo, considerando de nuevo, que la separación entre modos es larga, despreciamos la correlación $\langle \eta_n(\omega) \eta_{n'}(\omega') \rangle$ para $n \neq n'$. Para $n = n'$, la última ecuación conduce al PSD del ruido para un modo

$$S_{\eta_n}(\omega) = \frac{2}{\pi} k_B \int_0^1 dx T(x) \gamma(x, \omega) \phi_n(x)^2 \quad (6.55)$$

Calculemos ahora el PSD de la deflexión

$$S_{d_n}(\omega) = \left| \frac{d_n(\omega)}{\eta_n(\omega)} \right|^2 S_{\eta_n}(\omega) = \frac{1}{(k_n - m\omega^2)^2 + (\gamma_n\omega)^2} S_{\eta_n}(\omega) \quad (6.56)$$

con $k_n = k_0\lambda_n/3$. En el orden de obtener una relación equivalente al teorema de equipartición, integramos la última ecuación en el rango completo de frecuencias. Sin embargo, mientras que sólo frecuencias cercanas a la resonancia contribuyen significativamente a la integral, podemos reemplazar $S_{\eta_n}(\omega)$ por su valor en resonancia

$$\langle d_n^2 \rangle = \int_0^\infty d\omega S_{d_n}(\omega) \quad (6.57)$$

$$= \int_0^\infty d\omega \frac{1}{(k_n - m\omega^2)^2 + (\gamma_n\omega)^2} S_{\eta_n}(\omega_n) \quad (6.58)$$

$$= \frac{\pi}{2\gamma_n k_n} S_{\eta_n}(\omega) \quad (6.59)$$

$$= \frac{1}{\gamma_n k_n} k_B \int_0^1 dx T(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2 \quad (6.60)$$

luego podemos escribir

$$\frac{1}{2} k_n \langle d_n^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T_n \quad (6.61)$$

donde T_n es la temperatura efectiva del modo n :

$$T_n = \frac{\int_0^1 dx T(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2}{\int_0^1 dx \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2} = T_0 \left(1 + \frac{\int_0^1 \theta(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2}{\int_0^1 dx \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2} \right) \quad (6.62)$$

La temperatura efectiva es así dependiente del modo, la subida local de temperatura es ponderada por la disipación local. En efecto, la potencia disipada localmente es dada por $f_{\text{dis}}(\partial d/\partial t)$, la cual es proporcional a $\gamma\phi_n^2$ para el modo n . Si la temperatura del cantilever es uniforme, luego la temperatura efectiva es independiente del modo y corresponde a la temperatura de equilibrio.

6.4.4. Pruebas experimentales para el corrimiento en frecuencia

Se ha utilizado un microcantilever rectangular sin recubrimiento (BudgetSensors, AIO-TL) y cuyas dimensiones son largo $L = 500 \mu\text{m}$, ancho $W = 30 \mu\text{m}$ y espesor $H = 2,7 \mu\text{m}$, todos valores nominales entregados por el fabricante. El laser utilizado es de 100 mW de salida (Spectra Physics, Excelsior) y se ha controlado la potencia utilizando un banco de filtros de densidad neutra (Thorlabs, NEK01), los mismos utilizados para medir el shot noise en el capítulo 5, de igual modo el montaje va como el descrito en la figura 5.2. Las mediciones se han realizado en presión atmosférica y además en un poco de vacío entre los 5,8 y 8,5 Pa para comparar.

Los muestreos del ruido térmico se han realizado a 2 MHz, esto nos ha permitido obtener una visualización de 5 modos de resonancia para el microcantilever descrito. Cada modo es ajustado como

$$S_d^{SHO}(f) = Bg + 4k_B \frac{T}{k_n} \frac{1}{Q_n \omega_n} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q_n \omega_n}\right)^2} \quad (6.63)$$

donde Bg es el ruido de fondo del instrumento, limitado principalmente por el shot noise, k_n , Q_n y $\omega_n = 2\pi f_n$ son la rigidez, el factor de calidad y la frecuencia angular de resonancia del modo n , respectivamente. Se debe recalcar en esta ocasión que el ajuste de la ecuación a los datos experimentales en realidad conducen a la razón T/k_n , puesto que a priori no conocemos la temperatura T si suponemos los efectos de calentamiento.

En las figuras 6.3 y 6.4 mostramos los corrimientos relativos de frecuencia $\delta f_n/f_n$ para vacío y presión ambiente para cada modo n como función de la intensidad de luz I del rayo de prueba enfocado en el extremo libre del microcantilever. Se puede ver que esas curvas son dependientes del modo n y de la presión que rodea al microcantilever.

Partimos suponiendo que el intercambio de calor con el aire es bajo. La mayor cantidad de disipación del calor (absorbido como energía de la luz por el silicio) se produce por conducción térmica debido a la diferencia de temperatura entre el extremo libre del microcantilever y su base. Se consideró que la base se encuen-

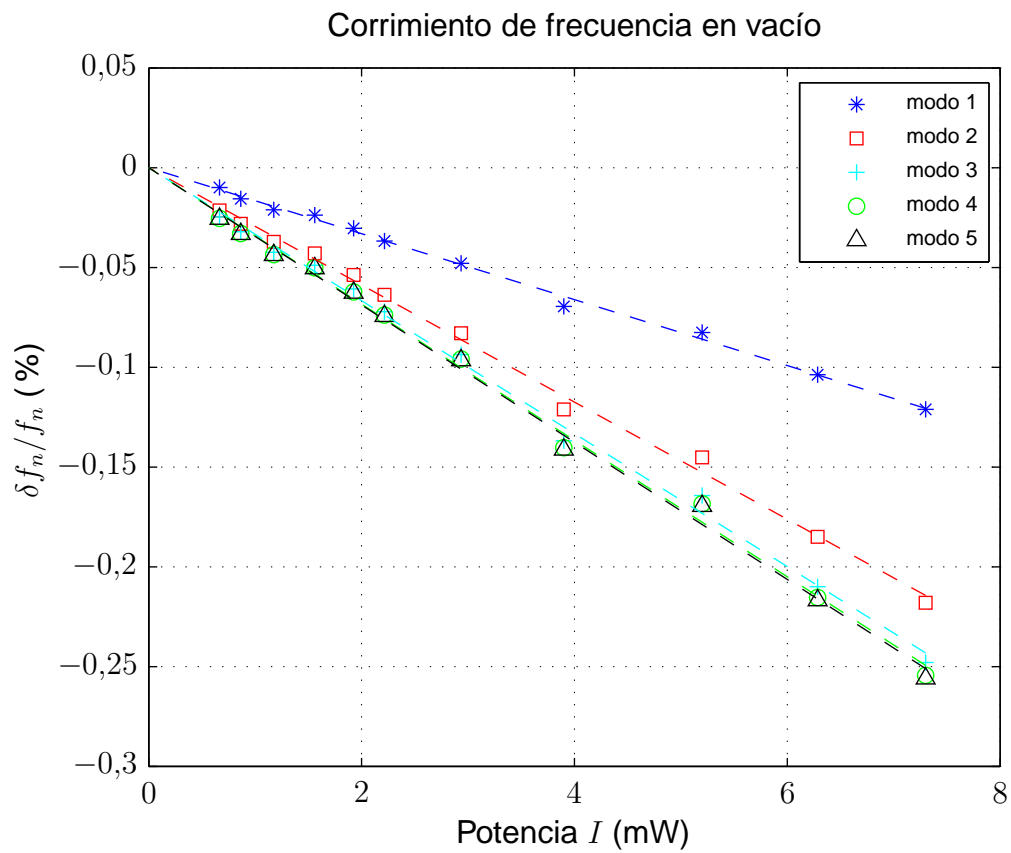


Figura 6.3: Corrimiento de frecuencia relativo $\delta f_n / f_n$ versus la potencia de luz I que incide sobre el extremo libre del microcantilever, la presión del aire que rodea al microcantilever es de 7 Pa. Las líneas segmentadas son ajustes lineales.

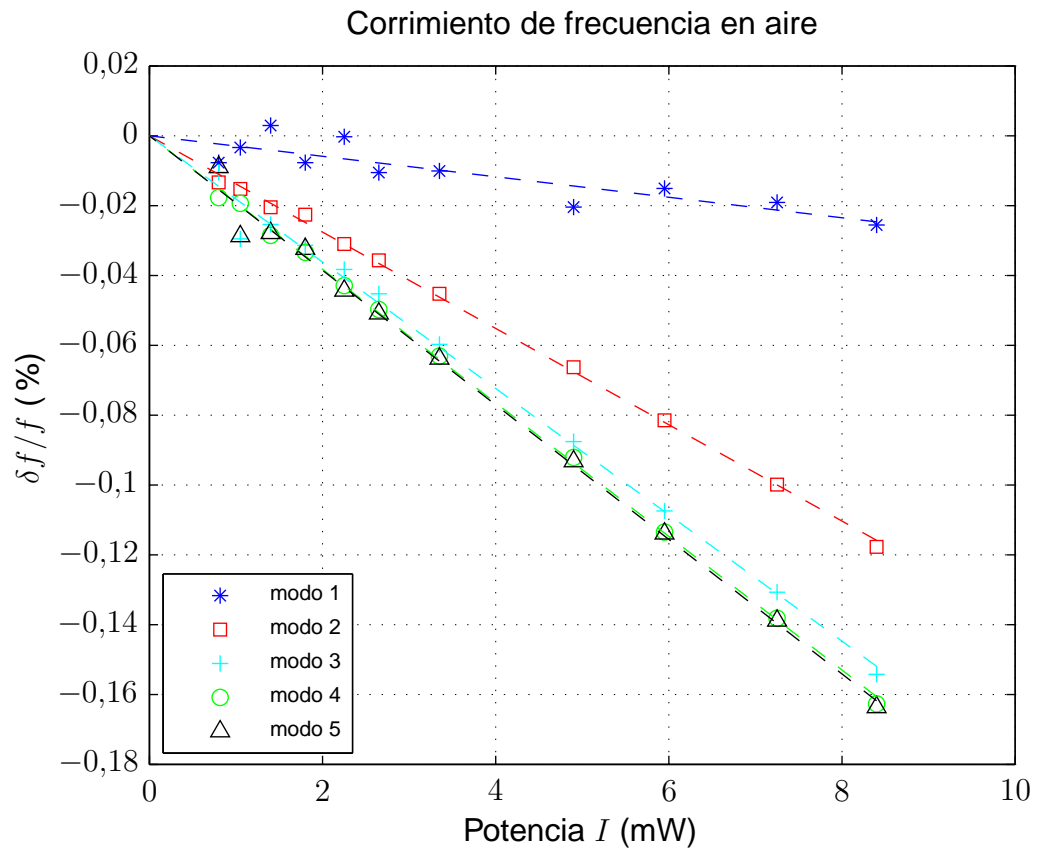


Figura 6.4: Corrimiento de frecuencia relativo $\delta f_n/f_n$ versus la potencia de luz I que incide sobre el extremo libre del microcantilever, esta medición se realizó a presión atmosférica. Las líneas segmentadas son ajustes lineales.

tra a temperatura ambiente debido al tamaño del chip. Además se consideró que el flujo de calor es homogéneo en la sección transversal del microcantilever. El perfil de temperatura estacionario se puede calcular utilizando la ley de Fourier para la transferencia de calor

$$J = \frac{\alpha I}{WH} = \lambda(T(x)) \frac{1}{L} \frac{dT}{dx} \quad (6.64)$$

donde J es el flujo de calor (en W/m^2), α es la fracción de luz absorbida por el microcantilever y λ es la conductividad térmica del silicio. Para una intensidad no muy alta de luz vamos a considerar que la conductividad λ no es dependiente de la temperatura T , luego el perfil de temperatura queda lineal

$$\theta(x) = \frac{L}{WH\lambda_0 T_0} \alpha I x \quad (6.65)$$

En cuyo caso, la dependencia del corrimiento en frecuencia para cada modo n queda modelado por los coeficientes κ_n del cuadro 6.1, calculado para un perfil lineal de temperatura

$$\frac{\delta f_n}{f_n} = \kappa_n \frac{\alpha_E \Delta T}{4} = \kappa_n \alpha_E \frac{L}{4WH\lambda_0} \alpha I \quad (6.66)$$

Para probar esta dependencia hemos ajustado cada corrimiento en frecuencia a una función lineal. La pendiente de estos ajustes, $(\delta f_n/f_n)/I$, se han graficado contra κ_n en la figura 6.5. Un análisis en la figura 6.5 nos corrobora que el modelamiento es adecuado, pero falta considerar efectos adicionales que producen resultados fuera del modelo. Por ejemplo, para el aire se debe considerar la disipación por convección, por otro lado, es posible que la base del microcantilever no esté a temperatura ambiente del todo, pues hay que considerar como es el contacto térmico entre el chip del microcantilever y el soporte. Esto último puede ocasionar que tengamos una componente en el corrimiento de frecuencias proporcional a la intensidad de luz I que sea independiente del modo n .

No se ha calculado la diferencia de temperatura ΔT , porque esta medición requiere un control fino en la ubicación del rayo sobre el microcantilever, pues para obtener la temperatura se requiere calcular el valor de la rigidez de forma precisa. En caso que el rayo quede reflejado sobre un punto muy próximo a un

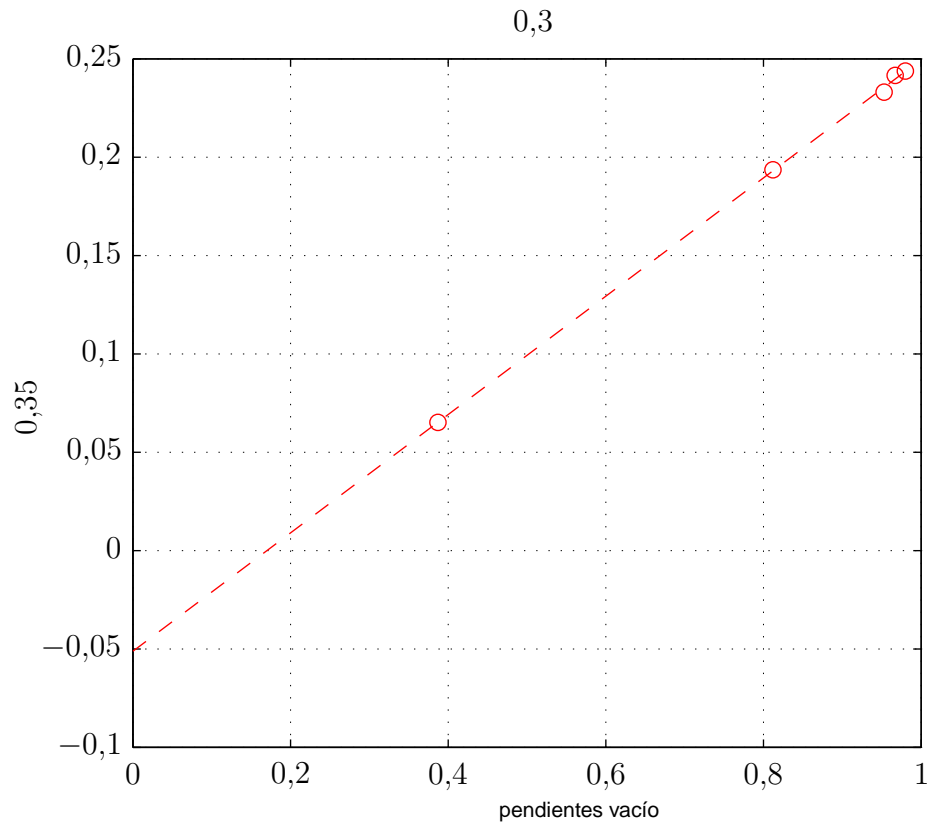


Figura 6.5: La relación de los corrimientos relativos de frecuencia con los coeficientes κ_n debiese ser proporcional, sin embargo en nuestro caso se observa un pequeño offset para ambos casos (vacío y atmósfera), efecto que nos lleva a considerar que aun cuando el modelo elegido describe bien el fenómeno, le faltan términos a considerar para una descripción más completa. Las líneas segmentadas son ajustes lineales.

nodo del microcantilever no tendremos casi nada de resonancia, esto implica obtener un valor de rigidez falso porque no corresponde al area bajo la curva y por lo tanto una información sobre la temperatura que no es fidedigna. Por otro lado, tambien se requiere tener una posición fija del microcantilever, para lo cual se requiere un sistema de monitoreo para la ubicación del rayo sobre el microcantilever.

6.5. Conclusión

El aumento de potencia sobre el rayo que va sobre el microcantilever produce efectos sobre la red cristalina del silicio debido al calentamiento de éste. En estricto rigor, este fenómeno ocurre incluso trabajando a baja potencia como se ve en las figuras 6.3 y 6.4. Se ha modelado con un buen grado de éxito el comportamiento del corrimiento de las frecuencias de resonancia del microcantilever debido a un gradiente de temperatura a lo largo de éste, relacionando un efecto de temperatura uniforme con un gradiente de temperatura.

Capítulo 7

Conclusión y proyecciones futuras

Se ha logrado obtener una mejora en resolución del instrumento en un orden más de magnitud para los resultados previos, partiendo de $3,5 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ y llegando a $3,5 \times 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$. Como esto es el valor del ruido de fondo del instrumento, esta modificación ahora permite observar comportamientos por sobre este orden, por ejemplo, esta mejora fue útil a la hora de hacer caracterizaciones viscoelásticas que se habían complicado con la resolución previa. El método utilizado para aumentar la resolución del instrumento ha planteado una nueva interrogante, planteada y estudiada parcialmente en el capítulo 6, donde se ha tratado de modelar el comportamiento del microcantilever al ser sometido a un gradiente de temperatura, los resultados del modelo ajustan parcialmente a lo observado, dejando el tema aún abierto para seguir trabajando.

Si bien existe una variada gama de instrumentos de este tipo en el mercado, las ventajas de nuestro sistema quedan demostradas, pues primero la resolución lograda es altamente competitiva con los desarrollos actuales. Por otro lado, está la ausencia total de las llamadas “cajas negras”, pues uno tiene acceso a toda la información obtenida con el instrumento. También es posible hacer modificaciones siempre de manera reversible, pues el sistema es totalmente modular en todas sus piezas, lo que hace sencillo armar y desarmar para probar modificaciones al sistema.

Para seguir complementando este diseño instrumental se debe terminar el sistema de retroacción que controle la plataforma donde se monta la muestra, esto tiene variadas alternativas que deben ser estudiadas y ojalá todas probadas. La

electrónica de retroalimentación mostrada acá permite un control para modo contacto sin ningún problema, pero a frecuencias más altas (por sobre los 100 kHz) la electrónica estudiada no funciona adecuadamente. Esto propone buscar otras alternativas que son bastante interesantes desde el punto de vista del desarrollo instrumental, una opción puede ser la utilización de la tecnología FPGA (Field Programmable Gate Array), que permite procesar las señales por canales dedicados a una tarea asignada, programando la electrónica desde el nivel más básico con el objetivo de tener un sistema flexible, pero a la vez orientado específicamente a realizar tareas determinadas a las velocidades que permita el reloj del sistema. También existen equipos comerciales que integran el sistema FPGA con el DSP (Digital Signal Processor) diseñados exclusivamente para el control de un AFM, como el Mk2-A810 de SoftdB que permite implementar un controlador con software libre.

Durante el período que se estuvo en la ENS de Lyon, se estuvo trabajando paralelamente por algunos períodos en la construcción e implementación del mismo interferómetro en la Universidad de Santiago, con el objetivo de trabajar en aplicaciones con el desarrollo logrado hasta este momento. Por ahora, se está estudiando la posibilidad de realizar mediciones en áreas biológicas, para lo cual se están diseñando experimentos que, por ejemplo, permitan medir cambios de masa sobre alguna muestra depositada en el microcantilever o adhesiones que se realicen en la superficie por algún tipo de muestra.

Apéndice A

Otras mediciones realizadas con interferómetro

Utilizando el mismo interferómetro del microcantilever se han realizado operaciones adicionales para probar dispositivos que necesitamos para nuestros experimentos. Dentro de las labores realizadas se han caracterizado plataformas piezoeléctricas de resolución subnanométrica y además dispositivos laser de muy buena estabilidad donde se ha podido observar el comportamiento temporal de éstos.

A.1. Caracterización de plataformas piezoeléctricas

Se han caracterizado dos plataformas piezoeléctricas (NPoint, y PI, P-733.3DD) utilizando el mismo principio para medir las deflexiones del microcantilever, es decir, utilizando un divisor de rayo de calcita se ha dirigido un rayo de referencia en un espejo fijo y un rayo de prueba sobre un espejo móvil montado sobre la plataforma, tal como se muestra en la figura A.1. El objetivo es medir las fluctuaciones que hay de la plataforma debido a su sistema de control y a la misma mecánica de ésta para así comparar su estabilidad. Las plataformas piezoeléctricas poseen un sistema electrónico que puede funcionar en lazo cerrado (o servo ON) y lazo abierto (o servo OFF), además también se midió la plataforma totalmente desconectada del controlador para saber la estabilidad mecánica por sí sola. En la figura A.2 se muestran las mediciones de estos PSD realizados sobre las pla-

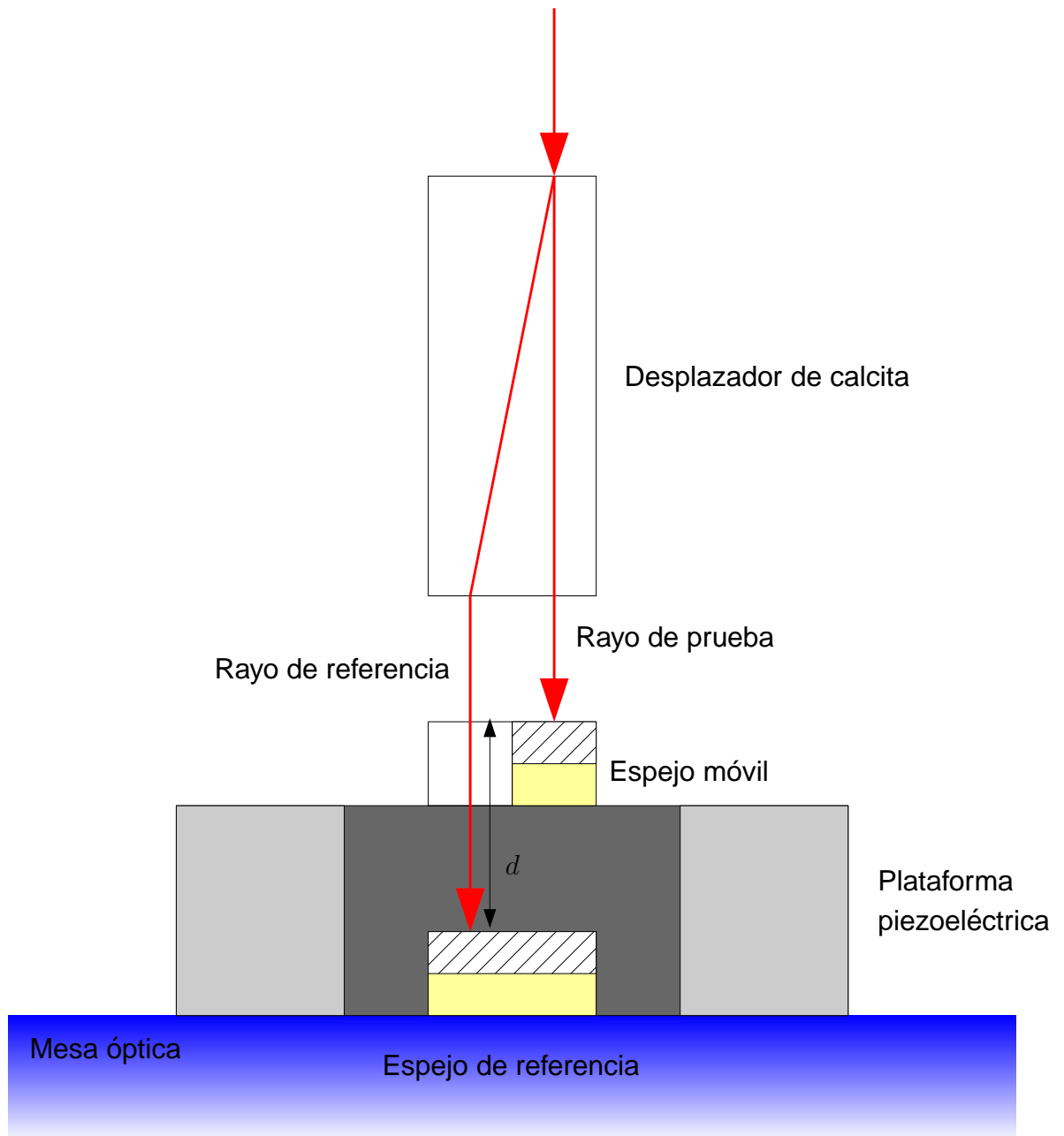


Figura A.1: Para hacer pruebas de estabilidad sobre una plataforma piezoeléctrica se ha fijado un espejo a la plataforma como un espejo móvil donde se incide un rayo de prueba, el movimiento vertical d de la plataforma se mide con respecto a un espejo fijo montado sobre la mesa óptica, en donde se hace incidir el rayo de referencia. El desplazador de calcita utilizado es de marca Melles Griot de 40 mm de largo que produce una separación de 4 mm entre los rayos.

taformas en todas las condiciones señaladas anteriormente. Debemos destacar que ambas plataformas son de resolución subnanométrica según se indica en las especificaciones, esto se ve comprobado en los espectros de ruido obtenidos, donde incluso en la función de lazo cerrado se observa la buena resolución en el control de posición, que a su vez es más ruidoso debido a la electrónica que intenta mantener la posición programada previamente.

También se ha probado la capacidad del interferómetro para describir correctamente una señal en el tiempo. En la figura A.3 se probó una curva sinusoidal de amplitud de 10 nm de punta a punta y otra amplitud de 310 nm de punta a punta. En ambas mediciones se ha comparado la información del sensor interno del dispositivo con la procesada por el interferómetro.

De acuerdo a los resultados obtenidos de los espectros de ruido y sabiendo la capacidad de control de ambos dispositivos, se ha optado por adquirir la plataforma de la compañía PI, modelo P-733.3DD por haberse comprobado un desempeño superior para nuestras aplicaciones.

A.2. Pruebas de estabilidad de lasers

Otras pruebas importantes se hicieron para elegir un laser con la estabilidad adecuada, tanto de potencia como de longitud de onda, necesarios para nuestro experimento. Como ya se decía en el capítulo sobre el aumento de resolución, hemos adquirido un laser con potencia bastante más alta que un HeNe típico. Para poder elegir el laser adecuado hemos comparado su comportamiento en un período largo de tiempo como también sus espectros de ruido. La gama de lasers elegidos son de semiconductor del orden de los 100 a 150 mW de potencia de salida.

Para medir el comportamiento de los lasers se ha dispuesto un montaje muy similar al de la figura A.1 con la diferencia que ahora no hay espejo móvil, sino que ambos rayos van reflejados sobre un mismo espejo. Para entender lo que ocurre en cuanto a los desplazamientos debemos considerar que éste en realidad es artificial, pues ambos rayos del interferómetro caen sobre un solo espejo fijo. Si

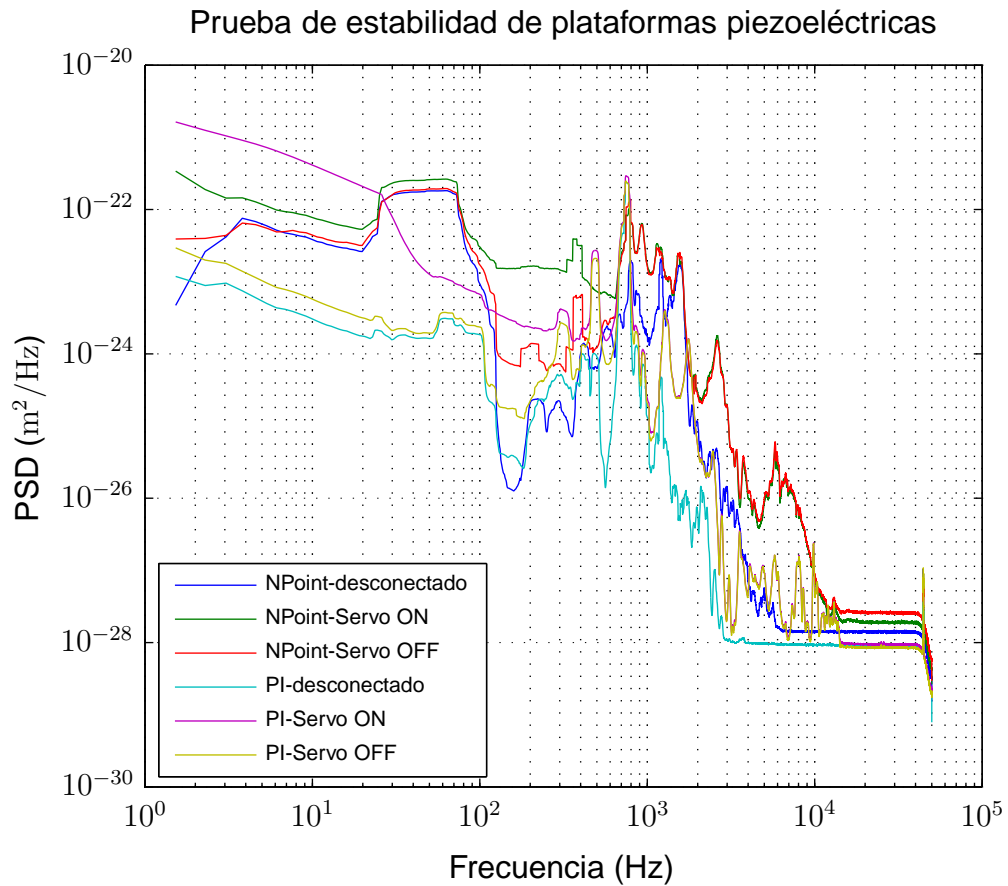


Figura A.2: Los PSD calculados del movimiento vertical de las plataformas se han probado en las condiciones indicadas en la leyenda, donde servo ON indica que el controlador está funcionando en lazo cerrado y servo OFF significa un control en lazo abierto. Se han probado las plataformas de Physik Instrumente (PI) y la de NPoint. El espectro altamente ruidoso se debe en gran parte al montaje provisorio, pues sólo nos interesa saber el comportamiento de las plataformas con sus respectivos controladores.

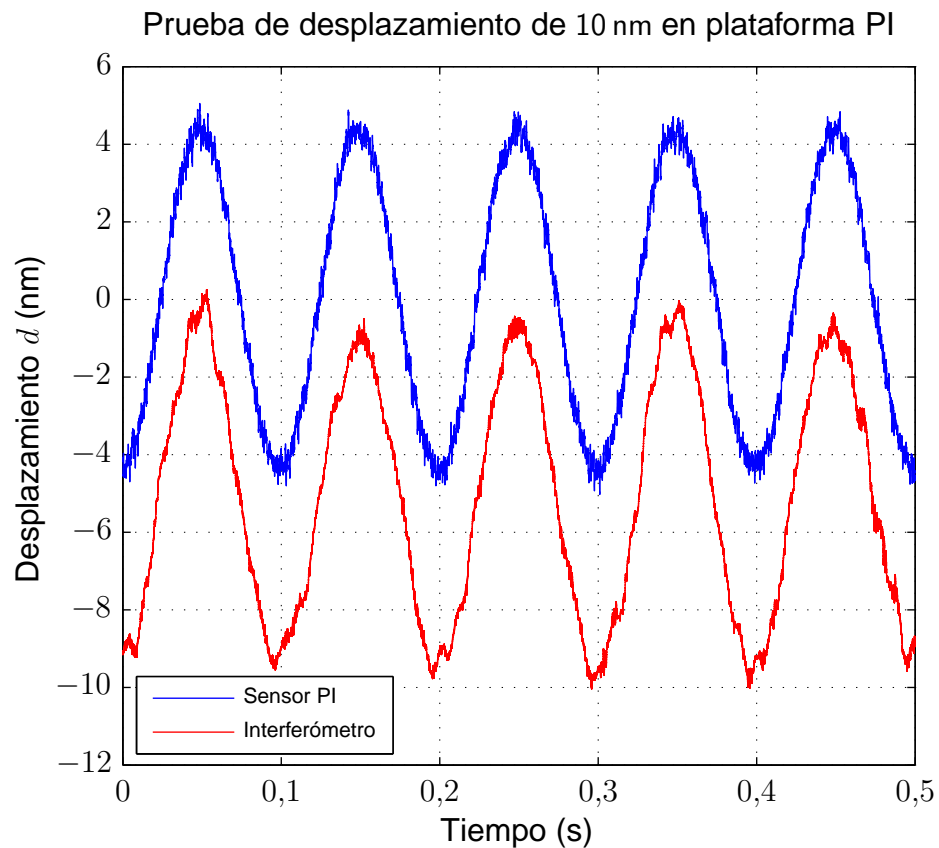


Figura A.3: Se ha probado la capacidad del interferómetro en contraste con el sensor interno de la plataforma piezoeléctrica, para reproducir un movimiento sinusoidal de 10 nm de amplitud de punta a punta. La frecuencia de la señal se ha programado en 10 Hz. Las señales son muy parecidas, pero es notorio que la señal del interferómetro es menos ruidosa por sí y que el movimiento real de la plataforma no es tan sinusoidal como lo programado. La diferencia en el punto base para la señal del interferómetro ha sido desplazada arbitrariamente para comparar ambas curvas.

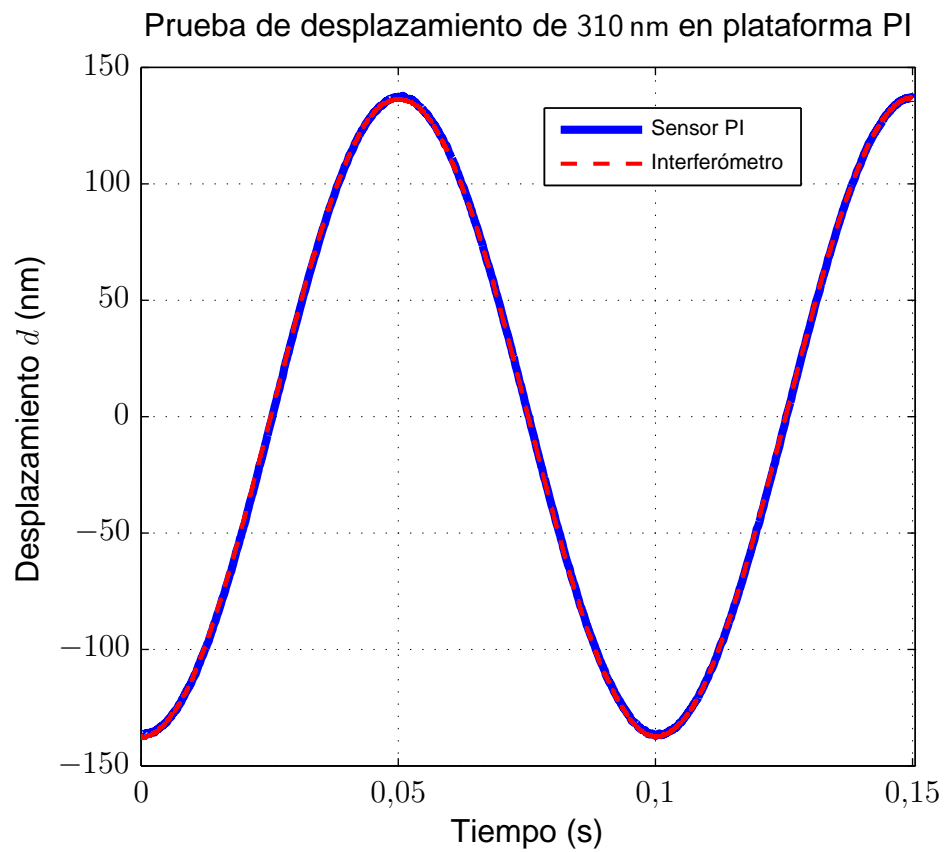


Figura A.4: Teniendo un buen comportamiento del interferómetro con señal pequeña, se probó una amplitud de 310 nm de punta a punta, donde también se observa un muy buen seguimiento de la señal al comparar con el sensor interno del dispositivo piezoeléctrico. La señal de la onda sinusoidal tiene una frecuencia de 10 Hz.

analizamos la Ec. 2.1 de forma más ampliada tenemos

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda}d \quad (\text{A.1})$$

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda}\delta d - \frac{4\pi}{\lambda^2}d\delta\lambda \quad (\text{A.2})$$

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \left(\delta d - \frac{d}{\lambda}\delta\lambda \right) \quad (\text{A.3})$$

Si consideramos ahora que δd es cero (espejo fijo), al menos en un período corto de tiempo, podemos atribuir la salida del interferómetro a cambios en λ , esto significa que el desplazamiento equivalente tiene un factor adicional de d/λ , donde d es la diferencia de camino óptico de los rayos en un trayecto simple. En este caso esa diferencia viene dada por los índices de refracción diferentes para el rayo ordinario y el extraordinario, que en el caso de la calcita son $n_o^{532} = 1,663$ y $n_{\text{eff}}^{532} = 1,569$, respectivamente para una longitud de onda de 532 nm y $n_o^{633} = 1,656$ y $n_{\text{eff}}^{633} = 1,564$ para una longitud de onda de 633 nm. Se debe indicar que el índice extraordinario efectivo (n_{eff}) utilizado en este caso, corresponde a una combinación de los índices ordinario y extraordinario como se indicó en la Ec. 2.2 respecto del eje óptico de la calcita. Con estos valores podemos calcular el factor que acompaña a $\delta\lambda$

$$d = (n_o - n_{\text{eff}}) \times 40 \text{ mm} \quad (\text{A.4})$$

$$\left. \frac{d}{\lambda} \right|_{\lambda@532 \text{ nm}} = 7,07 \times 10^3 \quad (\text{A.5})$$

$$\left. \frac{d}{\lambda} \right|_{\lambda@633 \text{ nm}} = 5,81 \times 10^3 \quad (\text{A.6})$$

considerando que la calcita utilizada tiene una longitud de 40 mm y los laseres usados tienen una longitud de onda de 532 nm y 633 nm. En esta sección utilizamos esto para hacer una corrección y escribir la estabilidad del laser en términos de $\delta\lambda$. Así, el ruido observado se atribuye a efectos térmicos sobre el sistema cuando estamos en escalas de tiempo largas y a la estabilidad de la longitud de onda por la electrónica de control en tiempos cortos.

En la figura A.5 se muestran los espectros de ruido de los laseres medidos, donde el laser de HeNe con longitud de onda de 633 nm es un Melles Griot, modelo 05-LHP-691, de 3,5 mW de potencia de salida, que ha sido tomado como el

laser de referencia para todas las mediciones. Los otros laser son de estado sólido y tienen una potencia entre 100 y 150 mW, con una longitud de onda de 532 nm para todos. Las marcas y modelos utilizados son Quantum modelo Torus, Cobolt modelo Samba y Spectra Physics modelo Excelsior. Todos ellos con su respectivo sistema electro óptico de estabilización. En todos los PSD de esta figura se observa una zona ruidosa asociada a ruidos mecánicos.

Los comportamientos en el tiempo se pueden observar en la figura A.6, donde el tiempo medido fue alrededor de 1100 s, se debe señalar que los cambios vistos a tiempo largo es muy probable que sean por dilataciones térmicas más que por el sistema de control y estabilización de los lasers. En un análisis más detallado del laser Quantum en la figura A.7, se puede observar que la amplitud para la variación de la longitud de onda no sobrepasa los 7 pm y parece mantenerse en el rango. Sin embargo hay cambios bruscos en la longitud de onda que se ven como saltos, además se observan pulsos muy cortos en el tiempo y de amplitud muy pequeña.

Con estos antecedentes se ha optado por utilizar el laser de Spectra Physics, Excelsior, pues demuestra tener buena estabilidad en el tiempo y su espectro de ruido tiene un límite dentro de lo esperado.

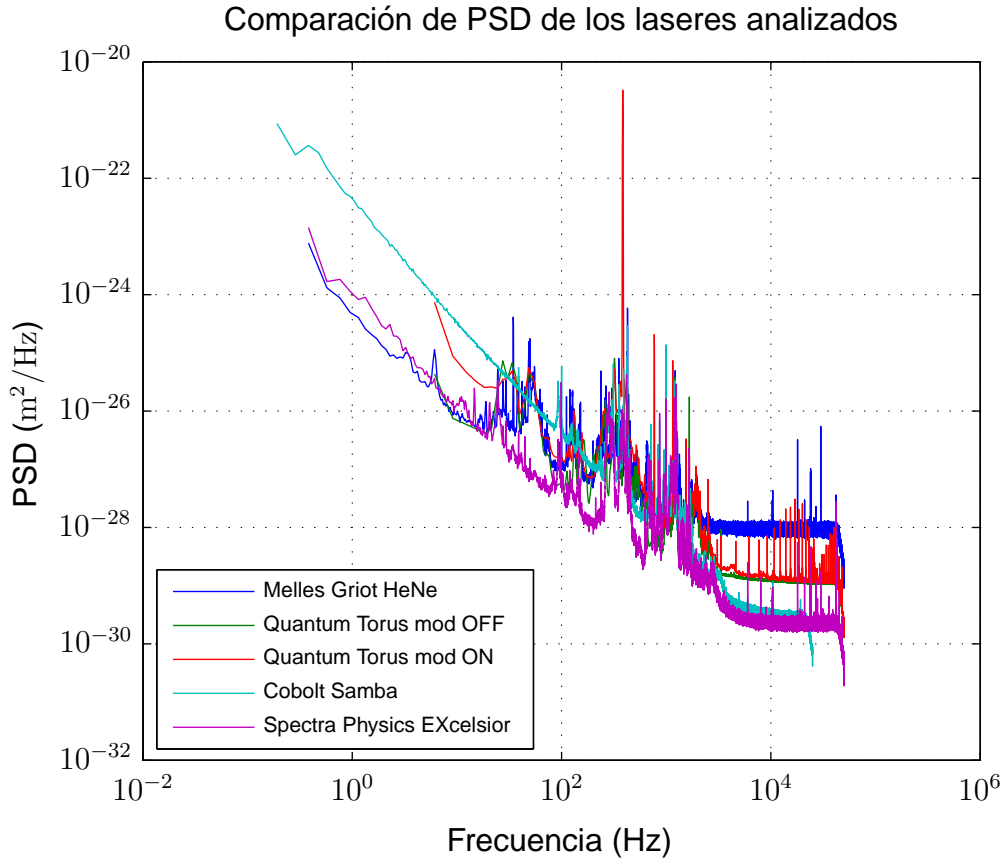


Figura A.5: Los espectros de cada laser muestran ruidos similares, excepto el del laser de HeNe que tiene un valor límite más alto, esto debido a la baja potencia de este laser comparado con los otros de estado sólido, por efecto del shot noise. Los picos son ruidos mecánicos residuales, pues utilizamos un montaje provisorio con el único objetivo de probar los diferentes lasers. Se puede observar una marcada resonancia al aplicar modulación al laser Quantum, mostrando así la frecuencia de modulación impuesta por la electrónica de estabilización.

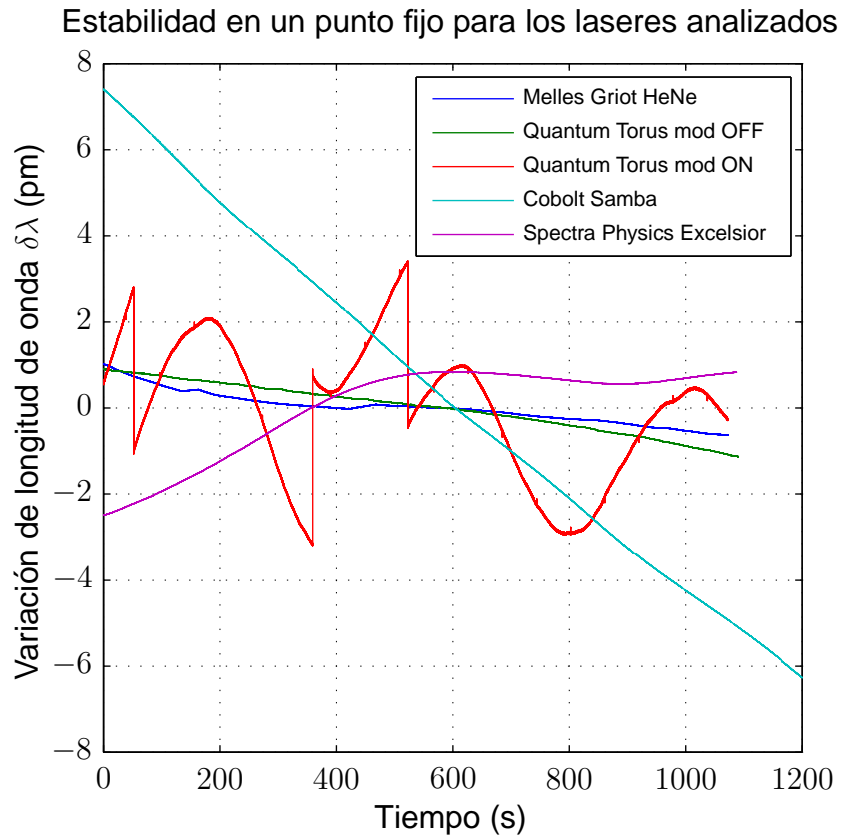


Figura A.6: La estabilidad es fácilmente comparable en esta figura, el laser de He-Ne es bastante estable junto al de Quantum con el estabilizador apagado, el laser Cobolt tuvo problemas en conservar el punto inicial mostrando una clara variación y el laser Spectra Physics muestra una partida un tanto variable, pero después logra una buena estabilidad comparable al laser de HeNe. Los lasers de Cobolt tanto como el de Spectra Physics no tienen la opción de detener la electrónica de estabilización, por lo cual el único que pudimos probar sin estabilizador fue el de Quantum.

Variación de longitud de onda del laser Quantum con modulación

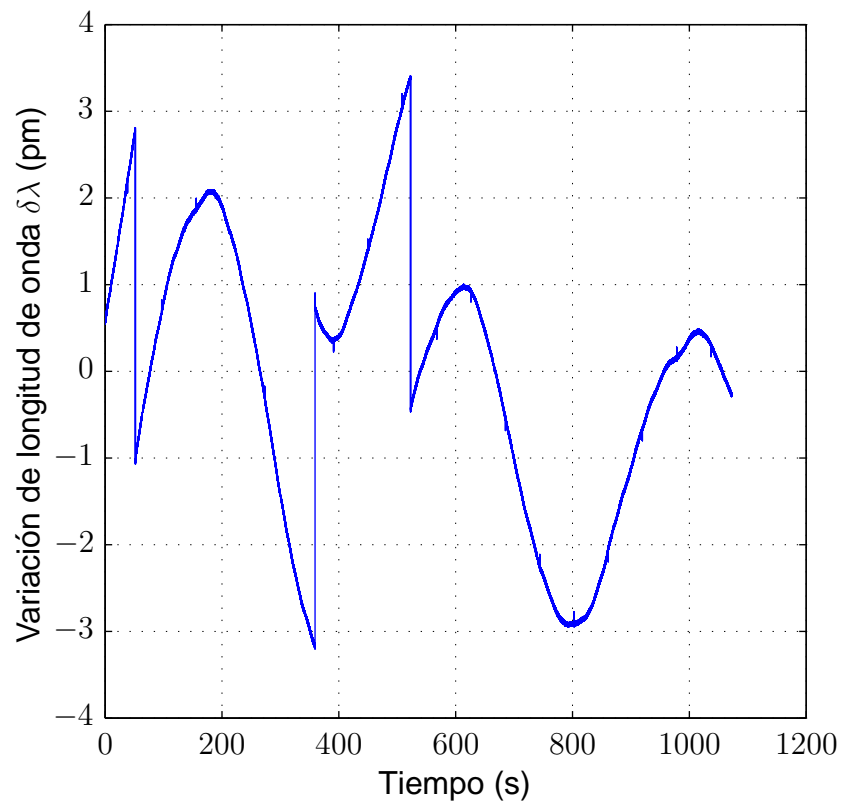


Figura A.7: El comportamiento del laser Quantum Torus tiene efectos debido a la modulación que estabiliza la longitud de onda del dispositivo. Estos efectos se ven marcados fuertemente en los saltos de la señal, además hay una modulación oscilante, cuyo efecto se ve del orden de los 7 pm de amplitud de punta a punta, además puede observarse pequeños pulsos muy cortos dentro de la señal que también son generados por la electrónica de control. La estabilización funciona bien, pero los saltos en λ molestan demasiado para nuestros experimentos.

Apéndice B

Láminas retardadoras

Las láminas retardadoras o waveplates, por su nombre en inglés, utilizadas en nuestro instrumento están construidas de cristal de cuarzo por sus propiedades birrefringentes. En principio, lo que se busca es producir un cambio en la polarización de la luz que pasa por el cristal, esto se logra al ingresar un rayo de luz polarizado en algún ángulo respecto del eje óptico o eje lento (el cuarzo es un cristal uniaxial positivo), con esto, sólo una componente del campo eléctrico de ese rayo de luz pasa por el eje óptico (Fig. B.1) produciendo una diferencia de fases entre la componente paralela al eje óptico del cristal y la componente perpendicular a éste.

Para producir la diferencia de fases requerida se debe conocer los índices de refracción para el eje rápido y el eje lento del cristal además de la longitud de onda de la luz que se utiliza. Podemos escribir el número de propagación como

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{B.1})$$

$$k = 2\pi \frac{f}{c} n \quad (\text{B.2})$$

Luego el desfase en una lámina de longitud L es $kL = 2\pi \frac{f}{c} nL$ y para cada eje tenemos

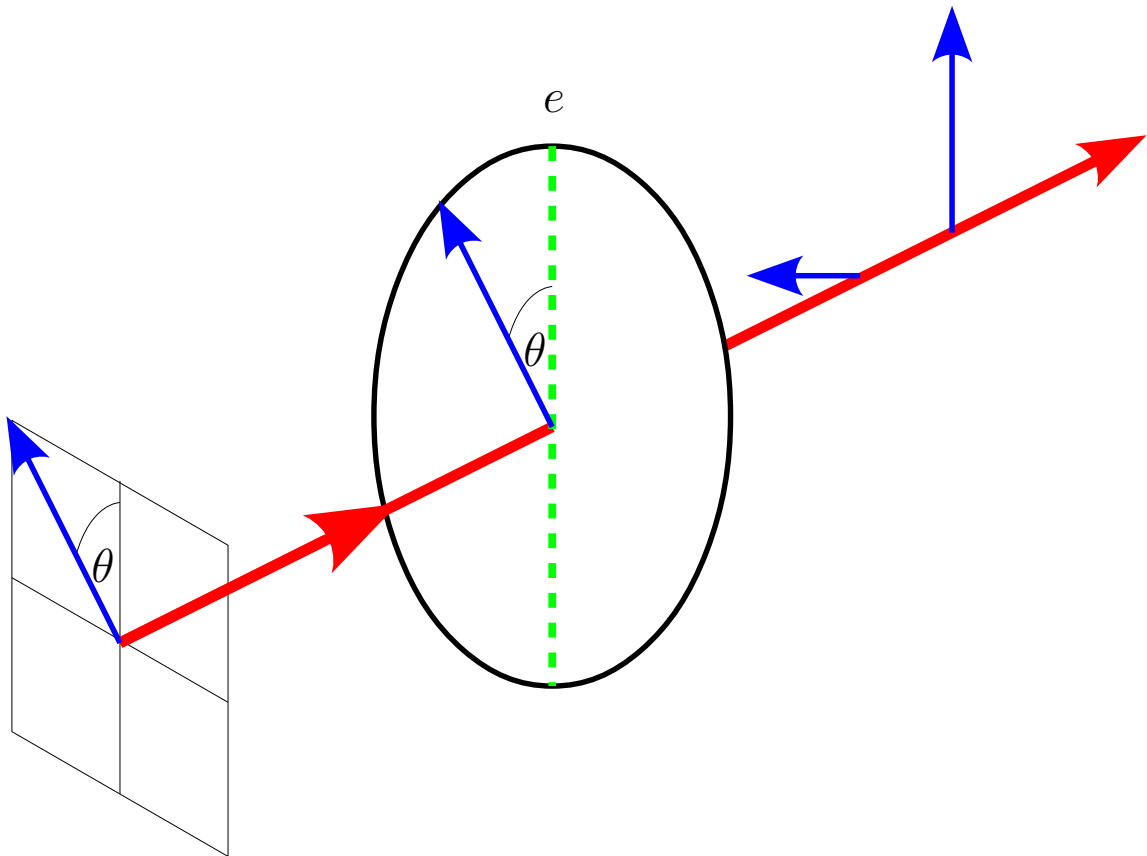


Figura B.1: Lámina retardadora, se ilustra cómo al pasar un rayo con una componente de su polarización (determinada por el ángulo θ) en el eje rápido e sufre un cambio en la fase respecto de la otra componente perpendicular, resultando un cambio en la polarización de la onda de entrada.

$$\phi_x = 2\pi \frac{f}{c} n_x L \quad (\text{B.3})$$

$$\phi_y = 2\pi \frac{f}{c} n_y L \quad (\text{B.4})$$

Se le llama término de retardo (Γ) a la diferencia relativa de ambas fases

$$\Gamma = \phi_y - \phi_x \quad (\text{B.5})$$

$$= 2\pi \frac{f}{c} L (n_y - n_x) \quad (\text{B.6})$$

Así, cuando una lámina es un $\lambda/2$ el término de retardo es $\Gamma = \pi$ y para una lámina $\lambda/4$ es $\Gamma = \pi/2$

Las láminas retardadoras, por lo general, no tienen sólo un desfase para la fracción de longitud de onda buscada, pues esto requiere que el espesor de la lámina sea de sólo algunos micrones, este tipo de desfase es conocido como orden cero. Lo más común es encontrar láminas de órdenes múltiples, dentro de las cuales entran muchas ondas encontrándose el desfase necesario a la salida, pero además con varias ondas enteras de diferencia, esto hace que el desfase de la lámina retardadora de multi orden sea muy sensible a cambios de temperatura o a la longitud de onda del rayo entrante. Las láminas utilizadas en nuestro montaje son de pseudo orden cero, esto consiste en dos láminas pegadas cuyos ejes opuestos coinciden, es decir, que el eje rápido de una se sobrepone con el eje lento de la otra, los espesores se eligen para que la salida tenga el desfase buscado, este tipo de configuración entrega resultados más robustos a cambios de temperatura y cambios en la longitud de onda.

Apéndice C

Integración de la función respuesta de un oscilador armónico

El valor medio del Hamiltoniano y la función respuesta del oscilador armónico simple, dentro de un entorno en equilibrio térmico se relacionan como

$$k_B T = m \int_0^{+\infty} d\omega (\omega^2 + \omega_0^2) |G(\omega)|^2 S_F(\omega) \quad (\text{C.1})$$

Ya que esta integral es invariante a las elecciones de f_0 y γ , la densidad espectral de la fuente $S_F(\omega)$ debe ser independiente de la frecuencia angular. $S_F(\omega)$ puede ser tomada fuera de la integral y luego integramos la función respuesta $|G(\omega)|^2$

$$|G(\omega)|^2 = \left| \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} \right|^2 = \frac{1}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (\text{C.2})$$

y la integral queda

$$m \int_0^{+\infty} d\omega (\omega^2 + \omega_0^2) |G(\omega)|^2 S_F(\omega) = \frac{S_F(\omega)}{m} \int_0^{+\infty} d\omega \frac{(\omega^2 + \omega_0^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \alpha^2\omega^2} \quad (\text{C.3})$$

con $\alpha = \gamma/m$. Esta integral la resolvemos por el método de los residuos haciendo uso de variable compleja. Renombramos la variable ω pasando al plano complejo como z , luego reescribimos la integral

$$\oint_C dz \frac{z^2 + \omega_0^2}{(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)} \quad (\text{C.4})$$

donde C es una semicircunferencia cuya parte recta va desde $-\infty$ a $+\infty$ en el eje real y la parte curva pasa por los cuadrantes I y II del plano complejo. Como el integrando es una función par debemos dividir el resultado final por un factor 2 para que sea coherente con el intervalo original $(0, +\infty)$. Los polos para el integrando son

$$(\omega_0^2 - z^2)^2 + \alpha^2 z^2 = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$z_1 = -\frac{i\alpha}{2} + \sqrt{-\frac{\alpha^2}{4} + \omega_0^2} \quad (\text{C.6})$$

$$z_2 = -\frac{i\alpha}{2} - \sqrt{-\frac{\alpha^2}{4} + \omega_0^2} \quad (\text{C.7})$$

$$z_3 = \frac{i\alpha}{2} + \sqrt{-\frac{\alpha^2}{4} + \omega_0^2} \quad (\text{C.8})$$

$$z_4 = \frac{i\alpha}{2} - \sqrt{-\frac{\alpha^2}{4} + \omega_0^2} \quad (\text{C.9})$$

Debemos calcular los residuos $R3$ y $R4$ para los polos z_3 y z_4 que son los que quedan dentro de la integral de línea

$$R3 = \lim_{z \rightarrow z_3} \frac{(z^2 + \omega_0^2)(z - \omega_3)}{(z - \omega_1)(z - \omega_2)(z - \omega_3)(z - \omega_4)} \quad (\text{C.10})$$

$$R4 = \lim_{z \rightarrow z_4} \frac{(z^2 + \omega_0^2)(z - \omega_4)}{(z - \omega_1)(z - \omega_2)(z - \omega_3)(z - \omega_4)} \quad (\text{C.11})$$

$$R3 = \frac{2 \left(\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{i\alpha}{2} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4}} \right)}{4i\alpha \left(\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{i\alpha}{2} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4}} \right)} = \frac{1}{2i\alpha} \quad (\text{C.12})$$

$$R4 = \frac{2 \left(\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4} - \frac{i\alpha}{2} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4}} \right)}{4i\alpha \left(\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4} - \frac{i\alpha}{2} \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\alpha^2}{4}} \right)} = \frac{1}{2i\alpha} \quad (\text{C.13})$$

El resultado de la integral en el plano complejo es

$$\begin{aligned} \oint_C dz \frac{z^2 + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - z^2)^2 + \alpha^2 z^2} &= 2\pi i (R3 + R4) \\ &= \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi m}{\gamma} \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Entonces la integral en el dominio real y en el intervalo original $(0, +\infty)$ es

$$\int_0^{+\infty} d\omega \frac{\omega^2 + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \alpha^2 \omega^2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{\omega^2 + \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \alpha^2 \omega^2} = \pi \frac{m}{\gamma} \quad (\text{C.15})$$

Bibliografía

- [1] Refractive index database. 2013. URL <http://refractiveindex.info/>.
- [2] Silicon Photodiodes Physics and Technology. 2013. URL <http://www.osioptoelectronics.com/application-notes/>.
- [3] F. Aguilar, M. Geitner, Éric Bertin, y Ludovic Bellon. Temperature of a driven system. 2013. *Artículo en preparación*.
- [4] M. Aschwanden. *Self Organized Criticality in Astrophysics: The Statistics of Nonlinear Processes in the Universe*. Springer, 2006.
- [5] Ferdinand Beer, E. Johnston, John DeWolf, y David Mazurek. *Mechanics of Materials*. McGraw-Hill, 2009.
- [6] L. Bellon, S. Ciliberto, H. Boubaker, y L. Guyon. Differential interferometry with a complex contrast. *Optics Communications*, 207(16):49 – 56, 2002. doi:10.1016/S0030-4018(02)01475-X.
- [7] Bharat Bhushan, Harald Fuchs, y Masahiko Tomitori. *Applied Scanning Probe Methods VIII: Scanning Probe Microscopy Techniques*. Springer, 2007.
- [8] G. Binnig, C. F. Quate, y Ch. Gerber. Atomic force microscope. *Phys. Rev. Lett.*, 56:930–933, 1986. doi:10.1103/PhysRevLett.56.930.
- [9] G. Binnig, H. Rohrer, Ch. Gerber, y E. Weibel. Surface studies by scanning tunneling microscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 49:57–61, 1982. doi:10.1103/PhysRevLett.49.57.
- [10] H J Butt y M Jaschke. Calculation of thermal noise in atomic force microscopy. *Nanotechnology*, 6(1):1, 1995. doi:10.1088/0957-4484/6/1/001.

- [11] G. Cagnoli, V. Dolique, J. Degallaix, R. Flaminio, D. Forest, M. Granata, C. Michel, N. Morgado, L. Pinard, L. Bellon, F. Aguilar, M. Geitner, y T. Li. 22nd international conference on noise and fluctuations 2013. En *Proc. of the IEEE 22nd International Conference on Noise and Fluctuations*. 2013. *En proceso de publicación*.
- [12] Herbert B. Callen y Richard F. Greene. On a theorem of irreversible thermodynamics. *Phys. Rev.*, 86:702–710, 1952. doi:10.1103/PhysRev.86.702.
- [13] W. Demtroeder. *Laser Spectroscopy*. Springer, 2003.
- [14] Zoran Djuric. Mechanisms of noise sources in microelectromechanical systems. *Microelectronics Reliability*, 40(6):919 – 932, 2000. doi:10.1016/S0026-2714(00)00004-4.
- [15] Cornelis A. Van Eysden y John E. Sader. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope: Arbitrary mode order. *Journal of Applied Physics*, 101(4):044908, 2007. doi:10.1063/1.2654274.
- [16] Christopher P. Green y John E. Sader. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids near a solid surface with applications to the atomic force microscope. *Journal of Applied Physics*, 98(11):114913, 2005. doi:10.1063/1.2136418.
- [17] U. Gysin, S. Rast, P. Ruff, E. Meyer, D. W. Lee, P. Vettiger, y C. Gerber. Temperature dependence of the force sensitivity of silicon cantilevers. *Phys. Rev. B*, 69:045403, 2004. doi:10.1103/PhysRevB.69.045403.
- [18] C. Heer. *Statistical Mechanics, Kinetic Theory, and Stochastic Processes*. Academic Press, 1972.
- [19] M. Hopcroft, W. Nix, y T. Kenny. What is the young's modulus of silicon? *Journal of Microelectromechanical Systems*, 19:229–238, 2010. doi:10.1109/JMEMS.2009.2039697.
- [20] P. Horowitz. *The Art of Electronics*. Cambridge University Press, 1989.

- [21] J.L. Hutter y J. Bechhoefer. Calibration of atomic-force microscope tips. *Review of Scientific Instruments*, 64(7):1868–1873, 1993. doi:10.1063/1.1143970.
- [22] L. Landau y E. Lifshitz. *Theory of Elasticity*. Pergamon Press, 1970.
- [23] D. MacDonald. *Noise and Fluctuations*. Dover Publications Inc., 2006.
- [24] P. Paolino. *Bruit thermique et dissipation d'un microlevier*. Tesis Doctoral, École Normale Supérieure de Lyon, 2008. URL <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00423692>.
- [25] P Paolino y L Bellon. Frequency dependence of viscous and viscoelastic dissipation in coated micro-cantilevers from noise measurement. *Nanotechnology*, 20(40):405705, 2009. doi:10.1088/0957-4484/20/40/405705.
- [26] P. Paolino, F. Aguilar Sandoval, y L. Bellon. Quadrature phase interferometer for high resolution force spectroscopy. *ArXiv e-prints*, 2013. Pronto a ser aceptado.
- [27] John Elie Sader. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope. *Journal of Applied Physics*, 84(1):64–76, 1998. doi:10.1063/1.368002.
- [28] Peter R. Saulson. Thermal noise in mechanical experiments. *Phys. Rev. D*, 42:2437–2445, 1990. doi:10.1103/PhysRevD.42.2437.
- [29] C. Schonenberger y S. F. Alvarado. A differential interferometer for force microscopy. *Review of Scientific Instruments*, 60(10):3131–3134, 1989. doi:10.1063/1.1140543.
- [30] Washington State University. SPM guide. 2013. URL http://public.wsu.edu/~hipps/pdf_files/spmguide.pdf.
- [31] Veeco. A practical guide to SPM. 2013. URL http://www.veeco.com/pdfs/library/spm_guide_0829_05_166.pdf.
- [32] J. B. Wachtman, W. E. Tefft, D. G. Lam, y C. S. Apstein. Exponential temperature dependence of young's modulus for several oxides. *Phys. Rev.*, 122:1754–1759, 1961. doi:10.1103/PhysRev.122.1754.