

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
Departamento de Física



**Uso de las nuevas tecnologías para la gestión de aprendizajes:
Herramientas, usos y posibilidades de Khan Academy para apoyar el
contenido de trigonometría de segundo medio según las bases
curriculares chilenas**

Felipe Ignacio Díaz Monrreal
Marcia Andrea Sánchez Navarro

Profesor Guía:
Claudia Amelia Matus Zúñiga

**Tesis para optar al Grado de Licenciado
en Educación de Física y Matemática.**

Santiago – Chile
2018

305202 © Felipe Ignacio Díaz Monrreal, 2019

© Marcia Andrea Sánchez Navarro, 2019

Licencia Creativa Commons Atribución-NoComercial Chile 3.0

USO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS PARA LA GESTIÓN DE APRENDIZAJES: HERRAMIENTAS, USOS Y POSIBILIDADES DE KHAN ACADEMY PARA APOYAR EL CONTENIDO DE TRIGONOMETRÍA DE SEGUNDO MEDIO SEGÚN LAS BASES CURRICULARES CHILENAS

Felipe Ignacio Díaz Monrreal
Marcia Andrea Sánchez Navarro

Este trabajo de graduación fue elaborado bajo la supervisión del profesor guía Sra. Claudia Amelia Matus Zúñiga del Departamento de Física y ha sido aprobado por los miembros de la comisión calificadora, Sra. Leonor Huerta Cancino y Sr. Felipe Márquez Salinas.

Leonor Huerta Cancino
Comisión Calificadora

Felipe Márquez Salinas
Comisión calificadora

Roberto Bernal Valenzuela
Director

Claudia Matus Zúñiga
Profesora Guía

Resumen

En el presente Seminario de Grado se diseñó una propuesta didáctica para apoyar la enseñanza de matemática, aplicada a la unidad de trigonometría de segundo año medio, basado en las Bases Curriculares. Los objetivos de aprendizaje abordados permiten que el estudiante comprenda las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos, además de que sea capaz de aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos.

Para trabajar los objetivos y alcanzar los indicadores de logro señalados por MINEDUC para este nivel, este Seminario de Grado se sustenta en la concepción de una sala de clases interactiva, que permite la articulación de clases presenciales con el trabajo desarrollado por el estudiante mediante la plataforma virtual Khan Academy, generando un espacio virtual B-learning que complementa ambos espacios de aprendizaje y repara los vicios de cada uno con herramientas de fácil acceso y con la constante supervisión del docente, promoviendo mayor autonomía del estudiante en la gestión de su proceso de aprendizaje.

El material didáctico diseñado en este Seminario de Grado fue creado para ser aplicado en dieciocho clases. Estas se orientan con; (i) guías de trabajo que permiten el desarrollo de habilidades matemáticas y (ii) el trabajo asignado al estudiante en la plataforma virtual Khan Academy, que brinda un espacio de extensión de la sala de clases para que el estudiante ejercite los objetivos de las actividades y el docente pueda monitorear. Dicha metodología respeta la construcción del aprendizaje mediante la contextualización, además del trabajo colectivo e individual a través del “ensayo y error”.

Finalmente, las apreciaciones y sugerencias de los expertos permiten optimizar la secuencia y material didáctico presentados, y por tanto esta propuesta se plantea como una nueva opción para facilitar los aprendizajes sobre trigonometría.

Palabras claves: Trigonometría, TIC, Khan Academy, B-learning, trabajo autónomo, habilidades matemáticas.

Abstract

In this work presents a didactic method to support the teaching of mathematics, applied to the unit of trigonometry, based on the Chilean second year high school curriculum. The learning objectives for the student are the trigonometric ratios of sine, cosine and tangent in right triangles, in addition to being able to apply the trigonometric ratios in different contexts.

To work on the objectives and reach the achievement indicators suggested by MINEDUC for this level, this work is based on the conception of face-to-face interactive classroom. It is developed by the student through Khan Academy virtual platform, generating a virtual B-learning space that complements both learning spaces and repairs the vices of each one. This process has the constant supervision of the teacher and tries to promote the autonomy of the student in the learning process.

The didactic material designed in this work was created to be applied in eighteen classes. These are done with; (i) work guides that allow the development of mathematical skills and (ii) the work assigned to the student in the Khan Academy virtual platform, provides an extension of the classroom for the student to exercise the objectives of the activities, that the teacher can overlook. This methodology takes into consideration learning through contextualization, in addition to collective and individual work through "trial and error".

Finally, appreciations and suggestions of the experts allow to optimize the sequence and didactic material presented, and therefore this proposal is a new option to facilitate the trigonometry learning.

Keywords: Trigonometry, ICT, Khan Academy, B-learning, autonomous work, mathematical skills.

Dedicatoria

A mis padres.

Por apoyarme en este camino.

A mi Natalie.

Por acompañarme y amarme incondicionalmente.

Dedicatoria

*A mi mamá,
por amarme y protegerme en cada paso.*

*A mi Máximo,
porque definitivamente esta vida pierde sentido si no estás.*

*A mi Felipe,
por ser mi compañero incondicional en esta vida.*

*A mi tata Jorge,
porque tu presencia y legado trasciende tiempo y espacio.*

Agradecimientos

Este seminario de grado significa un cierre de una etapa de gran aprendizaje en todo ámbito. Quisiera partir agradeciendo a mi compañera de seminario y amiga Marcia Sánchez que, a pesar de todo contra tiempo, supimos comprender nuestras situaciones y apoyarnos. Siempre ha sido un agrado trabajar con ella, no solo en este seminario de grado, también en los proyectos y trabajos durante nuestra etapa universitaria. Ha sido un proceso largo, pero debemos sentirnos orgullosos por lo que hemos logrado.

No puedo no mencionar a nuestra profesora guía Claudia, quien siempre ha confiado en nosotros y nos dio muchas libertades para abordar como estimábamos conveniente nuestro seminario, pero guiándonos en todo momento, para lograr cumplir nuestros objetivos y expectativas, creando así una propuesta que apoye nuestra labor docente en un futuro próximo. Fue una gran mentora al igual que muchos docentes que trabajan en nuestra carrera, que deben sentirse orgullosos por cómo están abordando la formación de los futuros profesionales que el día de mañana saldrán a ejercer como docentes. Me siento agradecido por haber estudiado esta carrera, pero específicamente por el grupo de profesores que trabajan aquí.

Agradecer a mi novia quien ha sido un apoyo fundamental en este proceso, gracias por su paciencia y comprensión, sobre todo en las instancias en que emocionalmente no me encontraba bien, gracias por los consejos y esas palabras motivacionales que más de una vez me animaron a seguir adelante. Gracias también a mis amigos de la infancia, que, a pesar de no estar mucho tiempo con ellos, aún están ahí para ayudarme en instancias críticas o simplemente para pasar buen rato, en especial a Matías e Ignacio. También agradecer a mis compañeros de la U y amigos, sobre todo en las instancias finales donde logramos construir un ambiente bastante agradable, donde estudiábamos y festejábamos casi todos juntos, nunca olvidaré a las personas que conocí aquí. No olvidaré mencionar a mis amigos del TCG por brindarme esas instancias de distracción en periodos de estrés.

Por último, y no menos importante, quisiera agradecer a toda mi familia, quienes siempre me han apoyado en lo que quiero hacer y hacerme comprender que lo importante es realizar lo que uno le apasiona ser y que han tenido que soportar mis malos hábitos, mi mal humor, entre otras cosas. Simplemente gracias y los amo mucho.

Estudiar esta carrera me hizo ser la persona que soy ahora y no me arrepiento de todo lo que viví durante este proceso. Cierro este ciclo para empezar una nueva etapa de mi vida.

Felipe Díaz.

Agradecimientos

Culminar un proceso siempre es una instancia para reflexionar acerca de todos los aprendizajes que han dejado las experiencias. Me resultaría imposible no decir que todo este proceso de formación me ha transformado en una nueva persona, una que desea ser agente de cambio para las nuevas generaciones que construyen nuestro país, las cuales mantienen de forma vivaz el estandarte de lucha social por todas las injusticias que se ha incurrido en el pasado y que han dañado a las generaciones de nuestras familias.

Agradezco haber sentido la compañía de personas con una gran calidez humana, especialmente de mi querido “Flaco”, nuestras diferencias nunca nos separaron, muy por el contrario, solo nos unieron en una gran amistad y compañerismo en cada uno de los caminos que han tomado nuestras vidas. Eres un gran amigo y sin duda alguna que te seguirás formando como una gran persona porque siempre has tenido presente que un profesor nunca termina de aprender.

También siento gratitud hacia nuestra querida profesora Claudia, que nos ha entregado su apoyo y entendimiento en todo el tiempo que realizamos nuestro trabajo. Su sabiduría cultivada a lo largo de sus años, también me ha repercutido en cómo abordo la vida y todo lo que ella conlleva, en siempre tener prioridades que son intransables porque son la base de lo que somos.

Agradezco a mi familia y a mi compañero de vida, por nunca soltar de mi mano, por cobijarme en los momentos difíciles, por entregar una palabra o una acción oportuna tanto aquí en la tierra como en el cielo. Son mi principal adoración y, sin duda alguna, ustedes son el principal intransable en mi vida porque de lo contrario nada sería posible.

Mis últimas palabras son para mi Máximo, la luz de mis ojos, el motor de mi corazón. Tu amor genuino rejuvenece el alma, reafirma la convicción, es la luz en la oscuridad.

Marcia Sánchez.

Tabla de contenidos

Introducción	1
Capítulo 1: Marco de antecedentes	3
1.1 Prácticas del docente de matemática	3
1.1.1 Competencias docentes del siglo XXI correspondientes al uso de TIC	6
1.2 Acceso de la educación chilena a la tecnología	7
1.3 Resultados de pruebas estandarizadas de Chile en matemática	12
1.3.1 Resultados SIMCE	14
1.3.2 Evaluaciones internacionales.....	16
1.4 Objetivo	23
1.4.1 Objetivo general	24
1.4.2 Objetivos específicos.....	24
Capítulo 2: Marco teórico	25
2.1. Habilidades, inteligencia y cognición en matemática	25
2.2 Las TIC y educación	28
2.2.1 Aprendizaje ubicuo	34
2.3 Plataformas virtuales educativas	37
2.4 Plataforma virtual: Khan Academy	38
2.4.1 Perfiles de la plataforma	39
2.4.2 Uso de KA en la educación.....	42
2.4.3 Implementación KA en Chile.....	43
2.5 La enseñanza de la trigonometría	44
2.5.1 Contenidos de trigonometría según currículum nacional	44
2.5.2 Dificultades en la enseñanza de la trigonometría	47
2.5.3 Estudios realizados sobre la enseñanza de la trigonometría con uso de TIC.....	48
Capítulo 3: Marco metodológico	51
3.1 Propuesta general de la unidad a desarrollar	52
3.2 Estructura general de las clases a desarrollar	56
3.2.1 Evaluación en la unidad didáctica	58
3.3 Material para la propuesta didáctica	58
3.3.1 Guías de actividad	58
3.3.2 Orientaciones al docente	60
3.3.3 Cuadro de resumen	60
3.3.4 Recursos de plataforma virtual.....	60
3.4 Requisitos de la propuesta	67

3.4.1 Perfil del establecimiento educacional.....	67
3.4.2 Competencias del docente para la propuesta didáctica.....	67
3.5 Secuencia didáctica	68
3.6 Estrategias de validación.....	78
3.6.1 Criterios de selección para validadores.....	78
3.6.2 Encuesta de validación.....	79
Capítulo 4: Resultados.....	84
4.1 Tabulación de las respuestas por sección.....	84
4.2 Opinión.....	93
4.2 Cambios del material didáctico	96
Conclusiones	97
Referencias bibliográficas	104
Apéndice	108
Apéndice 1: Evaluación en la unidad didáctica	109
Apéndice 1.1: Rúbrica para portafolio de evidencia.....	109
Apéndice 1.2: Rúbrica para evaluación de Khan Academy	111
Apéndice 2: Guías de actividad.....	113
Apéndice 2.1: Guía de actividad clase 1: “Teorema de Pitágoras”.....	113
Apéndice 2.2: Guía de actividad clase 2: “Razones y proporciones”	117
Apéndice 2.3: Laboratorio de KA – clase 3	123
Apéndice 2.4: Guía de actividad clase 4: “Criterios de semejanza de triángulos”.....	124
Apéndice 2.5: Guía de actividad clase 5: “Desarrollo histórico de la trigonometría”	131
Apéndice 2.6: Guía de actividad clase 6: “Razones trigonométricas”.....	141
Apéndice 2.7: Laboratorio de KA – clase 7	146
Apéndice 2.8: Guía de actividad clase 8: “Aplicación de razones trigonométricas”	147
Apéndice 2.9: Olimpiadas Trigonométricas 1 – clase 9	150
Apéndice 2.10: Laboratorio de KA – clase 10	156
Apéndice 2.11: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 11.....	157
Apéndice 2.12: Guía de actividad clase 12: “Radianes y círculo unitario”	158
Apéndice 2.13: Laboratorio de KA – clase 13	162
Apéndice 2.14: Guía de actividad clase 14: “Representación de vectores”.....	163
Apéndice 2.15: Guía de actividad clase 15: “Descomposición y composición de vectores”	167
Apéndice 2.16: Olimpiadas Trigonométricas 2 – clase 16	171
Apéndice 2.17: Laboratorio de KA- clase 17	177

Apéndice 2.18: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 18.....	178
Apéndice 3: Orientaciones al docente	179
Apéndice 3.1: Guía de actividad clase 1: “Teorema de Pitágoras”.....	179
Apéndice 3.2: Guía de actividad clase 2: “Razones y proporciones”	185
Apéndice 3.3: Laboratorio de KA – clase 3	193
Apéndice 3.4: Guía de actividad clase 4: “Criterios de semejanza de triángulos”.....	194
Apéndice 3.5: Guía de actividad clase 5: “Desarrollo histórico de la trigonometría”	203
Apéndice 3.6: Guía de actividad clase 6: “Razones trigonométricas”.....	213
Apéndice 3.7: Laboratorio de KA – clase 7	219
Apéndice 3.8: Guía de actividad clase 8: “Aplicación de razones trigonométricas”	220
Apéndice 3.9: Olimpiadas Trigonómicas 1 – clase 9	223
Apéndice 3.10: Laboratorio de KA – clase 10	224
Apéndice 3.11: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 11.....	225
Apéndice 3.12: Guía de actividad clase 12: “Radianes y círculo unitario”	226
Apéndice 3.13: Laboratorio de KA – clase 13	232
Apéndice 3.14: Guía de actividad clase 14: “Representación de vectores”.....	233
Apéndice 3.15: Guía de actividad clase 15: “Descomposición y composición de vectores”	238
Apéndice 3.16: Olimpiadas Trigonómicas 2 – clase 16	245
Apéndice 3.17: Laboratorio de KA- clase 17	246
Apéndice 3.18: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 18.....	247
Apéndice 4: Cuadros de resumen	248
Apéndice 4.1: Cuadro de resumen 1 “Teorema de Pitágoras”.....	248
Apéndice 4.2: Cuadro de resumen 2 “Razones y proporciones”.....	249
Apéndice 4.3: Cuadro de resumen 3 “Criterios de semejanza de triángulos”.....	250
Apéndice 4.4: Cuadro de resumen 4 “Desarrollo histórico de la Trigonometría”.....	252
Apéndice 4.5: Cuadro de resumen 5 “Razones trigonométricas”	254
Apéndice 4.6: Cuadro de resumen 8 “Radianes y Círculo Unitario”	255
Apéndice 4.7: Cuadro de resumen 9 “Representación de Vectores”.....	256
Apéndice 4.8: Cuadro de resumen 10 “Descomposición y composición de vectores”	257
Apéndice 5: Encuesta de validación	258

Índice de tablas

Tablas del Capítulo 1

Tabla 1.1	10
Nivel de dominio de habilidades TIC según dependencia administrativa	

Tablas del Capítulo 2

Tabla 2.1	26
Tipos de Inteligencias múltiples de Gardner	
Tabla 2.2	46
Objetivo de Aprendizaje e Indicadores de logro de contenido de trigonometría	

Tablas del Capítulo 3

Tabla 3.1	69
Secuencia didáctica	
Tabla 3.2	72
Secuencia didáctica de KA	
Tabla 3.3	79
Descripción validadores	

Tablas del Capítulo 4

Tabla 4.1	84
Resultados validación de la secuencia	
Tabla 4.2	85
Comentarios en validación de la secuencia	

Tabla 4.3	86
Resultados validación de diseño y presentación de las guías	
Tabla 4.4	86
Comentarios en validación de diseño y presentación de las guías	
Tabla 4.5	87
Resultados validación de guía	
Tabla 4.6	87
Comentarios en validación de guía	
Tabla 4.7	88
Resultados validación de laboratorio KA	
Tabla 4.8	88
Comentarios en validación de laboratorio KA	
Tabla 4.9	89
Resultados validación de Olimpiadas Trigonómicas	
Tabla 4.10	89
Comentarios en validación de Olimpiadas Trigonómicas	
Tabla 4.11	90
Resultados validación de evaluaciones	
Tabla 4.12	91
Comentarios en validación de evaluaciones	
Tabla 4.13	91
Resultados validación de orientaciones al docente	
Tabla 4.14	92
Comentarios en validación de orientaciones al docente	
Tabla 4.15	92
Resultados validación del uso de plataforma virtual Khan Academy	

Tabla 4.16	93
Comentarios en validación del uso de plataforma virtual Khan Academy	
Tabla 4.17	94
Respuestas primera pregunta de opinión	
Tabla 4.18	94
Respuestas segunda pregunta de opinión	
Tabla 4.19	95
Respuestas tercera pregunta de opinión (opcional)	
Tabla 4.20	95
Apreciaciones finales (opcional)	
Tabla 4.21	96
Cambios del material didáctico	

Índice de ilustraciones

Figuras del Capítulo 1

Figura 1.1: SIMCE Matemática II medio 2006-2017	15
Figura 1.2: Matemática, resultados según género en II medio	15
Figura 1.3: Matemática, tendencia según grupo socioeconómico en II medio	16
Figura 1.4: Resultados generales Matemática 8° Rendimiento países participantes	17
Figura 1.5: Equidad en los resultados Brechas de Género por país 8° básico	18
Figura 1.6: Desempeño de los países - Matemática	20
Figura 1.7: Tendencia – Matemática	21
Figura 1.8: Basado en Niveles de desempeño en contexto – Matemática	22

Figuras del Capítulo 2

Figura 2.1: Inicio Khan Academy	39
Figura 2.2: Asignaturas y Temas en Khan Academy	40
Figura 2.3: Unidad de Geometría de preparatoria	40
Figura 2.4: Inicio del perfil de padres	41
Figura 2.5: Resumen y progreso de avance de hijo	41

Figuras del Capítulo 3

Figura 3.1: Mapa de contenidos previos a trigonometría	53
Figura 3.2: Mapa de contenido de la unidad de trigonometría	53
Figura 3.3: Mapa de diseño de la unidad	54
Figura 3.4: Trabajo individual de la guía 1	58
Figura 3.5: Trabajo en parejas/tríos de la guía 2.	59
Figura 3.6: Trabajo en parejas y puesta en común de la guía 1	59
Figura 3.7: Disposición de recursos de Khan Academy según temática	61
Figura 3.8: Clases en el perfil del docente	61
Figura 3.9: Lista de clase en la plataforma	62
Figura 3.10: Agregar estudiantes a la clase	62
Figura 3.11: Crear cuenta al estudiante para la clase	63
Figura 3.12: Recursos disponibles para asignar: Trigonometría	64
Figura 3.13: Asignar recursos a estudiantes	64
Figura 3.14: Sección “Tareas”	65

Figura 3.15: Sección “Actividad”	65
Figura 3.16: Avance por habilidad	66
Figura 3.17: Avance por estudiante	66

Introducción

En el presente Seminario de Grado se presenta la elaboración de una propuesta didáctica para la enseñanza de trigonometría, y su validación a través de la opinión de expertos.

La propuesta se basa en un espacio de educación B-learning con la finalidad de articular los aprendizajes de la sala de clases con el trabajo autónomo del estudiante en la plataforma virtual Khan Academy, rigiéndose bajo las Bases Curriculares y el Programa de Estudio de Matemática de II medio- Los contenidos abordados en la propuesta se enmarcan en el objetivo de aprendizaje número (OA) número 8 y 9, que abarcan el contenido de razones trigonométricas en un triángulo rectángulo, orientado a sus aplicaciones en distintas áreas.

En el Marco de Antecedentes (Capítulo 1) se hace referencia a las prácticas del profesor de matemática en el aula. Para luego considerar las competencias docentes del siglo XXI correspondientes al uso de TIC, las cuales también inciden en el quehacer pedagógico de los docentes en la actualidad. A continuación, se presenta como antecedente el acceso de la educación chilena a la tecnología, el que da cuenta de un avance progresivo a través de los años, el que inicia con la acción de equipar a los colegios de Chile hasta implementar plataformas con fines educativos. Al final de este apartado, se presentan y analizan los resultados obtenidos por los estudiantes chilenos en las pruebas estandarizadas tanto nacionales como internacionales. Finalmente, a partir de los antecedentes expuestos, se plantea el objetivo general y los objetivos específicos del presente trabajo de Seminario de Grado.

En el Marco Teórico (Capítulo 2) se presentan las referencias teóricas en que se sustentan los principios de aprendizaje en relación al desarrollo del aprendizaje en matemática y los elementos necesarios que articulan la propuesta didáctica. En primer lugar, se hace énfasis en la relación entre el desarrollo de habilidades con la inteligencia y cognición matemática, además de una investigación acerca de cómo ha repercutido el desarrollo tecnológico de la sociedad en la educación. La incorporación de la tecnología ha potenciado la ubicuidad del aprendizaje, debido a que cualquier situación es considerada propicia para aprender y con el uso de celulares e internet móvil, los individuos pueden buscar respuestas a sus interrogantes en diferentes temáticas. Asimismo, se caracterizan las plataformas virtuales educativas con los respectivos beneficios que conlleva su implementación, presentándose la plataforma virtual Khan Academy como una oportunidad viable de utilizar en la educación chilena, debido a las oportunidades que ofrece y las experiencias recientes que lo corroboran. Además, se presentan las consideraciones que deben tener los docentes al momento de enseñar el contenido de trigonometría, debido a las dificultades que implica el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos señalados en los

documentos oficiales. Complementando lo anterior, se presentan estudios realizados sobre la enseñanza de la trigonometría con el uso de TIC.

En el Marco Metodológico (Capítulo 3) se presenta la elaboración de la propuesta didáctica, en primera instancia se describen los aspectos generales, mencionando que está compuesta de dieciocho clases, en donde se utilizan guías de actividad, laboratorios de Khan Academy, Olimpiadas Trigonométricas, resolución de guías de actividad y tareas pendientes de la plataforma virtual educativa, cuadros de resumen, instrumentos de evaluación e indicaciones para el docente. Además, en este capítulo se presenta la estructura general que compone la secuencia didáctica, explicando el quehacer docente y las acciones que deben realizar los estudiantes. Posteriormente, se detalla la secuencia didáctica, explicando cómo se lleva a cabo la articulación de las clases presenciales, por medio de las guías de actividad, con las actividades asignadas y complementarias en la plataforma virtual educativa. También se presentan las indicaciones al docente para efectuar la implementación de la propuesta, así como los instrumentos de evaluación considerados para la construcción de los aprendizajes del contenido de trigonometría. El último apartado del capítulo corresponde a la validación de la propuesta por expertos, en donde se describen las apreciaciones y valoraciones de los docentes expertos, por medio de una encuesta de validación sobre distintas secciones que componen la propuesta didáctica. El material didáctico elaborado para la propuesta didáctica, el cual es detallado y justificado en el Capítulo 3, está incorporado en la sección de Apéndice.

Finalmente, en Resultados (Capítulo 4) se presenta la tabulación y análisis de la validación realizada por los expertos. Por último, se realizan las conclusiones referentes al trabajo realizado durante el desarrollo de la propuesta didáctica, tanto como el grado de logro de los objetivos planteados, el proceso de validación y las proyecciones de la propuesta.

Capítulo 1: Marco de antecedentes

En base al exponente desarrollo tecnológico vivenciado en las últimas décadas, la Sociedad de la Información y del Conocimiento (Barberá, Agusti, y Fuentes, 2012), ha ido articulando paulatinamente el acceso que tiene a la información -con el fin de que no sea algo más que leer o algo más en lo que se pueda trabajar- para lograr un uso caracterizado por ser natural y consciente de todas las herramientas tecnológicas a su disposición, para que así, bajo un uso capacitado de dichas herramientas, se puedan generar los procesos necesarios que impliquen reforzar o profundizar contenidos aprendidos bajo el sistema formal, o en caso que el usuario se desenvuelva con mayores competencias y se movilice con un gran interés, pueda aprender algo nuevo.

Bajo este escenario, se realiza un análisis sobre las prácticas del profesor de matemática según las condiciones y exigencias de la actualidad, algunas de ellas, influenciadas por el acceso de la educación chilena a la tecnología, la que evolucionó desde el año 1992 hasta la actualidad. Dicho acceso, se inicia producto de la creación de Enlaces y de la Reforma Educacional, la cual se plantea la misión de mejorar la educación chilena bajo el acceso y uso de la informática educativa y el desarrollo de una cultura digital.

Por otro lado, se presentan y analizan las conclusiones obtenidas a raíz de los resultados de las pruebas estandarizadas de Chile en matemática, debido a que son la base para la toma de decisiones para las prácticas relacionadas al mejoramiento del sistema educativo chileno.

1.1 Prácticas del docente de matemática

Las nuevas Bases Curriculares de 7^o básico a 2^o medio, contemplan que los estudiantes aprendan el uso de tecnologías de la información y la comunicación. Por tanto, el trabajo educativo en esta dimensión es proveer a todos los estudiantes de las herramientas necesarias para desarrollar las habilidades de dominio de TIC necesarias para el “mundo digital”.

En relación a la enseñanza de matemática se promueve que el uso de TIC sea un “apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados” (Mineduc, 2015). Bajo este propósito, resulta fundamental que los profesores consideren la integración curricular de las TIC en el diseño e implementación de los procesos formativos de la asignatura, sin embargo, según lo explicitado en las bases, se deduce que el uso de TIC se limita a ser una herramienta de manipulación y comunicación de datos, por sobre el posible uso de acceso a plataformas virtuales que se le puede otorgar.

Sin embargo, un estudio realizado por Araya y Dartnell (2007) sobre las clases que realizan los docentes de educación básica en la asignatura de matemática en Chile, reveló algunas constantes en éstos al momento de realizar dichas clases.

Una de ellas es que los docentes cometen muy pocos errores matemáticos, y cuando lo hacen son corregidos a la brevedad. Claro que esa observación corresponde a las clases grabadas que forman parte de la evaluación docente, lo que incide en una mayor preocupación por parte de éste para enseñar de la forma más prolija posible los contenidos que se abarcan en esa clase en especial. Por tanto, no es absoluto afirmar que los docentes chilenos en matemática cometen pocos errores matemáticos, dado que existe la posibilidad que, en un ambiente más distendido, el docente tienda a cometer mayor cantidad de errores.

Otro factor revelado es que existen dos maneras de desarrollar actividades, una en que el docente se dirige a la clase a través de la pregunta y los estudiantes responden las interrogantes, con el fin de resolver una problemática, y otro en el que el docente dispone una problemática que los estudiantes deben resolver de manera autónoma, mientras el docente va monitoreando de forma individual el avance de estos, así como también las complicaciones que presenten. Estas dos formas de realizar actividades en el aula, son excluyentes entre sí, pues de las clases analizadas ninguna tenía actividades en las que se ocupasen de manera simultánea. Por otro lado, los estudiantes están la mayoría del tiempo resolviendo problemas matemáticos, dejando de lado demostraciones, trabajos o actividades manuales (como construcción de figuras, lanzamiento de dados, etc.).

Lo último que se quiere destacar, es que el uso de TIC en la educación chilena es infrecuente o bien casi nulo en los videos revisados de evaluación docente (Araya y Dartnell, 2007). Con ello, aunque no se ha hecho un seguimiento permanente en relación al cómo se realiza una clase de matemática y el resultado que se obtiene en esta asignatura.

Aunque el estudio contempla solo docentes en los cursos de nivel básico, sin embargo, si comparamos con las prácticas de los docentes de cursos de nivel medio de países como Argentina o Panamá, se puede inferir una relación entre lo que sucede en estos países y Chile, ya que se considera que el desempeño del profesor está determinado por las creencias y concepciones que sostiene sobre la enseñanza de un tema concreto (Bryan, 2003; Callejo y Vila, 2003; Haney y McArthur, 2002; Pajares, 1992).

Los profesores de la investigación denotan un compromiso con su trabajo de enseñar que se refleja en tratar de entender las condiciones sociales y afectivas de los alumnos y en la incipiente manifestación de creencias compatibles con un cambio hacia una

enseñanza en la que se propicie el aprendizaje activo del alumno. (Lebrija, Flores & Trejos, 2010, p. 43-44)

Lo anterior se complementa con que el profesor se preocupa en centrar el conocimiento en las necesidades de los estudiantes, por lo que atribuye mayor importancia a utilizar problemas relacionados con la vida cotidiana.

Trejos et. al. (2006) hace referencia que, aunque se evidencia compromiso por la enseñanza por parte de los profesores, los tiempos limitados en el aula y la presión por cubrir todos los aspectos curriculares, opacan su trabajo y adoptan prácticas docentes tradicionales, apartando las particularidades condiciones sociales-afectivas y el aprendizaje activo del estudiante (citado en Lebrija et. al., 2010). Destinando el tiempo de actividades dentro del aula a aspectos numéricos y algorítmicos, contrarrestado con las visiones de la enseñanza basada en la aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana. Esto último refuerza la idea y la práctica de que los profesores son quienes poseen el conocimiento y son ellos los que tienen que transmitirlo y orientar las actividades para la adquisición de estos.

Se cree que el trabajo individual es un factor fundamental en el aprendizaje de la asignatura. Esta situación también ocurre en Chile, si se compara con las creencias en la educación básica, se especifica que el esfuerzo individual y el ensayo-error, es la principal fuente de aprendizaje en matemática (Donoso, Paola; Rico, Nuria; Castro, Encarnación, 2016). Es por lo anterior que se puede pensar que estas creencias se encuentran tanto en nivel media como básica, y a pesar de que sean de distinto país parece ser una concepción que se encuentra en común en ambos países. En consecuencia, de este trabajo individual y de las prácticas docentes:

Las actividades de aprendizaje les resultan complejas, difíciles de comprender, aburridas y, al final, frustrantes. Ante una actitud y comportamiento negativo en el aula, el profesor se siente indefenso, a veces hasta agredido, y sin recursos adecuados para apoyar a estos alumnos. (Lebrija et. al, 2010).

Los profesores evidencian que al estar en esta posición se encuentran limitados en las actividades que pueden realizar y orientar el aprendizaje para que los estudiantes logren cierto aprendizaje.

Bajo este escenario, según lo señalado por Perrenoud (2004) la implementación de TIC en el aula no solo es un aporte, sino que optimiza el planteamiento de actividades y también facilita las interacciones en la clase, abordando los problemas que aquejan los docentes, llegando a ser una posibilidad de reflejar de mejor manera su visión de enseñanza y poder transformarla en conocimiento posteriormente para ser consignado gracias a la escritura. Es por lo anterior que creemos que la implementación de la tecnología es un factor que puede optimizar la enseñanza y aprendizaje en el aula, y por ende debe ser considerado. El estado ha realizado proyectos en

el que se acercan la tecnología al docente, ahora falta el que el docente se acerque a ella y lo vea como una herramienta que posiblemente pueda potenciar su labor.

1.1.1 Competencias docentes del siglo XXI correspondientes al uso de TIC

La Sociedad de la Comunicación ha cambiado la estructuración de la sociedad y por consecuencia de la educación. Bajo esta realidad los estudiantes deben responder a un perfil más autónomo, autorregulado y con habilidades para gestionar la ubicuidad del aprendizaje, como es el hecho de aprender a tomar decisiones, solucionar y gestionar conflictos, así como buscar, procesar y analizar la información a la cual tiene acceso para transformarla y construir el conocimiento en conjunto. Lo anterior significa que lo importante del aprendizaje que se construye mediante el uso de TIC permite “transformar lo que se sabe” y no solo transmitir lo que se sabe, como es el caso de la clase magistral.

Para provocar el cambio de perfil en los estudiantes, se realizan nuevas demandas a la profesión docente, mediante el desarrollo de nuevas competencias, a las cuales haremos referencia como “capacidad para movilizar varios recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de soluciones” (Perrenoud, 2004, p. 11), en donde el docente debe integrar y sintonizar recursos como conocimientos, técnicas, aptitudes, habilidades, entre otros. Tales competencias apuntan a que sea el docente un agente mediador de las competencias tanto informáticas como tecnológicas con las que deben contar los estudiantes, y junto con eso desarrollar la habilidad del estudiante para recibir y analizar información en determinado contexto por medio de la lectura

Bajo la mirada de este paradigma constructivista, se espera que el docente utilice la potencialidad de las TIC para el proceso de enseñanza-aprendizaje, los recursos tecnológicos con los que cuenta y que dicho trabajo sea en conjunto con el resto de la comunidad de docentes. Por tanto, se espera que las competencias docentes del siglo XXI permitan caracterizar al docente en un papel suficientemente competente en el diseño de entornos de aprendizaje bajo el uso de TIC, aprovechando así todo el potencial que brindan estos recursos (Carneiro et al., 2009)

1.2 Acceso de la educación chilena a la tecnología

No es novedad afirmar que la tecnología y el acceso a internet ya forma parte de la cotidianidad de la población a nivel mundial. Al igual como ocurre en Chile, ya que cada vez más personas tienen acceso a internet, ya sea por teléfonos móviles o computadores. Es más, según el Ministerio de Transporte (2016), de cada 100 habitantes el 84,1 tiene conexión a internet personal, además de los distintos proyectos presentados por el gobierno para que la población pueda tener acceso a internet, sobre todo en espacios educativos como colegios, bibliotecas, entre otros.

Lo mencionado anteriormente, ha sido influenciado por distintas entidades e incluso comenzó su desarrollo de forma anticipada al boom que se ha generado en torno a las TIC. En el año 1992, a partir de un proyecto piloto con doce escuelas en Santiago, extendiéndose posteriormente a la Región de La Araucanía, con un número total de cien establecimientos, se creó Enlaces, Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación, el que como parte del Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación (MECE) de la Reforma Educacional se plantea la misión de mejorar la calidad de la educación bajo el uso de la informática educativa y el desarrollo de una cultura digital. En el año 1995, se inicia la expansión nacional de los recursos informáticos educativos, logrando cubrir a un total de 5 mil 300 escuelas y liceos en todo Chile, no dejando ajena a la Isla de Pascua y la Antártica. También en ese año, se crea el sitio de web de enlaces y la Revista Enlaces, la que a través de los 20 ejemplares publicados tenía el fin de difundir experiencias pedagógicas favorables mediante la inclusión de TIC al currículum entre otros temas.

Como consecuencia de la incorporación de recursos informáticos, nace la necesidad de capacitar a profesores y otorgarles respaldo técnico y pedagógico, misión que se atribuyó a la Red de Asistencia Técnica (RATE), compuesta por la alianza entre el Ministerio de Educación y las universidades del país, estas últimas incorporan bajo la función de capacitadores, a profesores de Educación Básica y Media que tienen especialización en informática educativa, para que sean un apoyo en la inserción curricular de las nuevas TIC.

En el año 1998, producto de la Reforma Educacional Chilena, se aprobó el marco curricular Decreto Supremo 220, el cual promueve la incorporación oficial de la informática en los programas de estudio de la Educación Media. Esto mantuvo el desafío de ampliar la cobertura de recursos informáticos, o proveer de una mejor calidad de recursos a aquellos establecimientos que ya contaban.

En el año 1998, producto de la Reforma Educacional Chilena y la aprobación marco curricular, el cual permite la incorporación oficial de la informática en los programas de estudio de la Educación Media, lo que mantuvo el desafío de ampliar la cobertura de recursos informáticos, o proveer de

una mejor calidad de recursos a aquellos establecimientos que ya contaban con equipos, y a su vez mejorar la conexión y el acceso a Internet. El primer desafío lo asumió Enlaces Rural a partir del año 2000, el cual fue capaz de ampliar la cobertura de la red educacional a aquellos establecimientos educacionales rurales de difícil acceso que aún se encontraban ajenos a la inclusión de tecnología en su proceso de aprendizaje.

Producto del nivel de introducción de las tecnologías en el sistema educacional y del rápido avance de estas, se inicia el desafío de plantear el desarrollo de nuevas habilidades mediante el uso de software educativos, que tienen el fin de complementar las estrategias que los docentes han utilizado hasta la fecha. Otro medio de apoyo para la inclusión de los nuevos recursos educacionales, es el Portal Educarchile que se crea en el año 2001, bajo la alianza del Ministerio de Educación y de la Fundación Chile; a nivel macro se emprendió la Campaña de Alfabetización Digital, la que se adjudicó a la Red Enlaces Abierta a la Comunidad surgida en 2002, la que tenía el interés de ampliar las oportunidades de acceso de la población a las TIC y alfabetizar a la comunidad escolar, ampliando el radio de acción hacia las familias y la comunidad de los nativos digitales.

Los datos estadísticos obtenidos en el estudio de “Penetración y Usos de Tecnología en los Profesores” realizado por la empresa Collect Investigaciones de Mercado en el año 2002, mostraron un escenario en donde el 64% de los docentes chilenos pertenecientes a la educación pública (municipales y particulares subvencionados) tiene un computador personal en su hogar y un 41% de ellos, también cuenta con acceso a internet. Los recursos informáticos que poseen son destinados como una herramienta de apoyo a la labor profesional por el 97% de la muestra, siendo esta una de las razones para adquirir el equipamiento. De lo anterior se deduce que el cuerpo docente no manifiesta resistencia a estas nuevas herramientas enfocadas para la gestión de clases, debido a que optimiza el tiempo de trabajo en comparación a una gestión manual, como lo es el caso de elaborar material pedagógico, realizar un registro de notas, por mencionar algunos. A medida que aumenta el uso del computador por parte de los docentes se debe generar una proporción directa con el equipamiento que tienen los estudiantes, cifra que se ve incrementada en el año 2004, alcanzando la meta de Gobierno del ex-presidente Ricardo Lagos de equipar a los establecimientos con un computador por cada 30 alumnos, distribuyendo 2 mil computadores desde empresas e instituciones, producto de un convenio al cual se suscribieron Enlaces y la Fundación Chilenter.

Posterior a los primeros años enfocados en el acercamiento de la población chilena a los nuevos recursos informáticos, se crean nuevas estrategias y organismos que respondan a las nuevas exigencias de la era digital. Entre ellas surge el requerimiento de un organismo que participe activamente en la alfabetización digital de la ciudadanía, y que simultáneamente sea un alusivo y articulador de las políticas públicas con la informática educativa, bajo esa base el Ministerio de

Educación crea el Centro de Educación y Tecnología de Chile (2005), la nueva institución de Enlaces. Sucesivo a eso el Gobierno de Chile, mediante Enlaces, inicia la implementación del Plan de Tecnologías para una Educación de Calidad (TEC), el que tiene como horizonte proveer de mayor equipamiento tecnológico a los establecimientos y asegurar su uso pedagógico.

Se lanza en 2009 el Primer Catálogo de Recursos Educativos Digitales (RED) de América Latina, el que recibe la certificación internacional de calidad ISO 9001:2008, con lo que se garantiza el cumplimiento de estándares mundiales, permitiendo a los estudiantes y docentes el fácil acceso a software educativos y dispositivos, entre ellos microscopios y sensores, para apoyar la implementación de los planes educativos de escuelas y liceos. En el mismo año se realiza el primer Censo Nacional de Informática Educativa de Latinoamérica, el cual recopiló información acerca de las condiciones (infraestructura y acceso) que existían en los establecimientos e incluso en el hogar para el uso de TIC; en el caso de los estudiantes de colegios municipales se evidenció una tasa de 16 estudiantes por computador. Producto del Censo, se crea un índice que representa el grado de desarrollo de las condiciones para el uso de TIC en los establecimientos, el Índice de Desarrollo Digital Escolar (IDDE).

Ya contando con equipamiento digital y distintas plataformas educativas, en el año 2011 el foco era incentivar el uso de la tecnología y cerciorarse que los estudiantes tienen un desarrollo óptimo de habilidades TIC, por lo que se aplica una prueba SIMCE de Tecnologías de Información y Comunicación¹, la cual recabó datos tanto a nivel de dependencia administrativa, nivel regional y nacional; en esta última el resultado es que un 3,3% de los estudiantes tiene un nivel avanzado, 50,5% nivel intermedio y 46,2% un nivel inicial, a su vez los mayores resultados de dominio del nivel intermedio y avanzado fueron obtenidos en la Región Metropolitana (Mineduc, 2012). En relación al dominio según la dependencia administrativa del establecimiento educacional figuran las siguientes cifras:

¹ El Ministerio de Educación, a través de Enlaces, asumieron el diseño de un sistema de evaluación que cumpliera con el propósito de establecer una línea de base sobre el nivel alcanzado por los estudiantes del país en relación al uso de TIC, contando para ello con la asesoría experta del Centro de Estudio de Políticas y Prácticas en Educación (CEPPE) de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

Recuperado el 11/01/2018 de <http://www.enlaces.cl/wp-content/uploads/LibroSIMCETICbaja1.pdf>

Tabla 1.1: Nivel de dominio de habilidades TIC según dependencia administrativa

Dependencia administrativa	Inicial	Intermedio	Avanzado
Municipal	65%	34,4%	0,6%
Particular subvencionado	38,1%	58,8%	3,1%
Particular pagado	9%	72,9%	18,2%

Fuente: Primeros resultados SIMCE 2011 (Mineduc, 2012, p. 10)

Los datos expuestos anteriormente y los que figuran en la publicación de los Primeros resultados SIMCE 2011, permiten lograr distintos hallazgos. Como que las deficiencias en el dominio de habilidades TIC no se atribuye a falta de equipamiento en el hogar, sino que al uso que tiene esta herramienta en el hogar. Un ejemplo de lo anterior es que aquellos estudiantes que tienen un mejor dominio de TIC y que atribuyen mayor relevancia al uso de la tecnología, es debido al uso que le dan sus padres a la tecnología en el ejercicio laboral y por la confianza que tienen al utilizar TIC en actividades importantes.

En términos de tecnologías de información y comunicación (TIC), se observó una tasa de computadores por alumno igual al promedio OCDE (4,7) según los datos PISA 2012. Un 37,4% de los alumnos tenía entre 7 y 9 años cuando accedió por primera vez a un computador con internet (el promedio OCDE es de un 42,1%). Los estudiantes chilenos de 15 años declararon utilizar internet en el colegio durante un tiempo promedio de 30 minutos, mientras que para la OCDE dicho valor alcanzó los 25 minutos, por lo tanto, somos un país que no tiene problemas en el acceso. Más bien, se puede deducir que el problema que cataloga a la gran mayoría de los estudiantes chilenos con un nivel de dominio inicial e intermedio de habilidades TIC es debido a las actividades que se asignan al uso del computador y de internet (Mineduc, 2012)

Con el objetivo de desarrollar las habilidades TIC del siglo XXI (HTPA)², Enlaces crea el proyecto Mi Taller Digital en 2012 -el cual a contar de 2014 forma parte de los proyectos de Enlaces para el Fortalecimiento de la Educación Pública-, destinado a las horas extracurriculares y centrándose en cinco líneas de acción: robótica, videojuegos, cómic digital, edición de vídeo y brigadas

² Las Habilidades TIC para el aprendizaje (HTPA) se definen como “La capacidad de resolver problemas de información, comunicación y conocimiento, así como dilemas legales, sociales y éticos en ambiente digital”

tecnológicas. En el transcurso del mismo año, se inician “Modelos de Integración pedagógica en matemática e inglés”, los cuales buscan tener provocar una nivelación de los aprendizajes respectivos a través de la incorporación de un software innovador, considerando las diferencias sociales y culturales, el trabajo personalizado de los estudiantes sujeto a los distintos ritmos de aprendizaje, el cual el docente puede monitorear mediante reportes individuales (tiempo de conexión, problemas que no supo resolver, habilidades logradas, entre otros), grupales sectorizados (conjunto de estudiantes que presentan los mismos progresos, avances o falencias) o grupales completos. También considera los contenidos que no están cubiertos hasta la fecha, logrando ser un apoyo en la labor docente para las dos áreas más sensibles del currículo.

En el año 2013 se obtuvieron los resultados del Segundo Censo de Informática Educativa realizado en el año 2012, el cual mostró un avance en comparación realizado en 2009, especialmente en el indicador de infraestructura digital de los establecimientos educacionales, donde se alcanzó una tasa de 9 alumnos por computador, sin embargo, el contar con mayor infraestructura no es suficiente para incentivar el uso de TIC en la enseñanza, dado que se observa una frecuencia relativamente baja en el uso de hardware y software para realizar clases por parte de los profesores, así como también en la frecuencia de actividades pedagógicas con TIC. Si bien, se observa un aumento en la frecuencia promedio respecto del 2009, estos aumentos son mínimos. A su vez, es relevante comparar la tasa de estudiantes por computador obtenida por los resultados del Segundo Censo de Informática Educativa con la tasa de estudiantes obtenida por la primera evaluación PISA de la OCDE (2012), la cual evidenció una cantidad de 4,7 estudiantes por computador y que un 61,7% de los estudiantes utiliza el computador en la escuela, sin embargo, el uso es bastante básico y no permite que las escuelas aprovechen el potencial de la tecnología en el aula para abordar la brecha digital, y preparar a todos los estudiantes con las habilidades que necesitan en el mundo conectado de hoy.

A partir del 2014, el proyecto “TIC y Diversidad” extiende su alcance, abarcando los niveles desde NT2 a 8vo básico, el que es implementado con el uso de la tecnología en establecimientos de Educación Regular con Programa de Integración Escolar (PIE) y de Educación Especial que reciben a estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE). También existe el proyecto de “Tecnologías de acceso universal para la educación”, el que ha sido llevado a cabo en los años 2016 y 2017, y se enfoca en dejar a disposición la tecnología necesaria para permitir el acceso universal al currículum, el aprendizaje a través de la participación y el desarrollo de los estudiantes que presentan alguna necesidad educativa o discapacidad.

A finales de 2014, se publican los resultados de la Evaluación de Habilidades TIC para el Aprendizaje (ex SIMCE TIC) demuestran que el 46,9% de los estudiantes se encuentran en un nivel Inicial. En tanto un 51,3% de los estudiantes se encuentran en un nivel Intermedio y un 1,8% en nivel Avanzado. Los niveles de manejo del uso de TIC tienen un incremento mínimo, por lo que aún da para análisis y nuevas propuestas que puedan revertir esta situación.

Como los proyectos enfocados en Fortalecer la Educación Pública llevados a cabo a partir del 2012, en el año 2015 la presidenta Michelle Bachelet anunció el programa “Me Conecto para Aprender”, que realiza la entrega de un computador personal a todos y todas las estudiantes de 7° básico de la educación pública. De forma simultánea se comienza la implementación del proyecto “TIC y Retos Múltiples” mediante la definición de una estrategia pedagógica y un conjunto de tecnologías de asistencia para promover, mediante el uso de las TIC, el acceso a la comunicación y participación, el desarrollo de la autonomía y la construcción de aprendizajes, en estudiantes que presentan discapacidad múltiple.

El tránsito de la “sociedad industrial” a la “sociedad de la información” ha sido un proceso complejo y con grandes obstáculos especialmente en nuestro país, ya que indiferente de que se reconozca que el uso de TIC en educación puede ampliar el espectro del acceso a oportunidades en el aprendizaje, producir mejoras en los logros del aprendizaje y calidad de la educación mediante el desarrollo de una cultura digital aún no existen datos concretos y sustentables para evidenciar el impacto que ha tenido el uso de TIC en los países de la OCDE. De forma paralela, la experiencia en aula deja en evidencia que los docentes continúan utilizando la tecnología como una herramienta de gestión y se resisten a asignarle un uso pedagógico en el aula, debido a que se puede pensar que los mayores esfuerzos hasta la fecha han sido reducir la inequidad del acceso al equipamiento y conectividad, pero aún se buscan las directrices para enfocar estas herramientas para mejorar la calidad de la educación. Lo anterior ha sido un obstáculo no sólo en Chile, sino que, en gran cantidad de países, dado que las tecnologías no fueron creadas para ser un recurso utilizado en educación, sin embargo, existieron gran cantidad de visionarios como es el caso de Seymour Papert (1995), el cual vio en ellas un potencial para el aprendizaje. Por tanto, los desafíos para los próximos gobiernos y futuros docentes es plantear cómo se utilizarán, en qué se enfocarán, cómo se podrán capacitar en el uso de las nuevas plataformas virtuales educativas dentro de la comunidad escolar.

1.3 Resultados de pruebas estandarizadas de Chile en matemática

En Chile existen políticas para evaluar el rendimiento de los estudiantes. Estas políticas entran en acción junto con las diversas variables que inciden en la educación -como la brecha de género, actividades extra curriculares, entre otros- para tomar decisiones con respecto al mejoramiento del sistema educativo chileno. Por dicha razón, el estado ha llevado a cabo un plan de evaluaciones nacionales e internacionales centralizadas en la aplicación de evaluaciones de aprendizajes confeccionadas por agentes externos para realizar la evaluación de establecimientos educacionales y del sistema de educativo chileno, es decir, el principal objetivo de este plan es el mejoramiento del sistema educativo a través de evaluaciones internacionales,

complementado con las evaluaciones tanto censales como muestrales, en las que participan los estudiantes chilenos.

Las evaluaciones censales y muestrales son evaluaciones estandarizadas y externas al establecimiento, ya que en primera instancia las evaluaciones que hacen los establecimientos a sus estudiantes son elaboradas por ellos y se encuentran susceptibles al proyecto educativo del establecimiento, por lo que puede responder a una de sus particularidades, dejando de ser idónea para ser comparada con las demás instituciones educacional del país. De esta manera los estudiantes pueden ser evaluados a nivel nacional, facilitando así, la toma de decisiones del gobierno de turno respecto con respecto a los datos arrojados por las respectivas evaluaciones. Para satisfacer esos requerimientos se crea el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE), conocido anteriormente como sistema nacional de evaluación de resultados de aprendizaje, el cual se fundó en 1988 por motivo de la institucionalización de una diversidad de iniciativas en el tópico de la evaluación que comenzaron su desarrollo durante el régimen de Augusto Pinochet (1973 - 1990). La evaluación tiene por objetivo recopilar información de los Estándares de Aprendizaje³ logrados en los distintos niveles de enseñanza que cursan los estudiantes, y a su vez, complementar el análisis de cada establecimiento según su contexto, a través del cuestionario de Calidad y Contexto, respondido por estudiantes, docentes, padres y apoderados, que recopila información del entorno escolar y familiar de los estudiantes, situando así, los logros de los estudiantes en un contexto nacional.

La evaluación aplicada en la disciplina de matemática provee de esta información a las instituciones para guiar sus decisiones en la gestión curricular, evaluando las habilidades de: resolución de problemas, argumentación y comunicación, modelado y representación del desarrollo del pensamiento matemático. A su vez, se definen tres dominios cognitivos para evaluar: conocimiento, aplicación y razonamiento; cada uno de estos dominios involucra distintos procesos requeridos para resolver con éxito las tareas propuestas en cada uno de los ítems. Todo esto en función de tener un registro del rendimiento de los estudiantes a nivel nacional. Por el problema que se abarca en este Seminario de Grado, solo presentan los resultados en la disciplina de matemáticas en la evaluación SIMCE y evaluaciones internacionales, para así tener un perfil de los estudiantes de educación media respecto al logro de los objetivos que se pretenden en la educación chilena.

Lo descrito anteriormente es aplicable hasta el año 2017, ya que en febrero del año 2018, se inició un nuevo sistema nacional de evaluación acorde a las nuevas Bases Curriculares que se aplican desde la generación 2013 de primer año básico.

³ Los Estándares de Aprendizaje son una herramienta que permite determinar qué tan adecuados son los aprendizajes de los estudiantes en relación con los objetivos planteados en el currículum.

1.3.1 Resultados SIMCE

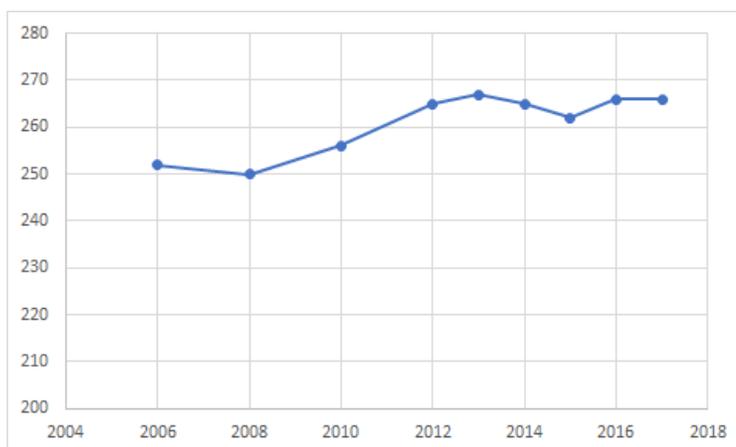
SIMCE es una evaluación estandarizada que entrega información complementaria al diagnóstico sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes en las asignaturas de Matemática; Ciencias Naturales; Lenguaje y Comunicación (Comprensión de Lectura y Escritura); Geografía y Ciencias Sociales e Inglés Historia. La evaluación es aplicada en los niveles de 2°, 4°, 6°, 8° básico, II y III medio. La prueba consta de distintas formas o etapas que van variando cada año por objetos de la misma naturaleza, cambiando el número de preguntas, ítems, entre otros, sin embargo, igualmente son comparables entre sí. El sistema de puntaje es diferente para cada nivel en el que es aplicada la prueba, lo que significa que 300 puntos en II medio se distingue de los 300 puntos en 4° básico, aunque sea la misma asignatura.

Para que el instrumento pueda determinar el nivel de cumplimiento de los Objetivos de Aprendizaje definidos en las Bases Curriculares vigentes, se establecen Estándares de Aprendizaje que permiten categorizar el aprendizaje del estudiante según lo que deben saber y poder hacer. Para el nivel de II medio en la asignatura de matemática, los puntajes de corte son:

- Nivel de aprendizaje adecuado (319 puntos o más): Evidencia que el estudiante ha adquirido de manera satisfactoria los conocimientos y habilidades en el área según el currículum vigente para el periodo evaluado.
- Nivel de aprendizaje elemental (Entre 252 y 319 puntos): Evidencia que el estudiante ha adquirido de manera parcial los conocimientos y habilidades en el área según el currículum vigente para el periodo evaluado.
- Nivel de aprendizaje insuficiente (Menos de 252 puntos): Evidencia que el estudiante no ha logrado los aprendizajes requeridos para el periodo evaluado, es decir, presenta dificultad incluso en conocimientos y habilidades trabajados en niveles anteriores.

Los datos obtenidos revelan que existe un avance en el cumplimiento de los estándares del currículum chileno, sin embargo, se observa un estancamiento dentro de la última década. Como muestra la Figura 1.1, el puntaje promedio de los estudiantes obtenido en el SIMCE no logra el nivel de aprendizaje adecuado, e incluso los datos registran que más de la mitad de los estudiantes se encuentran en el nivel de aprendizaje insuficiente, dejando manifiesto la existencia de un problema en el aprendizaje de los estudiantes.

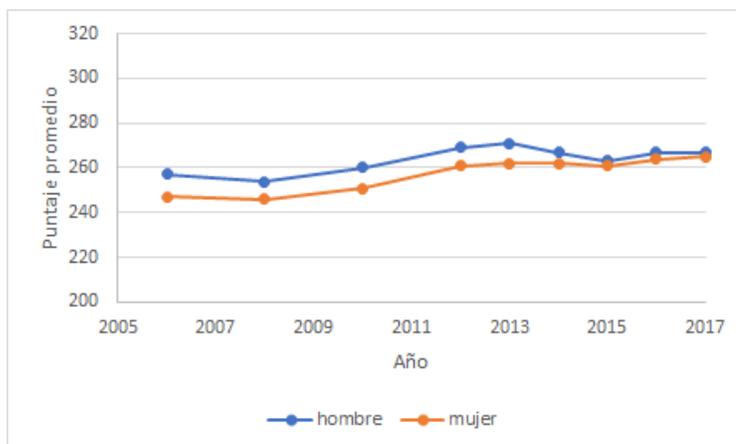
Figura 1.1: SIMCE Matemática II medio 2006-2017



Fuente: Agencia calidad de la educación, 2017

Donde se ha podido constatar un avance en comparación a años anteriores, corresponde a la disminución en la brecha existente según el género de los estudiantes, lo cual se evidencia a partir de la diferencia de puntajes promedios en 2 puntos. Aunque esto es esperanzador respecto a la diferencia que se muestra en la Figura 1.2, no hay que restar importancia al nivel de aprendizaje que obtienen los estudiantes chilenos, es por esto que hay que lograr la equidad en el aprendizaje y al mismo tiempo emprender con mejoras en el desarrollo de habilidades y conocimientos.

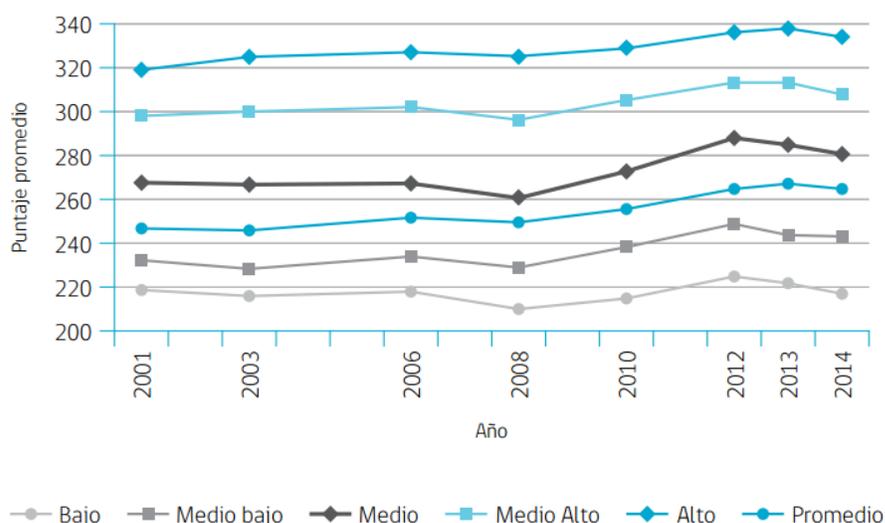
Figura 1.2: Matemática, resultados según género en II medio.



Fuente: Agencia calidad de la educación, 2018

Por otro lado, en la Figura 1.3 muestra los puntajes promedios de los estudiantes según el nivel socioeconómico de sus familias. Permite vislumbrar que aquellos estudiantes que tienen un capital cultural inferior proporcionado por las familias obtienen menores puntajes en las evaluaciones estandarizadas aplicadas.

Figura 1.3: Matemática, tendencia según grupo socioeconómico en II medio.



Fuente: Agencia calidad de la educación, 2015

Por tanto, de acuerdo a los estándares, los estudiantes chilenos no alcanzan un desempeño adecuado, donde se podría deducir que uno de los factores influyentes podría ser la gestión inadecuada de recursos pedagógicos, además del desarrollo social de los estudiantes que pertenecen a instituciones del estrato social bajo y medio bajo, ya que son aquellos con menos esperanzas a lograr acceder a una universidad e incluso a estudios superiores por lo que existe un brecha no solo a nivel de recursos, sino también de esperanzas de llegar a la educación superior. Por lo que, para el deficiente rendimiento de los estudiantes en las pruebas estandarizadas, se propone la tecnología como una herramienta complementaria en el aprendizaje, con la esperanza que empareje estos resultados, sus expectativas en la educación superior e incluso optimice el desarrollo de habilidades de los estudiantes.

1.3.2 Evaluaciones internacionales.

Según la Agencia de la Calidad de la Educación⁴, Chile ha participado en diversos estudios internacionales que buscan evaluar el sistema escolar, compararlos con los resultados de estudiantes de otros países y así, conocer los elementos claves de una educación de calidad, para así poder orientar la toma de decisiones en las políticas públicas.

⁴Servicio público, creado a raíz de la Ley N° 20.529 que estipula el objetivo de evaluar y orientar el sistema educativo para que este propenda el mejoramiento de la calidad y equidad de las oportunidades educativas.

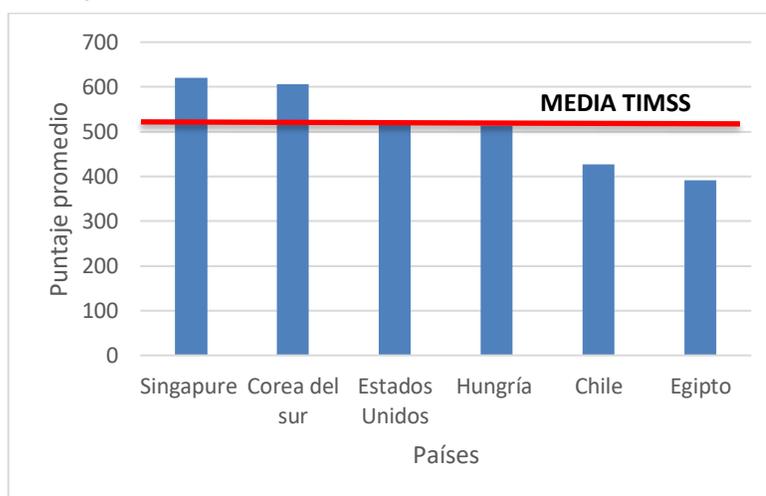
Estas pruebas son: Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE)⁵, International Computer and Information Literacy Study (ICILS), Progress in International Reading Literacy Study (PIRLS), International classification of crimes for statistical purposes (ICCS), Programme for International Student Assessment (PISA) y Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), siendo estos dos últimos referentes al área de matemática.

1.3.2.1 Prueba TIMSS “tendencias en el estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias”

La prueba TIMSS se aplica en los niveles de 4to y 8vo básico en Chile, en las asignaturas de Ciencias y Matemática, sin embargo, por el interés del Seminario de Grado, los autores consideran tan solo la aplicación en matemática en 8vo básico.

Esta prueba evalúa los dominios cognitivos de conocimiento, aplicación y razonamiento además de incorporar la evaluación de conocimiento matemático fundamental, procedimientos y estrategias de resolución de problemas en su última versión aplicada. La prueba consta de una puntuación de 0 a 1000 puntos siendo catalogado como insuficiente el puntaje inferior a 400 según los estándares establecidos por la evaluación. Chile ha participado en los años 1999, 2003, 2011 y 2014. En el año 2014, los estudiantes participantes fueron escogidos por el International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) entre distintos sectores del país sumando 10.000 estudiantes entre los niveles de 4to y 8vo básico. A continuación, se muestran los resultados generales obtenidos por estudiantes de octavo básico de los distintos países participantes.

Figura 1.4: Resultados generales | Matemática 8º | Rendimiento países participantes.



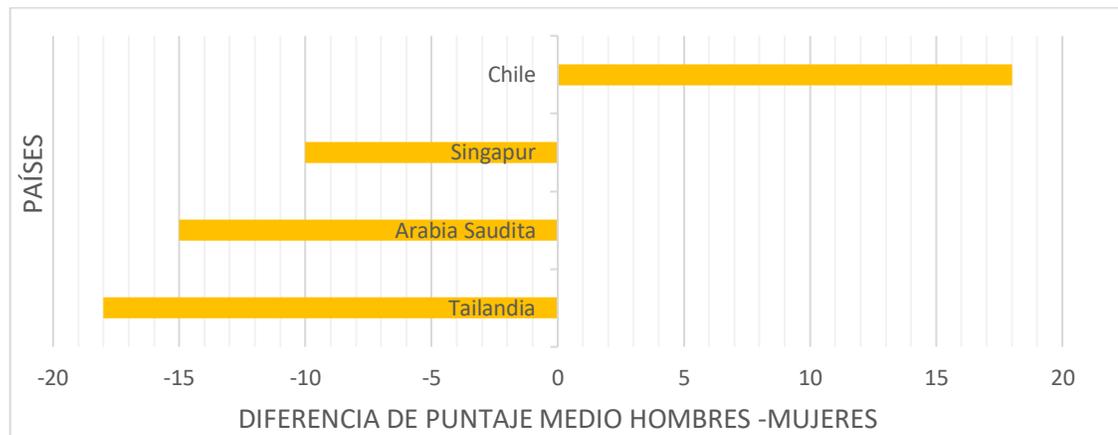
Fuente: Elaboración propia con base en información oficial, (Mineduc, 2015, p.34)

⁵ La evaluación también incluye matemática, aunque no de los niveles que compete a este seminario de grado.

La Figura 1.4 muestra los puntajes promedios obtenidos por los distintos países participantes en la prueba de matemáticas de 8vo básico del año 2014, donde se observa que Chile, con un puntaje promedio de 427, está bajo el puntaje promedio de todos los países, el cual corresponde a 500 puntos. Si bien los informes indican que existió un avance desde la primera aplicación de la prueba, Chile sigue posicionado en la clasificación de dominio bajo en las habilidades evaluadas en TIMSS. De lo que se deduce que existen limitaciones en el desarrollo de habilidades necesarias para la correcta solución de problemas matemáticos. La próxima fecha en que se aplicará la evaluación TIMSS es en el año 2019, por lo que aún se dispone de tiempo para abordar y/o gestionar las dificultades evidenciadas en el análisis de los resultados en el informe publicado en el año 2015, respecto a la evaluación del año 2014.

De los resultados analizados por el Mineduc respecto a la evaluación, genera interés la brecha existente entre los puntajes obtenidos por hombres y mujeres. Si se observa la Figura 1.5 se puede evidenciar 18 puntos de diferencia en el promedio obtenido por ambos géneros, a diferencia de lo que ocurre en países como Tailandia o Singapur donde son las mujeres quienes se posicionan con mejores resultados.

Figura 1.5: Equidad en los resultados | Brechas de Género por país| 8° básico.



Fuente: Elaboración propia con base en información oficial (Mineduc, 2015, p. 40)

Lo evidenciado por la prueba TIMSS, también es una situación que se replica en los resultados de la Prueba de Selección Universitaria⁶ (PSU) donde existe una brecha de género considerable, no solo en los resultados de la prueba de matemática, sino que también en ciencia, historia y lenguaje y comunicación. Sin embargo, es en matemática donde ocurre la mayor diferencia entre los puntajes promedio. La PSU del año 2017 registró una diferencia de 499 versus 515 puntos a

⁶ Batería de pruebas estandarizadas, cuyo propósito es la selección de postulantes para la continuación de estudios universitarios.

favor de los hombres. Si bien es una cifra que resulta ser alarmante y una preocupación para quienes se dedican a trabajar con temas de género, la directora del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo, María Leonor Varas, explica que a pesar de los puntajes inferiores que han obtenido las mujeres en la PSU, "en general tienden a tener promedios más altos tanto en NEM⁷ como en ranking⁸". En relación al promedio NEM los hombres logran 529 puntos, en comparación a los 559 de las mujeres, diferencia que es superior al revisar los puntajes de ranking, donde los hombres promedian 547 y las mujeres 583 (Casinelli, 2017). Esto explicaría la disminución en la brecha de género en los últimos resultados de la prueba SIMCE y esperamos que esto ocurra de igual manera en los próximos resultados PSU.

1.3.2.2 Evaluación PISA

PISA es una evaluación que se restringe exclusivamente a ser aplicada a estudiantes de 15 años. La evaluación se centra en las materias escolares básicas de ciencia, lectura y matemática, su foco principal no es determinar si los estudiantes pueden reproducir los conocimientos aprendidos, sino más bien si son capaces de manejar y extrapolar lo aprendido para aplicar este conocimiento a circunstancias dentro y fuera del aula.

Chile ha participado en PISA en los años 2001, 2006, 2009, 2012 y 2015, aplicando pruebas en papel y opcionalmente en computador, además de la realización de encuestas que se utilizan para obtener un perfil más amplio del estudiante que rinde la evaluación. Su última aplicación se realizó el año 2015 por medio de computadores, teniendo una participación de aproximadamente 540.000 estudiantes alrededor del mundo, donde 7.053 estudiantes son chilenos provenientes de 227 colegios pertenecientes a distintas regiones del país.

Los resultados de la evaluación tienen dos presentaciones, las cuales son:

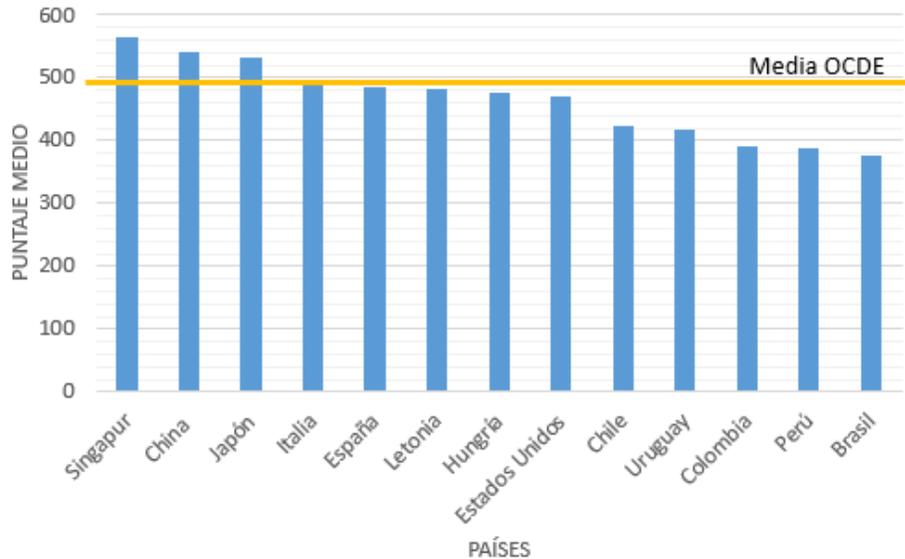
- a) Puntaje promedio: La prueba consta de un sistema de puntuación que va desde el 0 al 600, y es en la evaluación de matemática donde países como Singapur, China y Japón se adjudican los mejores resultados como muestra la Figura 1.6, llegando incluso a obtener un puntaje promedio de 564 puntos en el caso de Singapur. Contrastando a la situación anterior, está el caso de Chile, el cual obtiene un puntaje promedio inferior al

⁷ Promedio de notas de enseñanza media convertido en puntaje estándar, siendo uno de los factores de selección para el ingreso a las universidades del CRUCH y aquellas privadas adscritas al Sistema

⁸ Herramienta en la batería de admisión a las universidades, junto con el NEM y la PSU. El ranking está sujeto a variables socioeconómicas, género y tipo de establecimiento.

promedio de los países participantes de la OCDE, ubicándose bajo la media de 490 puntos, con los 423 que fueron logrados.

Figura 1.6: Desempeño de los países - Matemática.



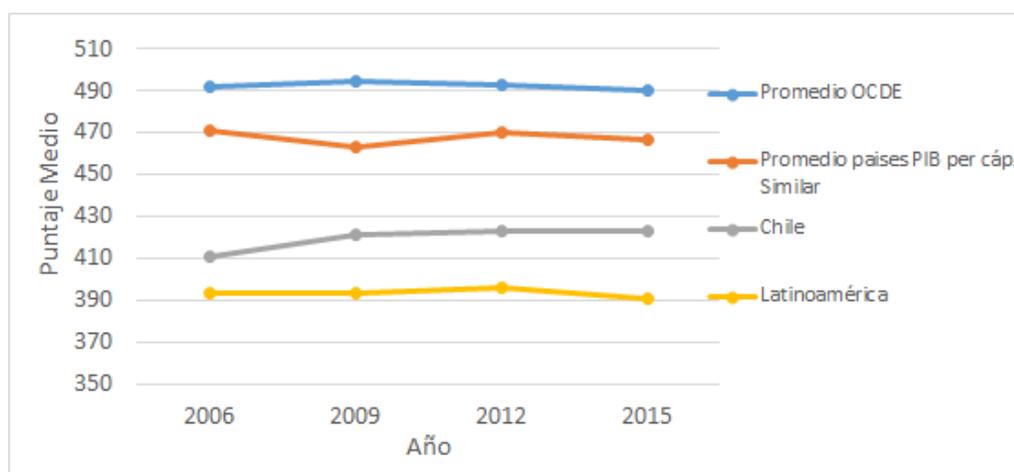
Fuente: Elaboración propia con base en información oficial (Mineduc, 2015, p. 31)

A pesar de la posición de Chile a nivel general, en la Figura 1.7 se observa que el país se encuentra sobre el rendimiento de los países latinoamericanos y no hay que desmerecer este logro, sin embargo, al comparar con países que poseen PIB per cápita similar, Chile se ubica inferior a países como Letonia y Hungría con aproximadamente 60 puntos de diferencia, y es mayor el puntaje que separa a Chile de otros países pertenecientes a la OCDE, por tanto, la inversión que se realiza en la educación chilena es una variable a considerar. En el último gobierno de la presidenta Bachelet, donde se llevó a cabo la Reforma Educacional, se estimó un mayor gasto público en educación entre un 1,5 y 2 puntos del PIB⁹.

⁹ Según lo señala el Programa de Gobierno de Michelle Bachelet 2014-2018 (Octubre 2013, p. 16).

Recuperado el 11/01/2018 de <http://www.onar.gob.cl/wp-content/uploads/2014/05/ProgramaMB.pdf>

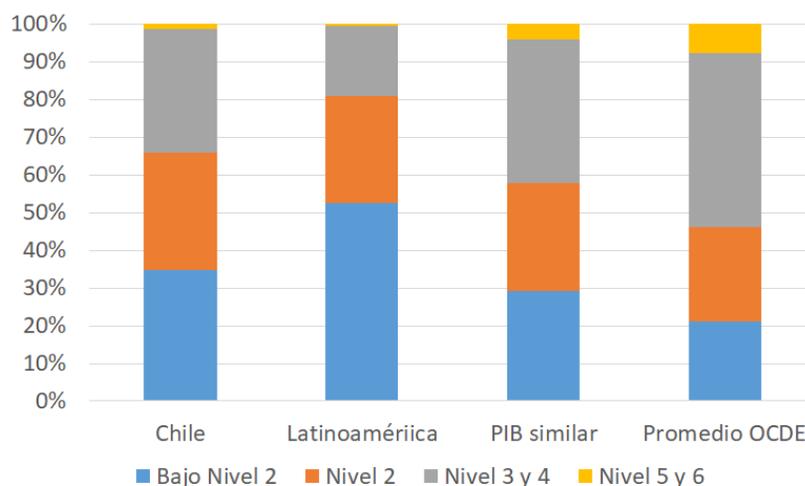
Figura 1.7: Tendencia - Matemática



Fuente: Elaboración propia con base en información oficial (Mineduc, 2015, p. 33)

- b)** Niveles de desempeño: Los estudiantes se encasillan en diferentes niveles según el logro que hayan tenido en la evaluación, estos van desde el nivel 1 hasta el nivel 6, siendo este último el mayor que se puede alcanzar. Los estudiantes que han alcanzado el nivel 2 son capaces de realizar interpretaciones y reconocer situaciones bajo inferencias directas, al igual que extraer información explícita sin tener la capacidad de conceptualizar, generalizar y utilizar información de otras fuentes. Realizan uso de algoritmos, fórmulas, convenciones o procedimientos básicos. Y aquellos estudiantes que alcanzan un nivel de desempeño sobre el nivel 2 tienen las competencias mínimas requeridas para poder participar en una sociedad moderna, inferior a este nivel quiere decir que los estudiantes son incapaces de realizar tareas elementales que evalúa PISA. Como muestra la Figura 1.8 en Chile cerca del 34,8% de los estudiantes que rindieron la prueba se encuentra bajo el nivel mínimo esperado y otro tercio de ellos en el nivel básico, aún si estos resultados son los más altos al compararlos a nivel latinoamericano, nuevamente son más bajos que el promedio de la OCDE y de los países con PIB per cápita similar.

Figura 1.8: Basado en Niveles de desempeño en contexto – Matemática



Fuente: Elaboración propia con base en información oficial (Mineduc, 2015, p. 34).

Reconsiderando el hecho que Chile está internacionalmente mejor posicionado que los demás países latinoamericanos, eso no acredita que los estudiantes no presenten dificultades en las evaluaciones que precisan el manejo y aplicación de los contenidos que pertenecen a la asignatura de matemática, lo cual queda evidenciado en ambas pruebas internacionales (TIMSS y PISA), destacando los problemas en las habilidades desarrolladas por los estudiantes, ya que estos no están logrando los objetivos de las evaluaciones internacionales ni las establecidas por el Mineduc.

Los resultados anteriormente mencionados, se pueden relacionar con la desmotivación que pueden tener los estudiantes a aprender matemáticas, pero sería muy sesgado adjudicar este problema solo a esto último, también hay que considerar los recursos utilizados en el aula o en el desarrollo e implementación misma de las actividades en el aula. Mineduc para abordar las falencias que están evidenciando los estudiantes sugiere lo siguiente: “intencionar recursos para la capacitación docente en la asignatura” y “desarrollar metodologías innovadoras que aborden situaciones cotidianas de interés para los estudiantes” (Mineduc, 2015, p.50). En este sentido Mineduc no considera factores que posiblemente puedan optimizar la labor docente, como es el hecho de intencionar recursos tecnológicos para la educación, ya que estos por las herramientas con las que cuentan pueden ser un factor determinante para lograr un mejor desarrollo de habilidades en los estudiantes y a su vez, ser auxiliar para que el docente pueda mantener un seguimiento en el desarrollo de estas. Hacer la tecnología más próxima a los docentes y lograr su incorporación como parte de la práctica en el aula, es un camino que trae obstáculos consigo, no obstante, resulta ser un potencial de aprendizaje cuando se direcciona de la forma correcta.

1.4 Objetivo

El uso de TIC es impulsado en el área de educación porque representa una relevante fuente de información e interacción entre la comunidad educativa, por lo que se transforma en un buen medio para que la escuela otorgue al estudiante posibilidades de procesar, organizar y mediar la brecha de tiempo y espacio en el aprendizaje. Es en este escenario donde se crean software y plataformas educativas de distintas disciplinas con el fin de incluir la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en el caso de matemática se crea la plataforma Khan Academy (KA), plataforma virtual que tiene el fin de “proporcionar una educación de nivel mundial para cualquier persona, en cualquier lugar”, por tanto, pretende fomentar el desarrollo de habilidades matemáticas y la gestión de contenidos, con el fin de mejorar el rendimiento de los estudiantes en esta asignatura.

Sin embargo, existe una falta de desarrollo curricular integrado, que entreguen las directrices a los profesores y estudiantes, no solo facilitando los recursos e indicando que herramienta usar y en qué momento del proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que siendo un apoyo en el aula hasta que se adquiriera las habilidades y competencias para el uso consciente y natural de TIC. Ya que tanto las Bases Curriculares como los Programas de Estudio, no consideran plataformas educativas ni software que se integren al aprendizaje de los estudiantes, sino que limitan el uso de TIC a ser una herramienta de gestión, enfocada en la manipulación y comunicación de datos. Por las razones planteadas, el trabajo de este Seminario de Grado se centra en la asignatura de matemática, especialmente en la unidad de trigonometría en segundo medio según las Bases Curriculares, debido a que las habilidades matemáticas que requiere el aprendizaje de dicho contenido, pueden ser articulados con el uso de TIC, debido a las herramientas que posee la plataforma virtual educativa.

En base a lo mencionado anteriormente, se pueden plantear las siguientes preguntas de orientación de este Seminario de Grado: ¿Qué características asume una implementación de TIC en la unidad de trigonometría de segundo medio?, ¿Qué cambios tiene la relación pedagógica con el uso de TIC en el desarrollo de la unidad de trigonometría de segundo medio?, ¿Cómo utilizar de forma asertiva la información que proporciona la plataforma educativa?

1.4.1 Objetivo general

Para esta propuesta de enseñanza nos planteamos el siguiente objetivo general:

Diseñar una propuesta de enseñanza que utilice la plataforma virtual Khan Academy para aumentar las oportunidades de aprendizaje y enriquecer la gestión docente en la unidad de trigonometría de segundo medio.

1.4.2 Objetivos específicos

Para esta propuesta de enseñanza nos planteamos los siguientes objetivos específicos:

1. Explorar recursos y herramientas de gestión del sitio Khan Academy (KA), características, propósitos, ventajas y desventajas para proponer posibles usos educativos en el currículum de matemática de segundo medio.
2. Diseñar una propuesta de gestión de aprendizaje con el uso educativo de las herramientas de KA que integre la participación colaborativa de profesores y estudiantes, centrada en la unidad de trigonometría de segundo medio perteneciente al currículum actual.
3. Elaborar guías de actividades, cuadros de resumen y olimpiadas trigonométricas que permitan a los estudiantes desarrollar habilidades matemáticas en el contexto de la trigonometría.
4. Elaborar rúbricas de evaluación que permitan a los docentes evaluar el trabajo realizado por los estudiantes en las clases presenciales y en Khan Academy durante la implementación de la propuesta didáctica.
5. Elaborar indicaciones al docente que faciliten la implementación de la propuesta didáctica.
6. Validar la propuesta didáctica a través de la opinión de expertos.

En los siguientes capítulos se presenta el marco teórico que sustenta la propuesta, y cómo se constituye.

Capítulo 2: Marco teórico

El enfoque principal es la optimización en el desarrollo de habilidades matemáticas y aprendizaje de los estudiantes, y uno de los puntos importantes a considerar es la particularidad del estudiante, ya que cada uno aprende de forma distinta y por ende se complejiza el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Se evidencia que las TIC pueden ser un aporte para abordar el punto anterior si se utiliza como una herramienta que no se limite a la ejecución de procedimientos rutinarios, más bien, se destine como un aporte complementario, con el cual los estudiantes puedan interaccionar directamente, una plataforma que entregue oportunidades para potenciar sus fortalezas.

Los docentes del siglo XXI se encuentran con nuevas exigencias en su labor, las cuales se enfocan en desarrollar competencias a favor del uso de TIC por parte de los estudiantes. Dichas competencias están centradas en el desarrollo de habilidades para que el estudiante realice actividades con mayor facilidad y destreza. En este escenario, cada estudiante tiene distintas formas de aprender según las capacidades con las que está facultado, complejizando la labor docente, pero abriendo las puertas a nuevas experiencias mediante el uso de plataformas virtuales educativas que expanden los límites de espacio y tiempo que otorga la escuela.

2.1. Habilidades, inteligencia y cognición en matemática

El enfoque de este Seminario de Grado corresponde al desarrollo de habilidades que potencien el aprendizaje en matemáticas, pero la pregunta que queda por aclarar es ¿Qué entendemos por habilidades?, para responder esta pregunta se tiene que definir primero un concepto que es sobre utilizado en varios contextos, la “inteligencia”. La inteligencia es “la capacidad de resolver problemas, o de crear productos, que sean valiosos en uno o más ambientes culturales” (Gardner, 1994, p.5). Para desarrollar la inteligencia de una persona se requieren habilidades, por tanto, las habilidades son la principal fuente de desarrollo de inteligencia, las cuales se demuestran en capacidades para realizar una acción referente a la inteligencia. Gardner especifica que no existe una única inteligencia pura, sino que el ser humano puede ser capaz de desarrollar siete distintas inteligencias:

Tabla 2.1: Tipos de Inteligencias múltiples de Gardner

TIPOS DE INTELIGENCIAS MÚLTIPLES	
Inteligencia	Descripción
<i>Lingüística</i>	Se relaciona con habilidades para hablar y escribir eficazmente, que genera una mejora en las capacidades de comprender significados de palabras en distintas situaciones, el orden semántico de ellas y su relevancia emitiendo o recibiendo el mensaje, verbal o no verbal.
<i>Musical</i>	Se relaciona con las habilidades para analizar y crear música, no para interpretarla, la cual genera una mejora en las capacidades de identificar compases, melodías, tiempos, entre otros de esta índole.
<i>Lógico-matemática</i>	Se relaciona con las habilidades de modelar, calcular, formular, comparar, analizar y de razonamiento, que genera una mejora en las capacidades para formular y verificar hipótesis, argumentar, utilizar método científico y los razonamientos inductivos y deductivos.
<i>Espacial</i>	Se relaciona con las habilidades de visualizar, que genera capacidad de poder presentar ideas de forma visual, crear y retener imágenes mentales, orientación en el espacio, y dibujar, confeccionar bocetos en proporción.
<i>Corporal-kinestésica</i>	Se relaciona con las habilidades de manipulación, expresión a través del cuerpo, que genera una mejora en las capacidades que requieren actividad corporal como: coordinación corporal, equilibrio rapidez, ejercer fuerza, flexibilidad.
<i>Intrapersonal</i>	Se relaciona con las habilidades de meditar y reflexionar, que genera una mejora en las capacidades de expresar sentimientos, controlar pensamientos propios, evaluar habilidades y desventajas personales y distinguir emociones.
<i>Interpersonal</i>	Se relaciona con las habilidades sociales, que genera una mejora en las capacidades para trabajar y relacionarse con otras personas.

Fuente: Elaboración propia

Es importante señalar, que cada inteligencia no se desarrolla por sí sola, al realizar una actividad las personas van desarrollando diversas habilidades correspondientes a los distintos tipos de inteligencias. Por tanto, cada persona tiene distintos niveles de desarrollo de éstas, lo que lleva a que algunas actividades puedan resultar más facilitadoras y otras más dificultosas, creando con ello un dinamismo en el aula.

Al centrar la educación al estudiante, se abre la responsabilidad al docente de evaluar el perfil de inteligencia de cada alumno, y amoldar el programa educativo para abordar los distintos perfiles de inteligencia.

La limitación de una persona puede ser la ventaja de otra. Siete tipos de inteligencia darían lugar a siete formas de enseñanza. Y no sólo a una. Y cualquier limitación considerable de la mente puede modificarse a fin de presentar un concepto particular (o todo un sistema de pensamiento) de tal modo que los niños tengan más probabilidades de aprenderlo y menos de deformarlo (Gardner, 1994, p.10).

Por otro lado, Roberto Araya (2000) destaca aspectos cognitivos de la inteligencia, se describe que al realizar actividades matemáticas, se necesita utilizar aspectos visuales, kinésicos y no verbales para que el cerebro trabaje a cabalidad, especifica que para que exista un mejor aprendizaje, todas las zonas del cerebro tienen que estar funcionando, es por esto que los mejores matemáticos se apoyan principalmente en habilidades visuales-espaciales, aparte de las que involucran la inteligencia lógico-matemático, para solucionar actividades de origen matemático.

Se complementa también, con que la historia evolutiva del aspecto cognitivo del aprendizaje, da evidencia que la naturaleza del aprendizaje nace de la imitación, por lo que, al combinar el aprendizaje social con esto, existirán resultados indeseados como el plagio. Además, cabe señalar que algunas estrategias aprendidas anteriormente para desarrollar una actividad específica, se queda en el consciente del individuo dificultando su transformación o eliminación, aunque ésta sea evidentemente errónea, por lo que las nuevas estrategias resultan más complejas de aprender, aunque sean óptimas para resolver o bien, realizar un mismo problema o actividad respectivamente.

Por último, Roberto Araya (2000) indica cuatro principios Neurocognitivos evolucionarios para orientar la búsqueda de estrategias para enseñar matemática, los que se indican enumerados, pero no implican jerarquía alguna.

1. Considerar las capacidades naturales del cerebro.

2. Buscar distintos puntos de entrada en distintas representaciones y naturalezas ya sean visuales, kinésicas, entre otras. que sean coherentes con la actividad y el perfil de inteligencia del estudiante.
3. Diseñar actividades que permitan al estudiante seleccionar estrategias eficientes o crear nuevas, sin olvidar que las antiguas estarán presentes.
4. “Comenzar por representaciones motoras-cinestéticas y visuales y a partir de estas lograr representaciones más abstractas.

Cuando se plantea una estrategia de enseñanza, hay que considerar que cada estudiante un perfil de inteligencia distinto, las habilidades que se desarrollen en clase tienen que ser relacionadas con el perfil de inteligencia de los estudiantes para lograr una mejor comprensión de parte de ellos, sin olvidar los aspectos cognitivos del cerebro, como este funciona de mejor manera y que la naturaleza de la imitación se pueda abordar de una manera efectiva.

2.2 Las TIC y educación

Debido al fácil acceso de la sociedad a la tecnología -especialmente a los computadores y a la conexión a internet-, su influencia ha conllevado a la percepción de la información y comunicación instantánea, situaciones que han modificado las interacciones hasta la actual Sociedad de la Información y el Conocimiento, que aborda y modifica la relación entre la escuela y las TIC (Barberá et al., 2012), dicha Sociedad desarrolla una tendencia a eliminar los intermediarios en los procesos de todas las áreas de la sociedad, ya que las acciones anteriormente mencionadas las puede realizar el sujeto que se encuentra frente a un computador de forma simultánea y altamente efectiva. Sin embargo, el objetivo que se plantea esta sociedad que puede hacer uso de diversas tecnologías, no es solo utilizarlas y apropiarse de esta tecnología -que incluso se cataloga como una tarea difícil para países que no tienen las situaciones económicas para acceder a ellas- más bien, hablamos de que las personas por medio de sus habilidades intelectuales puedan generar la transformación de la información en conocimiento útil y oportuno, con el fin de desarrollar procesos colaborativos y dinámicos de aprendizaje personal y social. En cuanto a la integración de las TIC en la enseñanza, ha sido, es, y muy probablemente continuará siendo un motivo de debate y de diseño de escenarios para poder realizar una incorporación. Bonilla (2003) afirma:

Al hablar de implementación, deja claro que las nuevas tecnologías no fueron creadas para la educación; no aparecen naturalmente en los sistemas de enseñanza; no son “demandadas” por la comunidad docente; no se adaptan fácilmente al uso pedagógico y,

muy probablemente, en el futuro se desarrollarán solo de manera muy parcial en función de demandas provenientes del sector educacional (p. 120)

Sin embargo, si se han destinado recursos tanto económicos como pedagógicos para incorporar e implementar el uso de tecnologías -haciendo énfasis especial en el uso de computadores-, es porque las herramientas tecnológicas se consideran como una esperanza para acceder de manera equitativa a la información, pudiendo así, mejorar la calidad de la educación, como señala el informe de Delors (1996): “El desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación debe dar pie para la reflexión general sobre el acceso al conocimiento en el mundo de mañana”. Esto podría significar la reducción de la brecha de espacio y tiempo, concebir el aprendizaje como una educación permanente, lo que implica reconsiderar y ampliar el aprendizaje, no tan solo en las nuevas exigencias de la vida profesional, sino que debe ser una formación continua de la persona, de su conocimiento y sus aptitudes como de su facultad de juicio y acción.

Los estudiantes no solo se han visto involucrados con el uso de computadores, sino que también se muestran felizmente relacionados con el uso de videojuegos. Aparato que es cuestionado y generador de discusiones entre padres e hijos porque es “causante” de que los niños dejen de lado sus deberes, y producto de lo anterior se ha estrechado la mirada hacia los aspectos positivos que originan los videojuegos. Los padres no perciben que son el primer ejemplo de fabricación de juguetes donde se aplica tecnología informática, los cuales “requieren el dominio de información y técnicas muy complejas, donde a menudo el control de la información implica un mayor grado de dificultad y lleva mucho más tiempo que el dominio de las técnicas” (Papert, 1995, p. 18). Bajo esta mirada, según lo señalado por Papert (1995), “los videojuegos enseñan a los niños lo que los ordenadores empiezan a enseñar a los adultos: que algunas formas de aprendizaje son rápidas, muy atractivas y provechosas” (p. 19), por tanto, las características que poseen estas nuevas tecnologías hacen pensar que es inevitable su aparición en un futuro porque si se logra dirigir esta máquina, los estudiantes podrán tener acceso a un espacio de conocimiento más extenso que el permitido a través de los libros, modificando así, la relación de los niños con el conocimiento.

Pese a las dificultades de la implementación de la tecnología en el aula, principalmente por el hecho de que no fueron diseñadas para un contexto educativo, se han identificado ocho niveles de implementación de TIC en el aula. Según indica Moersch (2002), los niveles están comprendidos desde el no uso hasta el uso sobresaliente de las tecnologías, donde tanto tecnología como educación se encuentran congenian (citado en UNESCO, 2006, p. 30). Los dos primeros niveles, que consisten en la Toma de Conciencia y Exploración, donde el docente es quien gestiona cuándo y con qué fin los estudiantes harán uso de las herramientas. Según el

estado de avance del uso pedagógico que se le asigna a las TIC, se pasa a los siguientes niveles de Inmersión e Implementación, donde el estudiante tiene un rol más autónomo en cuanto al uso de las herramientas, pudiendo así, plantearse mayores desafíos cognitivos. El penúltimo y último nivel, donde se ha logrado articular de mejor forma la tecnología con el uso pedagógico, Expansión y Refinamiento, abarcan el mayor rendimiento de las herramientas TIC por parte de los docentes y de los estudiantes.

Además, según Brunner (2003), se puede hablar de cuatro escenarios de cómo pueden insertarse las TIC en el sistema educativo relacionando la variable de la tecnología con la variable de la innovación pedagógica (citado en UNESCO, 2006, p. 30). En cuanto a la variable tecnológica se establece dos visiones opuestas acerca de la incorporación de las TIC en la escuela, una de ellas es la visión externalista adaptativa, donde es el colegio quien debe incorporar y lograr adaptarse a las tecnologías impuestas desde el entorno, en cambio, también existe la visión internista sintónica, donde la escuela actúa según el contexto particular en que ellos como institución se desenvuelven y a partir de ahí buscan las tecnologías que precisan y logran entrar armonía con el contexto. En cuanto a la variable pedagógica, se presentan dos alternativas: enseñanza tradicional, más bien bajo una clase magistral donde el docente reproduce el conocimiento y por tanto, el proceso se centra en él; la segunda alternativa, es innovadora, la que se identifica por un intercambio intersubjetivo, por tanto, no tiene el fin de reproducir los conocimientos por medio del docente, más bien se enfoca en la construcción del aprendizaje.

Los cuatro escenarios son:

1. Nuevas tecnologías para el enriquecimiento del modelo tradicional (internista + tradicional). No se altera la estructura ni las características de una clase tradicional, debido a que las TIC se conciben como herramientas complejas y de gran inversión económica
2. Una sala de clases interactiva (internista + innovador). En este escenario el estudiante tiene mayor autonomía en la gestión de su proceso de aprendizaje, por medio del uso de computadores enfocado hacia la construcción de aprendizajes.
3. Nuevas destrezas básicas (externalista + tradicional). Incorporación de contenidos informáticos al currículo, como lo ocurrido en el caso de Chile en 1998 producto de la Reforma Educacional, con el fin de satisfacer las demandas del mundo actual.
4. Entornos virtuales de aprendizaje (externalista + innovador). En este punto el computador no es un accesorio para el proceso de enseñanza, sino que es la herramienta

fundamental para trascender el tiempo y el espacio, y facilitar la constitución de una clase virtual

En todo el proceso de incorporación de las TIC en la escuela, ha implicado un cambio en los modos de enseñar y aprender, lo que ha desembocado según Carneiro (2009) en una triple transformación de paradigma:

1. De concepción de la educación como industria a la educación como un servicio

La escuela como institución que está orientada a la “gestión del conocimiento”, donde su principal agente es el “profesor” y los sujetos de aprendizaje son los “estudiantes”, transforma paulatinamente sus roles, en donde el docente comienza a tener un actuar más bien flexible frente al estudiante, producto del acceso a la información que permiten las nuevas tecnologías, como de los nuevos softwares educativos que no restringen su acceso a la escuela, sino que es posible acceder a ellos en casa o en cualquier otro sitio donde se pueda contar con un computador y con conexión a internet, generando así una nueva concepción de los estudiantes, donde no son considerados meros y pasivos “consumidores” de productos educativos que facilitan los docentes -los cuales bajo la visión de educación como industria son concebidos como los trabajadores del conocimiento-, sino que la implementación de TIC logra reestructurar la forma acostumbrada de trabajar en educación, enfatizando en los aspectos positivos y participativos del proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el desarrollo de las nuevas competencias que surgen a raíz de la implementación de las TIC como lo son buscar, analizar, producir y compartir información con el uso de herramientas computacionales.

La implementación de TIC en el aula permite trabajar en un espacio social colaborativo, horizontal y con múltiples fuentes de información, siendo un estilo que supone una alternativa a la jerarquización y unidireccionalidad tradicional de los entornos formativos (Díez Gutiérrez, E. J., 2012, p. 12). En este contexto, es necesario mencionar que el docente debe propiciar un uso didáctico adecuado de las nuevas tecnologías, dado que el solo hecho de tener una mayor cercanía con el conocimiento no basta para concebir la educación como un servicio de proximidad debido a que:

La construcción del sentido de pertenencia, de unos intereses comunes, el establecimiento de interrelaciones, requieren necesariamente de procesos comunicativos y dialógicos que posibiliten compartir formas de pensar, de sentir y de actuar, a fin de trasladar el protagonismo de las instituciones a los verdaderos protagonistas; es decir, a las personas que configuran el complejo entramado de esa unidad que denominamos «comunidad» (Crespo, L. V., 2010, p. 141)

Por tanto, la reestructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje se orienta en superar la fragmentación de la sociedad y de brindar una educación como servicio a la construcción de la integridad de las personas y a su vez de las comunidades, sustentar valores de la civilización, los cuales son las bases que desencadenan en la permanencia de los pueblos y culturas.

2. “Escuelas que enseñan” a “escuelas que aprenden”

La visión de escuela anterior a los cambios catapultados por la implementación de TIC en la educación, es de una institución que gestiona el conocimiento y se resiste a la reformulación en beneficio de la sociedad a la cual educa, sin embargo, el uso de TIC, promueve cambios a nivel estructural, promoviendo el aprendizaje de la escuela, la que se resume en cinco “disciplinas” el currículo del aprendizaje organizacional, según lo que indica Senge (2002):

- **Dominio personal:** Consiste en sintonización entre la visión personal acerca de los logros que se pretenden alcanzar en la vida, con una evaluación objetiva de la realidad común y cotidiana de la vida. Produciéndose una tensión innata que si es bien dirigida permite desarrollar la capacidad de realizar mejores elecciones y de priorizar lo que se desea alcanzar.
- **Visión compartida.** Esta disciplina colectiva se centra en edificar una visión compartida de objetivos y de procesos, con el fin de nutrir un compromiso movilizador de grupo o de organización al desarrollar la idea conjunta del futuro que se anhela crear e identificar cuáles son los objetivos a corto plazo que se deben considerar para alcanzar la meta.
- **Modelos mentales.** Consiste en la reflexión e investigación que se centra en procesos de “concienciación” de actitudes y percepciones, individuales y del entorno. Dicha investigación es útil para definir la realidad común de forma fácil y coherente. La investigación de modelos mentales puede ayudar a definir la realidad corriente de forma más clara y consistente. Como los modelos mentales en educación son absolutos y ocultos, una de las actividades críticas que debe realizar una escuela que aprende es tener la capacidad de discutir sobre aquellas cuestiones.
- **Aprendizaje en equipo.** Consiste en utilizar técnicas como la discusión para la transformación del pensamiento colectivo a través de la incorporación de personas en grupos pequeños, la movilización de recursos hacia metas comunes, y la sinergia y

cohesión dentro grupo, los cuales pueden desembocar en cambios significativos en la cultura escolar.

- Pensamiento sistémico. A través de esta disciplina las personas atribuyen mayor relevancia a la interdependencia y por ende, son personas más capacitadas para administrar las fuerzas modeladoras de sus actos para ser capaces de producir un cambio en las organizaciones “cristalizadas” en rutinas y prácticas habituales. Dicha disciplina se basa en el conocimiento de la complejidad y en el feedback a los comportamientos para que puedan desembocar en el crecimiento, cambio o estabilización de un sistema.

3. De “asociar” el conocimiento a “construir” el conocimiento

La teoría asociacionista de Thorndike concibe el aprendizaje como producto de la articulación de una práctica reiterada y repetitiva de operaciones, acompañado de sanciones para contrariar ligaciones incorrectas y de estímulos para promover buenas ligaciones. Sin embargo el aprendizaje según la visión de Piaget, responde a una construcción personal y social, que no se limita a tan solo actuar bajo ciertos estímulos, sino que la actividad de aprender involucra un diálogo entre razón y emoción, cerebro y corazón, los cuales están en acción para construir la representación mental que son enseñadas en las aulas; y en la actualidad bajo la implementación de TIC, las que han logrado que este aprendizaje sea permanente, siendo así una palanca principal de transformaciones en el mundo contemporáneo (Carneiro, R., Toscano, J. C., & Díaz, T. , 2009).

El sujeto que construye el conocimiento tanto personal como social, se vuelve más capacitado si existe un desarrollo de las competencias de autorregulación, como lo son las metacognitiva, lo que se traduce en que el aprendiz tiene conocimientos de los propios procesos cognitivos, de los resultados, procesos y de otros aspectos que se relacione con ellos. Conocimientos del aprendiz acerca de sus emociones (metaemocionales), acerca de sus motivaciones (metaemocionales) y acerca de la sociedad de la cual forma parte (metasociales). Por tanto, la sociedad educativa requiere de aprendices que sean conscientes de los procesos que vive para construir el conocimiento, ya que se dicha manera es un sujeto que puede gestionar autónomamente su proceso de aprendizaje y de su aporte para la construcción activa de este.

La integración de las TIC en Chile se encuentra en un escenario de “nuevas destrezas básicas”, según lo mencionado por Brunner, porque aún están externas a los procesos claves que ocurren dentro del aula. Se puede deducir que tal problema parece persistir porque aún no se ven de

forma natural en el quehacer pedagógico, sin embargo, hay intencionalidad para lograr una exitosa incorporación debido a la posibilidad que representa para los estudiantes, dado que permite la existencia de escenarios educativos que promuevan la equidad y a su vez, lograr mejorar la calidad de la educación, sin embargo, una persona para poder utilizar bien todo el potencial que puede desarrollar el uso de TIC requiere elementos de una educación básica de calidad, donde resulta deseable que sea la escuela quien tenga la misión de inculcar el gusto y el placer de aprender algo nuevo, la capacidad de aprender a aprender y la curiosidad ansiosa del intelecto. No se puede suprimir ese primer acercamiento en el aula tradicional a cada una de las materias del conocimiento, a su vez, tampoco se puede sustituir la relación entre un estudiante y un docente, dado que basándose en lo que muchos pensadores clásicos han dicho y repetido en ocasiones “es el maestro quien ha de transmitir al alumno lo que la humanidad ha aprendido sobre sí misma y sobre la naturaleza, todo lo que ha creado e inventado de esencial”

2.2.1 Aprendizaje ubicuo

En la actualidad, el aprendizaje de las personas está condicionado por la necesidad que se tenga en el momento, no solo en el contexto de aula, si no en cualquier situación que requiere de un conocimiento para poder realizar alguna actividad o bien por querer saber algo más, por ejemplo, aprender recetas de comidas o la historia de una estructura. Todo contexto, duda y conflicto corresponde a una oportunidad para aprender.

El aprendizaje ubicuo, concepto creado por Bill Coope y Mary Kalantzis, considera todas estas oportunidades de aprendizaje, y se define como la comprensión de la enseñanza como actividad, integrado al flujo de actividades humanas, es decir, que cada actividad que se realiza es una oportunidad de aprendizaje. Concepto que también se extiende al uso de la TIC, dado que cuando un aprendiz ubicuo está acondicionado con la tecnología a su disposición posibilita que la información requerida sea obtenida de forma inmediata, y adicionalmente gran parte de los medios, cuentan con la posibilidad de interactuar con otras personas eruditas en la materia o que manejan conocimientos útiles para el interesado (Zapata, 2011), es por esto que “las escuelas deben ser conectadas de manera consciente a una serie de otros entornos de aprendizaje: el aprendizaje de la escuela sale a estos otros lugares, y el aprendizaje de estos otros lugares regresa a la escuela” (Burbules, N. C, 2012, p. 4). En dicho sentido, el rol de profesor cambia y éste pasará de ser una fuente de información a un tutor a guía de las situaciones de aprendizaje.

El concepto ubicuo entonces, hace referencia a todo lugar y espacio, así como también a todo momento y tiempo, lo que significa la posibilidad de un aprendizaje continuo motivado por las necesidades reales en contextos diversos. Por tanto, se visibiliza como necesario realizar cambios en el entorno educativo para implementar el aprendizaje ubicuo.

Cambios y oportunidades que proponen (Burbules, N. C, 2012) y se enuncian a continuación:

1. Cambiar la predisposición al aprendizaje, al relacionar que todo tipo de actividades y experiencias son oportunidades para la misma, enciende la curiosidad y disposición de aprender, lo cual genera en sí mismo, una búsqueda para sostener una sociedad de conocimiento que tiene como característica asumir una responsabilidad colectiva y compartida por todos los miembros de una sociedad, contraponiendo con ello, la idea de que solo las instituciones son responsables del aprendizaje de los estudiantes.
2. El aprendizaje ubicuo posibilita un recurso para apoyar el aprendizaje situado, a medida que las personas buscan el conocimiento y las habilidades necesarias para hacer frente a situaciones reales e inmediatas a las que se enfrentan en su cotidianidad, estos aprendizajes toman más valor que los aprendizajes con la idea de “lo aprendo ahora para usarlo más adelante”.
3. Crea oportunidades para relacionar las metas de aprendizaje con contextos externos al salón de clases, de esta manera se involucran eventos cotidianos como oportunidades de aprendizajes en relación con el plan de estudios.
4. El crecimiento de las comunidades de aprendizaje colaborativo, donde la tecnología cumple un rol de comunicación entre ellos y cada integrante puede aportar sus ideas a través de videos, textos, entre otras, dejando de lado normas institucionales como el de “hacer trampa” al compartir material, dando espacio a un avance de crédito grupal más que a un crédito individual, valorando este crecimiento. Se crea una comunidad donde todos pueden ser tutores y aprendices a la vez, pues “una de las funciones de los profesores en este contexto es ayudar a fomentar y facilitar la creación de estas comunidades de aprendizaje distribuido” (Burbules N. C, 2012, p. 9) incluyendo el tener que pensar en actividades que estimulen el trabajo colectivo.
5. Romper la brecha digital, el acceso a las redes sociales implica un mejor acceso a la participación ciudadana. El conocimiento y la experiencia de cada estudiante está relacionada con los recursos fuera de la escuela y está claramente es desigual en distintos sectores, siendo el aula el único recurso común que comparten estudiantes de distintos contextos y el profesor juntos a la tecnología en el aula puede ser un factor para reconocer y responder a esas diferencias.

6. Complementar los aprendizajes formales con los aprendizajes informales y al aprendizaje situado, genera el desafío de visibilizar y crear nuevos estilos de aprendizaje que involucren todas las situaciones de aprendizaje. Con ello, romper los marcos espaciales y temporales que se han construido para distinguir dónde y cuándo deben ocurrir ciertos tipos de aprendizaje. Cada espacio en el que se desarrolla el estudiante es una oportunidad para aprender.

7. El profesor también puede considerarse un aprendiz ubicuo.

Al considerar el aprendizaje ubicuo, se abren las puertas a considerar las particularidades de los estudiantes para lograr aprendizajes y las inteligencias desarrolladas por ellos, además de abordar los principios cognitivos en favor al desarrollo óptimo de habilidades que se pueden desarrollar tanto de forma individual como colectiva.

Al utilizar las TICS se potencian las conexiones de la comunidad de aprendizaje, por lo que el estudiante no está limitado por el tiempo ni tampoco por el lugar, pues éste pasa a formar parte de una comunidad que tiene como objetivo el desarrollar habilidades en conjunto y a su paso mejorar su participación en sociedad.

Visualizar el aula como un espacio comunitario, de comunicaciones que permiten acuerdos, negociaciones, mediaciones, así como el despliegue de ayudas mutuas, potencia experiencias de aprendizajes enriquecedores entre los estudiantes. (Giné, C., Durán, D., Font, J. y Miquel, E., 2009).

Lo anterior, se puede agregar que el trabajo en comunidad y el uso de TICS en ello, favorece al proceso de inclusión de las diversas capacidades de los estudiantes debido a que a pesar de que algunos estudiantes puedan tener alguna discapacidad, el arsenal de recursos a disposición, junto con el apoyo de la comunidad de aprendizaje, genera que todos los miembros de la comunidad aporten a esta y beneficiarse de las múltiples diversidades en el aprendizaje de los estudiantes.

En resumen, al implementar TICS con un enfoque de aprendizaje ubicuo en el aula, se pueden generar distintas oportunidades de aprendizaje que no se desarrolle solamente en forma individual, si no que agrega la formación de una comunidad de aprendizaje, donde el aprendizaje se da en cualquier momento y lugar y todos los estudiantes pueden aportar en base a sus capacidades al logro de los distintos objetivos de aprendizaje y desarrollo de habilidades.

Los autores de este Seminario de Grado consideran que todo lo anterior debe ser apoyado por un currículo que permita poder trabajar en este enfoque del aprendizaje de los estudiantes, donde estudiantes con distintas capacidades puedan lograr los objetivos de aprendizaje y desarrollar sus habilidades a pesar de las limitaciones que puedan existir.

2.3 Plataformas virtuales educativas

En los puntos anteriores se detallaron las oportunidades que generan la implementación de TICS en aula y cómo se logra articular para responder a la particularidad de cada estudiante. Es en este contexto donde Chile puede ver una oportunidad, al igual que en otras partes del mundo, donde el uso de Internet se concentra en poblaciones jóvenes (Cárcamo y Nesbet, 2008) para que los establecimientos educacionales y los docentes implementen el uso de TIC como herramienta auxiliar en el desarrollo de habilidades en los estudiantes y propiciar las redes de apoyo para el desarrollo de su propio aprendizaje. En este contexto las plataformas virtuales toman un protagonismo, ya que estos presentan un espacio de aprendizaje electrónico donde se combinan distintos recursos como videos, guías, entre otros, facilitando el trabajo autónomo.

Estos tipos de Espacios virtuales se pueden clasificar en:

- E-Learning: Parte de un modelo educativo basado en el uso de dispositivos y medios electrónicos para facilitar el acceso a la información, comunicación e interacción.
- M-Learning: Similar al E-Learning, pero con la diferencia que el eje principal de las herramientas educacionales está enfocado en la utilización de softwares instalados en aparatos móviles como teléfonos celulares o tablets.
- B-Learning: Modalidad de educación que combina la educación a distancia y presencial, con la finalidad de complementar ambos espacios de aprendizaje y reparar los vicios de cada una con herramientas electrónicas y supervisión del docente en el aula.
- U-Learning: es una modalidad que trasciende a las actividades que se pueden desarrollar en el aula e incluye cualquier aparato electrónico que pueda recibir información, sin limitación de momento ni lugar.

Las plataformas más utilizadas por los docentes y los estudiantes chilenos son moodle y sitios web como EducarChile, elaborado por proyecto Enlaces, como fue descrito en un apartado anterior. Dichas plataformas están destinadas a facilitar el almacenamiento y distribución de material pedagógico para los docentes y estudiantes.

Debido al foco de interés de nuestro Seminario de Grado, el cual consiste en enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje con las herramientas y ventajas que proveen tanto las clases presenciales como las clases de un aula virtual, nuestra elección se ha centrado en la plataforma Khan Academy.

2.4 Plataforma virtual: Khan Academy

Khan Academy¹⁰ es una plataforma virtual creada en 2006 por el educador estadounidense Salman Khan¹¹, con la misión de “proporcionar una educación de nivel mundial para cualquier persona, en cualquier lugar”, la cual es facilitada por una organización de aprendizaje electrónico online y no requiere de la cancelación de una suscripción porque no persigue fines lucrativos. KA cuenta con más de 4.300 vídeos para escolares de enseñanza primaria y secundaria sobre matemáticas -área más desarrollada debido a que es la primera en ser creada-, biología, química, física, computación e incluso de humanidades. Ha sido traducido a más de 36 idiomas, además de las versiones en español, francés y portugués brasileño.

Producto de que es un sitio educativo sin fines de lucro, se ha transformado en una herramienta de interés para distintas entidades, además de educadores de distintos países alrededor del mundo, tanto de países desarrollados como en vías de desarrollo, no obstante, la escasa investigación que existe entorno a KA es realizada por países desarrollados (Rodríguez, J., Light, D., & Pierson, E., 2014)

La organización de KA es desarrollada bajo puntos complementarios como lo son: los ejercicios de práctica, videos instructivos y un panel de aprendizaje personalizado que permite a los alumnos aprender a su propio ritmo. Junto con eso, posee herramientas para que tanto padres y docentes estén al tanto del trabajo de los estudiantes, informando acerca de las habilidades que están en proceso o desarrolladas y el tiempo que dedican a KA. También permite a los docentes gestionar las habilidades a desarrollar por el estudiante. Elección que tiene por criterio la información recibida del estado de avance personalizado y de forma paralela, los contenidos que son de interés según el currículum educativo de los distintos países. A continuación, se presenta una breve explicación de las funcionalidades de cada perfil:

¹⁰ En adelante, para hacer referencia a Khan Academy se hará uso de las siglas KA

¹¹ Estadounidense con ascendencia india y bangladesí. Profesor, informático, ingeniero eléctrico y matemático, licenciado del Instituto Tecnológico de Massachusetts.

Figura 2.1: Inicio Khan Academy



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org>

2.4.1 Perfiles de la plataforma

I. Perfil tutor

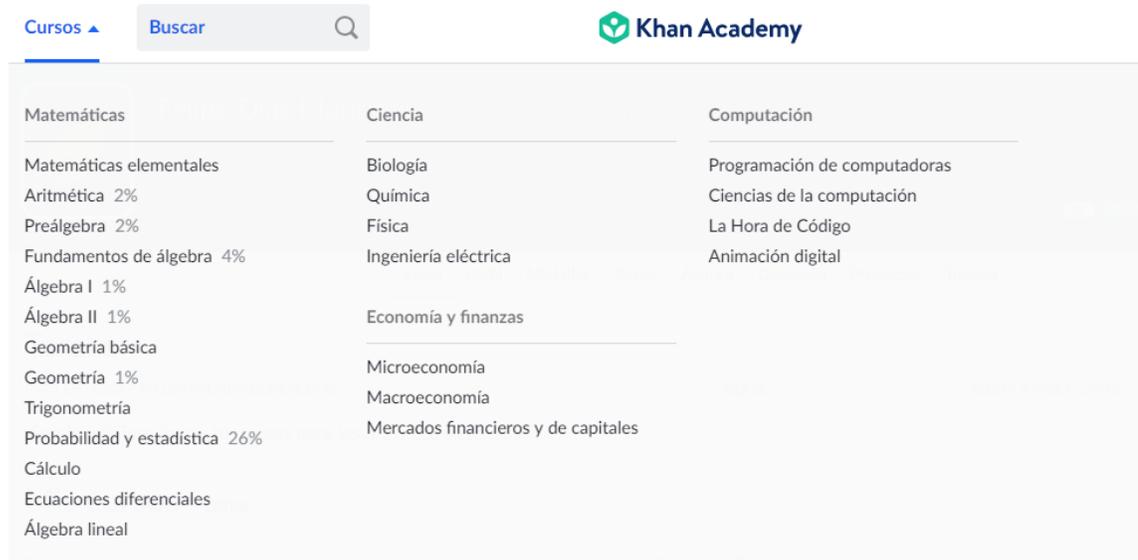
En este perfil el tutor puede crear una clase con un nombre en particular, asignar tareas de un tema o más, y agregar a distintos estudiantes a su clase mediante el uso de un código que estos deben colocar en un apartado al momento de ingresar a su perfil.

Dentro de las herramientas con las que cuenta el tutor, están la administración de los estudiantes, progreso del estudiante a través de un análisis estadístico del número total de habilidades desarrolladas resumido en el porcentaje dominado de la misión. También cuenta con el detalle del progreso de las habilidades en los distintos temas que se asignan, espacio en que el tutor puede recomendar a aquellos estudiantes que se encuentren en un nivel menor del desarrollo de una habilidad a continuar practicando, bajo ciertas configuraciones, tanto de la cantidad de ejercicios consecutivos que deben responder de manera correcta para aumentar el nivel de desarrollo, como del tiempo que se les asigna para desarrollar la actividad recomendada.

II. Perfil estudiantes

En este perfil los estudiantes podrán acceder a todos los recursos digitales que presenta el espacio virtual, tales como guías, vídeos instructivos y ejercicios de práctica. Cuando el estudiante ingresa a la página de KA puede registrar a su(s) tutor/es y realizar las tareas que asigne el tutor, o también puede realizar un trabajo autónomo a través de la selección del tema que desea ejercitar, tal como: Matemática, Economía y finanzas, Ciencia y Computación. Posterior a la elección del tema a trabajar, como se muestra en la Figura 2.3, el estudiante gestionará su proceso de aprendizaje por medio de la estadística que entrega KA en relación a su desempeño en la plataforma.

Figura 2.2: Asignaturas y Temas en Khan Academy



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org>

Figura 2.3: Unidad de Geometría de preparatoria



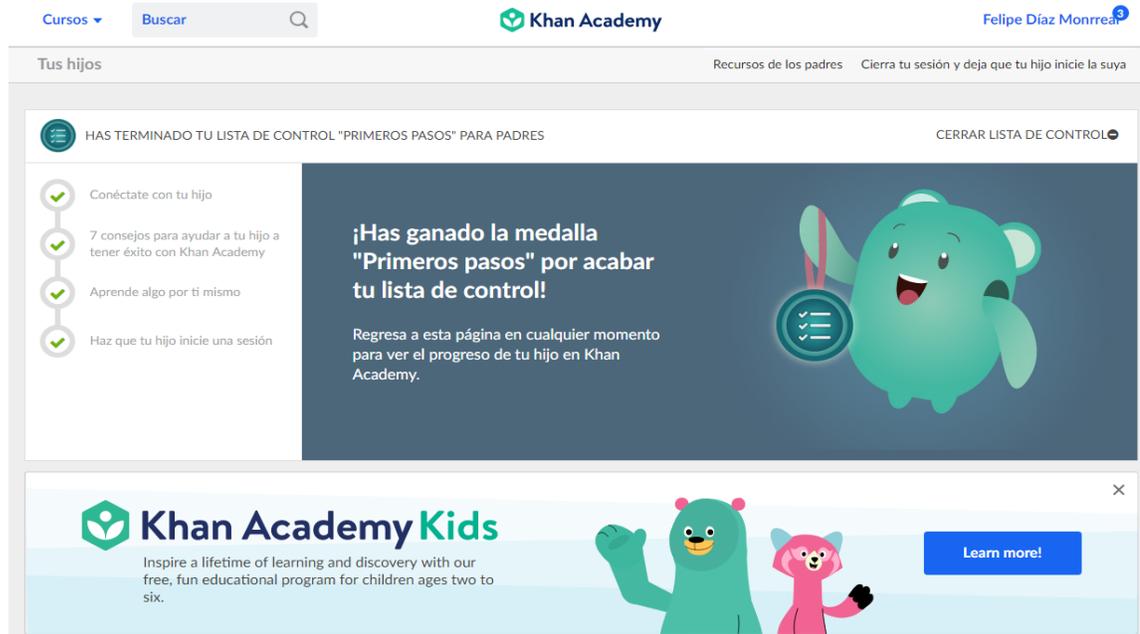
Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/geometry>

III. Perfil padres

En este perfil se permite a los padres registrar a su hijo en KA (Figura 2.4) o continuar con la supervisión del porcentaje de avance de los temas en la cuenta ya creada, en qué nivel está el

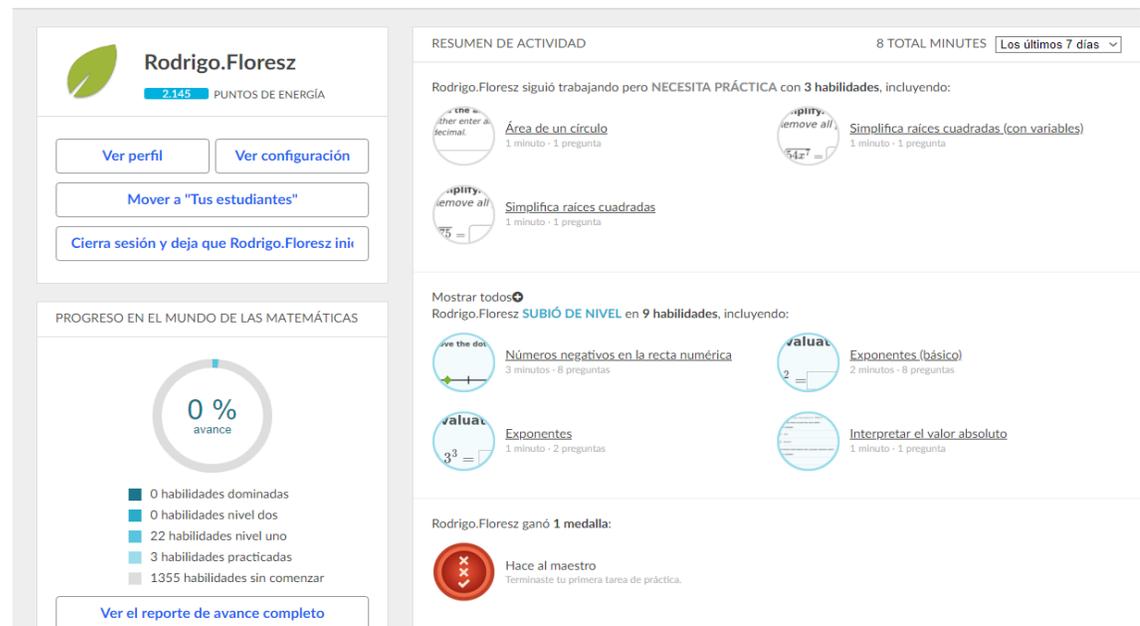
desarrollo de las habilidades y el tiempo empleado, además de tener acceso a las actividades que desarrolla su hijo o hija, y las medallas que obtienen por su estado de avance, como se observa en la Figura 2.5

Figura 2.4: Inicio del perfil de padres



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/parent>

Figura 2.5: Resumen y progreso de avance de hijo



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de https://es.khanacademy.org/parent/child/kaid_564348879512041409487347/

2.4.2 Uso de KA en la educación

KA ha comenzado a tomar terreno en las implementaciones de clases en Chile, sobre todo como una herramienta complementaria a los trabajos realizados por los estudiantes en el aula. Aunque la incorporación de TIC en el aula no es muy bien recibida en algunos casos, KA ha resultado ser un avance en este aspecto, debido a que la plataforma ha logrado generar cambios en las creencias de los docentes respecto a la incorporación de tecnología en su metodología de enseñanza. Esto es porque se ha confirmado de manera empírica que la utilización de la plataforma no está orientada a una sola metodología de enseñanza y puede ser moldeada según la necesidad del docente al querer desarrollar habilidades o complementar las actividades planificadas en su asignatura y sin alterar su manera de guiar la clase (Rodríguez et al., 2014).

De forma paralela, los estudiantes cambian su percepción hacia las matemáticas al utilizar esta plataforma, siendo estas más alcanzables para ellos. Uno de los puntos importantes es la autorregulación de los estudiantes, esto es debido a que reconocen de forma personal que KA les entrega herramientas para poder desarrollar sus conocimientos al ritmo que ellos estimen conveniente según su capacidades, es decir, no existe un orden específico para desarrollar las actividades de la plataforma, por lo cual pueden ir desarrollando en primera instancia las actividades más accesibles, y luego ir progresando hacia las actividades de mayor dificultad, hecho que les genera motivación para completar las actividades propuestas para la clase, además de llevar un registro de los logros alcanzados durante la actividad.

Se realizó un estudio en México para conocer el uso de KA en la unidad de Ecuaciones diferenciales, donde se utilizaron dos grupos de prueba, elaborados únicamente con estudiantes voluntarios. Un primer grupo estaba compuesto por 21 estudiantes de altas calificaciones y un segundo grupo conformado por 22 estudiantes de bajas calificaciones. En esta situación, los estudiantes tenían como opción utilizar la herramienta KA como complemento de estudio, del total de estudiantes solo lo utilizaron 17 en el grupo 1 y 20 en el grupo 2. Los datos obtenidos arrojaron que los integrantes del segundo grupo utilizaban un promedio de 143 minutos la plataforma, mientras que el grupo 1 lo utilizaba 80 min en promedio. Con esto podemos deducir que el grupo 2 se vio más influenciado por KA que el grupo 1, teniendo así, un índice mayor de participación. De lo anterior se puede inferir que el grupo 2 contaba con más debilidades en matemáticas, por lo que se les hace necesario buscar otras herramientas -fuera de lo tradicional específicamente- para tener un desarrollo mayor de habilidades y conocimientos. Esto deja en evidencia que KA al ser utilizada como herramienta complementaria, motiva a los estudiantes con más dificultades en el aprendizaje de la asignatura, utilizar esta plataforma como medio de apoyo e incluso reconocen su usabilidad afirmando que las materias, en su gran mayoría, eran fácil de entender con los

recursos de plataforma y no existían grandes dificultades en la manipulación de esta. (Rodríguez et al., 2014). Aun así, existen críticas que plantean carencias de la plataforma, los videos demasiados largos, que resultan en ocasiones tediosos para el alumno y poco interactivos (más tradicionales) y la limitante de que a pesar de la gran riqueza de videos sobre diversos temas acordes a la clase, faltan por desarrollar algunos temas e incorporar más ejercicios de mayor complejidad y de aplicaciones en problemas reales. (Rodríguez, R., 2016)

2.4.3 Implementación KA en Chile

Debido a la accesibilidad que tiene el espacio virtual KA, nuestro país no ha quedado ajeno al interés por las herramientas que facilita, la efectividad y el alcance que ha tenido en estudiantes alrededor del mundo. Es por eso que se ha comenzado con su incorporación a las ya actuales prácticas docentes, puesto que se articula, reemplaza o combina con herramientas y estrategias ya utilizadas, a su vez, resulta ser un recurso de calidad el cual es un aspecto primordial en escuelas de países en vías de desarrollo.

Para provocar una incorporación eficiente de este nuevo espacio en el proceso de enseñanza-aprendizaje, resulta necesario capacitar a los docentes para que aprendan a utilizar los recursos que ofrece KA; a ser capaces de integrar curricularmente KA en el diseño y elaboración de actividades dentro del aula; a poder emplear diversas estrategias para implementar el recurso en su quehacer pedagógico; y a analizar y utilizar la información acerca del estado de avance de los estudiantes que es proporcionada por la plataforma para tomar decisiones didácticas. El resultado de una implementación satisfactoria en las aulas chilenas quedó de manifiesto en el estudio de Khan Academy en Aulas Chilenas de Rodríguez et al. (2014), donde se logró expandir los espacios de aprendizaje, impactando así en el grado que los estudiantes se relacionaron con el contenido de matemática, y en la interacción de los estudiantes con los docentes. Estas consecuencias son producto de utilizar KA como: complemento de la clase, laboratorio de aprendizaje y como la herramienta para invertir la clase, dado que los estudiantes acuden al profesor, más bien bajo una imagen de tutor, debido a que son ellos quienes sienten que “hacen matemática”, a través de la toma de decisiones acerca de la ruta de aprendizaje, concibiendo de una manera distinta el proceso de enseñanza- aprendizaje (Barroso, J., & Llorente, M. C., 2006). Otro aspecto que se ha visto favorecido y ha sido destacado por los docentes, es el socio-constructivismo que se apropia paulatinamente de las interacciones en el aula, dado que los estudiantes recurren a otro compañero con el fin de buscar soluciones a los problemas mediante la explicación del desarrollo del ejercicio.

Las experiencias anteriores también fueron registradas por la Universidad Católica de Valparaíso y Costadigital (centro de la PUCV) en el Colegio Técnico Profesional Aprender (Ex- Polivalente),

ubicado en la comuna de La Pintana, Región Metropolitana; donde tanto estudiantes como profesores se han manifestado a favor de la incipiente implementación de KA, ya que como afirma el profesor de matemática del colegio “Todo lo que sea en pro del desarrollo de los chiquillos¹², sobre todo en lugares de menor capital cultural, más aún de la asignatura, es bien acogido por el colegio”. Por otra parte, el Colegio Padre Antonio Zanandrea, ubicado en Rodelillo, Región de Valparaíso, también ha tenido una postura favorable frente a la implementación, dado que ha generado una mayor motivación en el estudio de matemática porque KA cuenta con herramientas que trascienden al tiempo y espacio, las cuales permiten a los estudiantes ejercitar los contenidos vistos en clases sin limitaciones, siendo capaz de no generar deficiencias en lo teórico, ya que cuenta con vídeos explicativos que logran potenciar los contenidos de la clase, incluso, en ocasiones, logra aclarar las dudas que se han generado en el aula.

2.5 La enseñanza de la trigonometría

A raíz del conocimiento general de las herramientas y perfiles a los cuales permite acceder Khan Academy, en el siguiente apartado se señala cómo se abarca la trigonometría en el currículum nacional, con el fin de articular los recursos a disposición de la plataforma con el contenido en el cual nos centramos. Finalmente se presentan investigaciones sobre cómo ha sido abordada la enseñanza de trigonometría en el aula con uso de TIC.

2.5.1 Contenidos de trigonometría según currículum nacional

En el actual currículum nacional, el contenido de trigonometría está situado por primera vez en el eje Geometría de la asignatura de matemática de segundo medio. El cual enfoca el uso de las TIC como una herramienta útil en el aprendizaje de matemática -según lo mencionado en el programa de estudio de dicha asignatura-, a través de la ejecución de procedimientos rutinarios de forma eficiente, liberando tiempo para razonar, además de elaborar modelos, entre otras cosas, con tal de resolver problemas de mayor complejidad que anteriormente eran inaccesibles para ellos. A su vez, en dicho eje se propone que los estudiantes comprendan las representaciones de coordenadas en el plano cartesiano, utilizando destrezas de visualización espacial, mediante el uso de distintos instrumentos, y recomendando el uso de construcciones manuales y tecnológicas.

El propósito del contenido de trigonometría está desarrollado para que los estudiantes utilicen las razones trigonométricas para manipular datos en la medida de los lados de un triángulo

¹² El docente hace referencia a sus estudiantes.

rectángulo, o el ángulo involucrado de resolución de problemas, así como también para operar vectores mediante la composición y descomposición de estos, además de determinar la proyección de un vector sobre otro en el plano cartesiano, estableciendo dicha proyección con la correspondiente razón trigonométrica. En este último caso, se espera que el estudiante, reconozca de forma intuitiva la razón trigonométrica involucrada.

Los objetivos de aprendizaje e indicadores de logro se muestran en la Tabla 2.2:

Tabla 2.2: Objetivo de Aprendizaje e Indicadores de logro de contenido de trigonometría

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de logro
<p>OA 8</p> <p>Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos. ● Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software educativo</i> ● Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados. ● Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Dibujan triángulos rectángulos semejantes y los superponen en uno de sus ángulos para relacionar el ángulo con la proporción del cateto opuesto y la hipotenusa (respectivamente, el cateto adyacente y la hipotenusa). ● Descubren que esta relación se mantiene para varios triángulos semejantes, y que el ángulo se mantiene. ● Explican las razones trigonométricas por medio de dibujos. ● Resuelven triángulos en ejercicios rutinarios; es decir, determinan todos sus ángulos y la medida de todos sus lados. ● Resuelven problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas.
<p>OA 9</p> <p>Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de vectores.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Representan vectores, utilizando seno y coseno. ● Utilizan las razones trigonométricas para componer (descomponer) vectores. ● Determinan las proyecciones perpendiculares de vectores, utilizando las razones trigonométricas. ● Resuelven problemas de la vida cotidiana y de otras ciencias, que están relacionados con vectores y con las razones trigonométricas.

Fuente: Elaboración propia con base en información oficial (Mineduc, 2016)

Considerando lo propuesto y lo sugerido por el currículum nacional en torno a la enseñanza de la trigonometría, en el siguiente punto se señalan las dificultades en relación en la enseñanza de dicho tema.

2.5.2 Dificultades en la enseñanza de la trigonometría

La trigonometría al igual que otros contenidos enseñados en la asignatura de matemática, implican un grado de abstracción que complejiza la comprensión de los estudiantes. Por tanto, las sugerencias realizadas por el actual currículum toman sentido al considerar que la trigonometría, especialmente la geometría requiere el uso de la visualización, ya sea en 2D o 3D, razonamiento espacial y el modelamiento geométrico para poder dar solución a los problemas planteados (Gil-Ariza, A., 2013).

Por consecuencia de lo anterior, Richard Skemp (1976) señala que el docente puede optar a dos opciones. Una de ellas corresponde a acudir a las matemáticas relacionales, es donde el estudiante sabe qué método utilizar y por qué, generando así un “aprendizaje relacional” el que conlleva al aprendizaje significativo; mientras que la otra opción corresponde a acudir a las matemáticas instrumentales, en la que el estudiante no requiere de tantos conocimientos, ya que el uso de herramientas logran dar una respuesta rápida y fiable, automatizando ciertos procesos, sin embargo, resulta ineficaz cuando cambia algún aspecto esencial del problema (citado por Gil-Ariza, A., 2013).

Por tanto, el docente, debe realizar una reflexión en torno a qué recurso y/o metodología utilizar, la cual se ve condicionada por las dificultades que presenten los estudiantes, como la carencia de conocimientos básicos acerca de trigonometría, la diversidad en torno a las formas de aprendizaje, las complicaciones en torno a la visualización espacial, y un punto no menos importante, de los recursos con los que cuenta el docente en realidad. Además de las influencias anteriormente esbozadas, la enseñanza de la geometría conlleva la dificultad de encontrar problemas que representen un desafío para los estudiantes, por ejemplo, al pensar en contenidos como álgebra o funciones, resulta simple encontrar actividades, situaciones y/o problemas, no así en geometría.

Debido a todas las complicaciones mencionadas, según lo mencionado por Itzcovich (2005), suele ser la tónica destinar un tiempo inferior al contenido de trigonometría, o más bien, geometría, dado que el docente se enfrenta a mayor cantidad de desafíos al enseñar, por consecuencia, los contenidos de geometría se presentan a los estudiantes como el producto acabado de la actividad matemática, dejando en segundo plano los procesos implícitos de la construcción y de razonamiento en este conocimiento. Por tanto, según lo mencionado por Godino (2003) si consideramos a la trigonometría con rasgos comunes a la matemática, esta requiere de una formalización y abstracción, es decir es necesario que los estudiantes realicen alguna actividad concreta sobre los objetos para poder desarrollar un pensamiento matemático empírico-inductivo, el cual podría ayudar a un aprendizaje significativo del contenido.

Anteriormente se ha hecho mención acerca de la importancia de la construcción o de la realización de una actividad concreta la cual desemboque finalmente en la formalización y abstracción. Dicha actividad o problema geométrico conlleva tres clases de procesos cognitivos según menciona Torregrosa y Callejo (2011, p.45).

1. Proceso de Visualización, consiste en ser capaz de representar espacialmente a través de un proceso mental individualizado, influyendo de forma positiva en la representación de resultados y un mejor análisis de aquello para poder determinar datos.
2. Proceso de Construcción, consiste en la creación mental de un modelo que está sujeto a manipulación, y sobre el cual se obtendrán resultados y sobre los que se ha realizado alguna acción.
3. Proceso de Razonamiento, consiste en el desarrollo de la capacidad mental para poder explicar y demostrar el conocimiento propio a los demás.

Por tanto, lo que se debe considerar como recurso didáctico no es el material concreto o visual, sino la situación didáctica integral, que atiende tanto a la práctica como al discurso, de la que emergen las técnicas y estructuras conceptuales matemáticas (Godino et al., 2003, p.140)

Finalmente, podemos afirmar que un material de por sí, no constituye ni resulta algo absoluto para que se pueda realizar la actividad matemática, dado que se requiere destinar una tarea que resulte problemática, cuya solución son los conocimientos matemáticos que se pretenden. Así también para los manipulativos y aparatos físicos, es relevante destacar que son un medio y no el fin de la matemática, por consecuencia, no debe comprometer toda la atención de los estudiantes porque puede conducir al desplazamiento de la reflexión matemática a pesar de ser una herramienta útil para aquellos estudiantes con pocas destrezas simbólicas y numéricas.

2.5.3 Estudios realizados sobre la enseñanza de la trigonometría con uso de TIC

A continuación, se hace mención de algunas investigaciones que se han centrado en el impacto que tienen las TIC tanto en el aprendizaje como en la motivación que desarrollan los estudiantes por algún contenido matemático.

Uno de ellos corresponde a una experiencia realizada por Pichardo y Puente (2012) en torno a la asignatura de matemática a estudiantes de enseñanza básica, que está orientada en presentar

una serie de actividades que se articulan para motivar la participación y el aprendizaje activo de los estudiantes, además de desarrollar las competencias matemáticas sugeridas en el proyecto PISA. Dentro de los objetivos establecidos al momento de desarrollar la propuesta se consideró: realizar diversas actividades utilizando las TIC y facilitar el intercambio de información entre profesores y alumnos. Objetivos que son importantes para nuestro Seminario de Grado, dado que se pretende gestionar aprendizajes por medio de las herramientas brindadas por las TIC.

Para la preparación de las actividades fueron seleccionadas herramientas que permitieran desarrollar dos habilidades en las cuales agrupan las competencias matemáticas:

1. Habilidades para resolver cuestiones en matemática y por medio de esta.
 - a. Pensar matemáticamente.
 - b. Plantear y resolver problemas matemáticos.
 - c. Modelar matemáticamente.
 - d. Argumentar matemáticamente.

2. Habilidades para usar el lenguaje y herramientas matemáticas.
 - a. Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos).
 - b. Utilizar los símbolos matemáticos.
 - c. Comunicarse con la Matemática y comunicar sobre Matemática.
 - d. Utilizar ayudas y herramientas.

Considerando el escenario anteriormente descrito y los objetivos que fueron planteados por los investigadores, se llegó a resultados como que el porcentaje de aprobación aumentó, lo cual se traduce en el 91% de los estudiantes seleccionados, del cual el 46% aprobó con altas calificaciones. El porcentaje de estudiantes reprobados se tradujo en un 8%, siendo el 6% del total de estudiantes que cursó la asignatura. Por otro lado, un resultado interesante, es que el 95% de los estudiantes se manifestaba interesado en continuar el uso de herramientas TIC en sus clases de matemática y el 5% restante concibe el uso de TIC como algo complicado.

A su vez, otros aspectos importantes corresponden a que el trabajo que los estudiantes son capaces de lograr con el uso de herramientas TIC “permite obtener las competencias necesarias para resolver situaciones matemáticas, reorganizar su forma de pensar y desarrollar tanto sus habilidades para resolver situaciones, usar el lenguaje y herramientas matemáticas” (Pichardo, I. M. C., & Puente, Á. P. ,2012, p.141)

En 2005, Farah (2005) realizó una observación de un curso de segundo medio en un establecimiento que participaba en la implementación del proyecto Fondef “Aprender matemática creando soluciones”. En dicho curso se implementó la estrategia de resolución de problemas bajo

el uso de TIC, en el cual los profesores valoraron el uso TIC, como apoyo al trabajo del logro de aprendizajes, habilidades y/o competencias a desarrollar en los estudiantes.

Por tanto, el contacto más directo con el aprender matemática, les permite mejor comprensión y el desarrollo de un aprendizaje significativo, sin embargo, las TIC no son la solución frente a los conflictos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, aunque sí genera la apertura del espacio para que el estudiante pueda manipular la forma directa las relaciones y objetos matemáticos. El uso de TIC en el aula trae consigo otra limitación que está relacionada con el equipamiento del cual consta la institución y la constante capacitación de su cuerpo docente para un mejor desempeño en estos aspectos, ya que en este mundo que se está digitalizando de forma constante, el Informe Perspectivas Económicas de América Latina 2017 de la OCDE, CAF Y CEPAL menciona que es relevante que la educación de los jóvenes esté acompañada del desarrollo de habilidades específicas para abordar un mercado laboral que destaca las técnicas para un mundo más digital.

Capítulo 3: Marco metodológico

Considerando los desafíos que presenta la enseñanza de la trigonometría y cómo es posible plantear dicho contenido con el uso de TIC, según las experiencias descritas en el capítulo anterior, se hace imperativo el uso de los nuevos recursos disponibles para entregar herramientas al proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo cual, se comienza describiendo los aspectos que se incorporan del marco teórico en la propuesta didáctica que articulan la plataforma educativa Khan Academy y el contenido de trigonometría de segundo medio según el currículum nacional. Posterior a la mención de los puntos, se procede a describir en términos generales la estructura de las clases a desarrollar, para luego describir cada una de ellas mencionando las cualidades del material pedagógico elaborado y su relación con el trabajo asignado en Khan Academy. Finalmente, se puntualiza el proceso de validación al cual se somete la propuesta didáctica.

Los aspectos del marco teórico que se han implementado en la metodología de nuestro Seminario de Grado son:

- Una sala de clases interactiva (internista + innovador): Según los escenarios acerca de cómo insertar las TIC en educación propuesto por Brunner (2003), es en este donde el estudiante tiene mayor autonomía en la gestión de su proceso de aprendizaje, por medio del uso de computadores enfocado hacia la construcción de aprendizajes, donde la escuela actúa según el contexto particular en que ellos como institución se desenvuelven y a partir de ahí buscan las tecnologías que precisan y logran entrar armonía con el contexto.
- Espacio virtual B-learning: Es una modalidad de educación que combina la educación a distancia y presencial, con la finalidad de complementar ambos espacios de aprendizaje y reparar los vicios de cada una con herramientas electrónicas y supervisión del docente en el aula.

Debido a las cualidades de las clases presenciales, la elaboración del material a utilizar en el desarrollo de cada una de ellas tiene como principal característica fomentar el análisis del contenido y formalizar los conocimientos por medio del desarrollo de actividades a nivel grupal e individual (según lo que se especifica en cada pregunta). Mientras que las clases a distancia, por medio del uso de Khan Academy, se traduce en asignar a los estudiantes los distintos recursos que provee la plataforma para repasar (por medio de videos y de artículos de repaso) y ejercitar los contenidos desarrollados por medio de la práctica y cuestionario.

- Plataforma virtual Khan Academy: Es una plataforma virtual gratuita con la misión de “proporcionar una educación de nivel mundial para cualquier persona, en cualquier lugar”, la cual es facilitada por una organización de aprendizaje electrónico online. Dicha organización es bajo puntos complementarios como lo son: los ejercicios de práctica, videos instructivos y un panel de aprendizaje personalizado para docentes, estudiantes y padres, con el fin de atender a cada uno de los requerimientos. Permitiendo así, ser una herramienta que es capaz de articularse con las clases presenciales y las necesidades particulares que demanda cada estudiante.

El uso de la plataforma virtual, es gestionado por el docente, el cual asigna a los estudiantes los recursos que son coherentes con el contenido visto en clases, ya sea con el fin de ejercitar, profundizar y/o brindando un espacio adicional para comprender y estudiar aquello que lo requiera, por tanto, existen actividades que son de carácter obligatorio para todos los estudiantes, las cuales se caracterizan por corresponder a lo mínimo esperado según los indicadores de logro que considera el desarrollo del objetivo de aprendizaje de la unidad, mientras que, en el caso de estudiantes que se vean disminuidos en algún indicador, se asignan actividades complementarias. Por eso, el rol del docente debe ser activo a través de la plataforma, debido al constante levantamiento de información acerca del desempeño de los estudiantes, para así asignar de manera asertiva las actividades complementarias disponibles en la plataforma que permitan al estudiante trabajar y reforzar los contenidos y/o habilidades en donde presente dificultad.

En síntesis, las clases se enmarcan en un escenario donde el proceso de aprendizaje se desarrolla tanto dentro como fuera de la sala de clases, que se ve potenciada por el uso de la plataforma virtual como principal herramienta pedagógica.

3.1 Propuesta general de la unidad a desarrollar

Para asignar las tareas en Khan Academy y planificar las clases presenciales a través del diseño de guías, se considera un mapa con los contenidos previos que los estudiantes han adquirido antes de cursar matemática en segundo medio, dicho mapa se elabora a partir de los Objetivos de Aprendizaje (OA) de cursos anteriores.

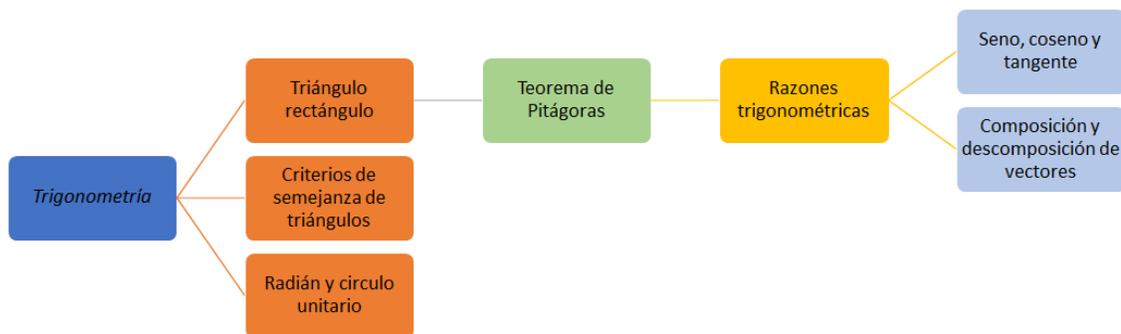
Figura 3.1: Mapa de contenidos previos a trigonometría



Fuente: Elaboración propia

A partir del mapa de contenidos que han sido abordados en años anteriores, se ha articulado con los OA 8 y OA 9 establecidos en la unidad de trigonometría de segundo medio por las Bases Curriculares. Tales objetivos apuntan a que el estudiante pueda formar las razones trigonométricas, a partir de la relación entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo. En la Figura 3.2 se muestra el mapa de contenido de la unidad de trigonometría.

Figura 3.2: Mapa de contenido de la unidad de trigonometría



Fuente: Elaboración propia

Según lo que se señala en la Figura 3.3, la primera clase se realiza informando a los estudiantes que la dinámica de la secuencia didáctica está compuesta por clases presenciales y clases por medio de una plataforma virtual. Junto con eso, las clases 1, 2 y 4 tienen como objetivo reforzar contenidos de años anteriores, y la clase 3, corresponde a la primera que los estudiantes realizan

en la sala de computación y se enfoca en ejercitar los contenidos de repaso, por tanto, es la instancia que da luces sobre la relación de los estudiantes con la tecnología y los conocimientos previos para la unidad. Luego, durante las siguientes clases se trabaja el contenido propio de la unidad donde consideramos dos evaluaciones sumativas.

A continuación, se encuentra el mapa de diseño de la unidad donde se observa el material asignado en cada una de ellas.

Figura 3.3: Mapa de diseño de la unidad

CLASE 1	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 1: “Teorema de Pitágoras”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Teorema de Pitágoras P.1: Utiliza el teorema de Pitágoras para obtener las longitudes de un triángulo rectángulo. ○ Teorema de Pitágoras P.2: Longitudes de un lado de un triángulo rectángulo.
CLASE 2	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 2: “Razones y proporciones”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Razones y proporciones P.1: Escribir proporciones. ○ Razones y proporciones P.2: Resolver proporciones.
CLASE 3	<ul style="list-style-type: none"> • Laboratorio de KA según: <ul style="list-style-type: none"> ○ CONTENIDOS DE CLASE 1 Y 2. ○ Indicadores de logro no alcanzados, donde el docente asigna ejercicios complementarios.
CLASE 4	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 4: “Criterios de semejanza de triángulos”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Introducción a la semejanza en triángulos P.1: Determina semejanza de triángulos: AA. ○ Introducción a la semejanza en triángulos P.2: Determina semejanza de triángulos: LLL.
CLASE 5	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 5: “Desarrollo histórico de la Trigonometría”. • No se asigna trabajo en KA.
CLASE 6	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 6: “Razones trigonométricas”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Introducción a las razones trigonométricas P.1: Razones trigonométricas en triángulos rectángulos. ○ Resolver un lado en un triángulo rectángulo mediante razones trigonométricas P.2: Resuelve un lado en un triángulo rectángulo. ○ Resolver un ángulo en un triángulo rectángulo mediante razones trigonométricas P.3: Resuelve un ángulo en triángulos rectángulos.
CLASE 7	<ul style="list-style-type: none"> • Laboratorio de KA según: <ul style="list-style-type: none"> ○ CONTENIDOS DE CLASE 4 Y 6. ○ Indicadores de logro no alcanzados, donde el docente asigna ejercicios complementarios.

CLASE 8	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 8: “Aplicación de razones trigonométricas”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Modelar con triángulos rectángulos P.1: Problemas verbales de triángulos rectángulos.
CLASE 9	<ul style="list-style-type: none"> • Olimpiadas Trigonómicas 1.
CLASE 10	<ul style="list-style-type: none"> • Laboratorio de KA según: <ul style="list-style-type: none"> ○ Indicadores de logro no alcanzados, donde el docente asigna ejercicios complementarios. ○ Desafío de nivel.
CLASE 11	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de guías y actividades de KA pendientes. • Evaluación de portafolio de evidencia de KA.
CLASE 12	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 12: “Radianes y círculo unitario”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Introducción a los radianes P.1: Radianes y grados.
CLASE 13	<ul style="list-style-type: none"> • Laboratorio de KA según: <ul style="list-style-type: none"> ○ CONTENIDOS DE CLASE 12. ○ Indicadores de logro no alcanzados, donde el docente asigna ejercicios complementarios.
CLASE 14	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 14: “Representación de vectores”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Conceptos básicos de los vectores P.1: Vectores equivalentes. ○ Conceptos básicos de los vectores P.2: Componentes de vectores. ○ Magnitud de los vectores P.3: Magnitud de los vectores.
CLASE 15	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de actividad clase 15: “Descomposición y composición de vectores”. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Forma de componentes de vectores P.1: Componentes de un vector a partir de su magnitud y dirección.
CLASE 16	<ul style="list-style-type: none"> • Olimpiadas Trigonómicas 2. • Trabajo KA asignado: <ul style="list-style-type: none"> ○ Aplicación de vectores P.1: Problemas verbales de vectores.
CLASE 17	<ul style="list-style-type: none"> • Laboratorio de KA según: <ul style="list-style-type: none"> ○ CONTENIDOS DE CLASE 14, 15 y 16. ○ Indicadores de logro no alcanzados, donde el docente asigna ejercicios complementarios. ○ Desafío de dominio.
CLASE 18	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de guías y actividades de KA pendientes. • Evaluación de portafolio de evidencia de KA.

Fuente: Elaboración propia

3.2 Estructura general de las clases a desarrollar

La propuesta didáctica se presenta en una secuencia de dieciocho clases, en la que cada clase tiene una duración de dos horas pedagógicas (90 minutos en total). Dicho tiempo es condicionado por el estimado que sugiere el programa de estudio respectivo, en el que se menciona 69 horas pedagógicas para abordar los objetivos de aprendizaje para la unidad 3, es decir, OA 6, OA 8 y OA 9. Sin embargo, en este Seminario de Grado se abordan OA 8 y OA 9, los cuales se proponen ser abordados en un tiempo estimado de 36 horas pedagógicas. La dinámica establecida de las clases a desarrollar contempla el trabajo individual y cooperativo entre los estudiantes a través de grupos de trabajo. Las clases son enfocadas a la comprensión del contenido por medio de guías, de las cuales se dispone de forma impresa a cada uno de los estudiantes, debido a que se consideran para la evaluación sumativa de los objetivos de aprendizaje de la unidad. La planificación de los contenidos en el aula se articula con el trabajo de Khan Academy, el cual se ha intencionado para que los estudiantes de forma individual -bajo la supervisión del docente a través de la plataforma- puedan aplicar lo estudiado en el aula. Es un requisito que los estudiantes puedan acceder a la plataforma virtual a través de un computador, dado que la aplicación del celular cuenta con limitaciones en el acceso, lo cual ralentiza el proceso.

Considerando lo descrito anteriormente, se describe la estructura general que deben tener las dieciocho clases de la secuencia, las cuales difieren en ciertos aspectos que son detallados en las indicaciones al docente. Cada clase de la secuencia se divide en tres etapas:

- Inicio (10 a 15 minutos): En esta etapa el docente entrega a los estudiantes una guía de actividades de carácter grupal e individual según se indique en cada pregunta o enunciado. La guía debe ser leída en conjunto por el docente y los estudiantes, con la finalidad de que exista claridad en las actividades a desarrollar. Es importante destacar que existe una diferencia entre la primera clase y las siguientes, ya que en la primera se debe informar a los estudiantes sobre el trabajo que van a desarrollar durante la secuencia didáctica. En esta oportunidad se espera que el docente explique que las actividades de las clases presenciales se van a articular con el trabajo en la plataforma virtual, además, que se han establecido dos evaluaciones de carácter sumativa: portafolio de evidencia y desarrollo de las actividades asignadas en Khan Academy. Por tanto, es importante enfatizar en aptitudes como la responsabilidad, gestión de tiempo en actividades grupales e individuales, constancia, entre otros. Por otra parte, en la primera clase desarrollada en la sala de computación, cada estudiante debe crear un perfil en la plataforma y el docente debe compartir el código con ellos para acceder a las actividades asignadas, a su vez, el docente debe puntualizar que el trabajo es individual, en silencio

y del tiempo que cuentan para trabajar en la plataforma, además de que deben cuidar los equipos.

- Desarrollo (60 minutos o más dependiendo de la clase): Esta parte corresponde al trabajo que realizan los estudiantes según lo establecido en la guía de actividades. Por tanto, el docente conforma los grupos de trabajo o permite que los estudiantes se organicen rápidamente, los grupos compuestos deben ser enumerados y cada integrante debe registrar en su guía al grupo al cual pertenece, con el fin de ordenar la dinámica de cierre cuando los grupos comparten sus conclusiones y/o dudas al finalizar el trabajo. Posterior a eso, cada grupo debe trabajar según lo señalado en la guía, bajo el constante monitoreo del docente.

En relación a las clases en la sala de computación, los estudiantes deben desarrollar el trabajo asignado en cada clase, ya sea de carácter obligatorio y/o complementario que haya asignado el docente luego de levantar la información brindada por la plataforma.

- Cierre (15 minutos o menos dependiendo de la clase): En esta última etapa el docente debe realizar una puesta en común, por ejemplo, preguntando a los estudiantes acerca de los aspectos principales que abarca la actividad desarrollada en grupo (clase presencial), con tal de focalizar las respuestas para el cuadro de resumen que realizan los estudiantes en aproximadamente los últimos cinco minutos de la clase y deben entregar al finalizar la clase. En el caso de las clases desarrolladas con el uso de la plataforma, las preguntas del docente se focalizan en aspectos a destacar del contenido y de las consideraciones que debe tener el estudiante al momento de realizar ejercicios de aplicación y/o comprensión. En esta instancia es importante que el docente enfatice con sus estudiantes acerca de los criterios de evaluación de la rúbrica de evidencia del portafolio para estos productos.

A modo de apoyo para la realización de cada una de las etapas, se incluye en la secuencia didáctica un conjunto de indicaciones para el docente, las cuales se sugiere revisar antes de implementar la propuesta, ya que incluyen el detalle de los aspectos a tratar en el desarrollo de las guías de actividades.

3.2.1 Evaluación en la unidad didáctica

Para las evaluaciones se consideran dos sumativas (véase Apéndice 1): una que consiste en la elaboración de un portafolio de evidencia (véase Apéndice 1.1), el cual reúne el trabajo desarrollado clase a clase por medio de las guías de trabajo, ya sea individual o grupal. Y otra evaluación que consiste en el trabajo desarrollado semana a semana en la plataforma Khan Academy (véase Apéndice 1.2), en donde los criterios corresponden al tiempo destinado a trabajar en la plataforma y la cantidad de ejercicios tanto obligatorios como complementarios que el estudiante realiza en toda la secuencia didáctica, dado que nos resulta importante evaluar tanto el progreso que tiene el estudiante como el resultado final que logra alcanzar.

3.3 Material para la propuesta didáctica

Durante la propuesta didáctica se consideran los siguientes materiales didácticos que tienen distintas funciones.

3.3.1 Guías de actividad

El diseño de las guías de actividad está mayoritariamente enfocado en actividades que permiten que los estudiantes sean capaces de comprender los contenidos tratados, las cuales se estructuran en trabajo individual, parejas/tríos y puestas en común (nivel de curso) orientadas por el docente; al igual que las olimpiadas trigonométricas. Dicho material está incorporado en Apéndice 2.

Figura 3.4: Trabajo individual de la guía 1.

Antes de comenzar la actividad responda la siguiente pregunta:

1. Describe según tus pensamientos cuales son las características generales que presentan los triángulos y sus elementos.



Figura 3.5: Trabajo en parejas/tríos de la guía 2.

- 1.* La siguiente imagen muestra el dibujo de un árbol a escala. Las medidas reales del árbol son: Altura 8,25 m y ancho 3,75 m.

	<p>a. ¿A qué escala fue dibujado el árbol?</p> 	<p>b. Considerando las medidas reales del árbol, si el ancho del dibujo es 25 cm, ¿cuál es la altura que tendría según la nueva escala?</p> 
---	---	--

Figura 3.6: Trabajo en parejas y puesta en común de la guía 1

- b.* ¿Cómo traducir lo anterior en una expresión matemática?



Las guías deben ser incorporadas al portafolio, ya que corresponde a la evaluación sumativa de la unidad.

Por último, es importante mencionar que el material está sujeto a modificaciones según la necesidad que identifica el docente en el curso que determine aplicar esta propuesta.

3.3.2 Orientaciones al docente

Las orientaciones al docente (véase Apéndice 3) es un material que contempla las guías de trabajo destinadas a los estudiantes, con las respectivas orientaciones y sugerencias al docente según las posibilidades que el material pueda generar en el aula. Dado que la secuencia didáctica articula clases presenciales con el trabajo en la plataforma, en las guías se sugiere material complementario de KA que el docente puede asignar a sus estudiantes según las posibles deficiencias que se puedan identificar, sin embargo, el material está sujeto a modificaciones y aportes que el docente considere pertinentes según los requerimientos que tengan sus estudiantes.

3.3.3 Cuadro de resumen

El cuadro de resumen (véase Apéndice 4) es un material que se desarrolla al final de las actividades, exceptuando aquellas que corresponden a ejercitación en guía y Khan Academy. Se enfoca en que los estudiantes puedan resumir y en algunos casos sintetizar los contenidos que aborda la guía didáctica, para permitir el acceso práctico a estos. Por tanto, las preguntas son guiadas, fácil de abordar, que se implementan en los minutos previos al término de la clase, y luego se debe entregar para evaluar la comprensión individual de los contenidos abordados en clase.

Al igual que las guías didácticas, los cuadro resumen deben ser incorporados al portafolio, dado que corresponden a un criterio de evaluación.

3.3.4 Recursos de plataforma virtual

Los recursos que los estudiantes utilizan de la plataforma virtual Khan Academy, corresponden a videos, artículos de repaso, practica y cuestionario. Los cuales son organizados según los contenidos estudiados clase a clase, en donde se permite el acceso de los estudiantes a tales recursos.

Figura 3.7: Disposición de recursos de Khan Academy según temática.

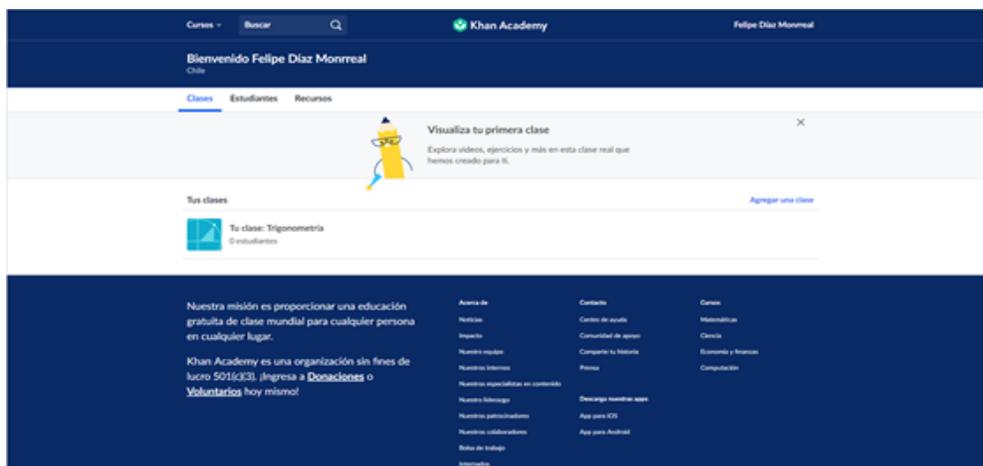
Introducción a la semejanza en triángulos

Aprende	Practica
<ul style="list-style-type: none"> ▶ Introducción a la semejanza de triángulos ▶ Postulados o criterios para semejanza de triángulos ▶ Determinar semejanza de triángulos ▶ Probar que la pendiente es constante al usar similaridad 🔖 Repaso de semejanza de triángulos 	<div style="border: 1px solid #ccc; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p>Determina semejanza de triángulos: AA</p> <p>¡Obtén 3 de 4 preguntas para subir de nivel!</p> <p style="text-align: right;">Practica</p> </div> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 10px;"> <p>Determina semejanza de triángulos: LLL</p> <p>¡Obtén 3 de 4 preguntas para subir de nivel!</p> <p style="text-align: right;">Practica</p> </div>

Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/math/copiloto-mapa-copiloto-matematicas-parte-1/copiloto2-tringulos-semejanza-y-congruencia>

El docente puede asignar los recursos disponibles como tareas para que los estudiantes accedan durante el período que se determina según la secuencia didáctica de Khan Academy. Para realizar lo anterior, se debe crear una clase acorde al contenido que se desea abordar en la plataforma, en este caso el contenido de trigonometría. En la Figura 3.8 se observa cómo crear una clase, en donde se selecciona “agregar una clase” que está ubicado donde se señala en la figura. Cabe señalar que la plataforma entrega una opción de “clase de prueba” como inducción a los recursos disponibles para el docente en la plataforma.

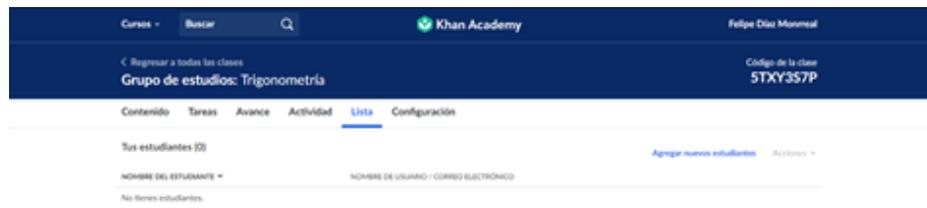
Figura 3.8: Clases en el perfil del docente.



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/dashboard>

Posterior a la creación de la clase, la plataforma invita a conocer una clase de prueba donde explica el funcionamiento general de la plataforma, donde se dispone de 6 casillas que ayudarán a articular la clase, estas son: contenido, tareas, avance, actividad, lista y configuración de izquierda a derecha respectivamente como muestra la Figura 3.9. Para poder agregar estudiantes a la clase se debe seleccionar la casilla “Lista” y seleccionar “Agregar nuevos estudiantes”.

Figura 3.9: Lista de clase en la plataforma.



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/roster>

Existen tres formas distintas de agregar estudiantes a la plataforma, como muestra la figura 3.10.

Figura 3.10: Agregar estudiantes a la clase.

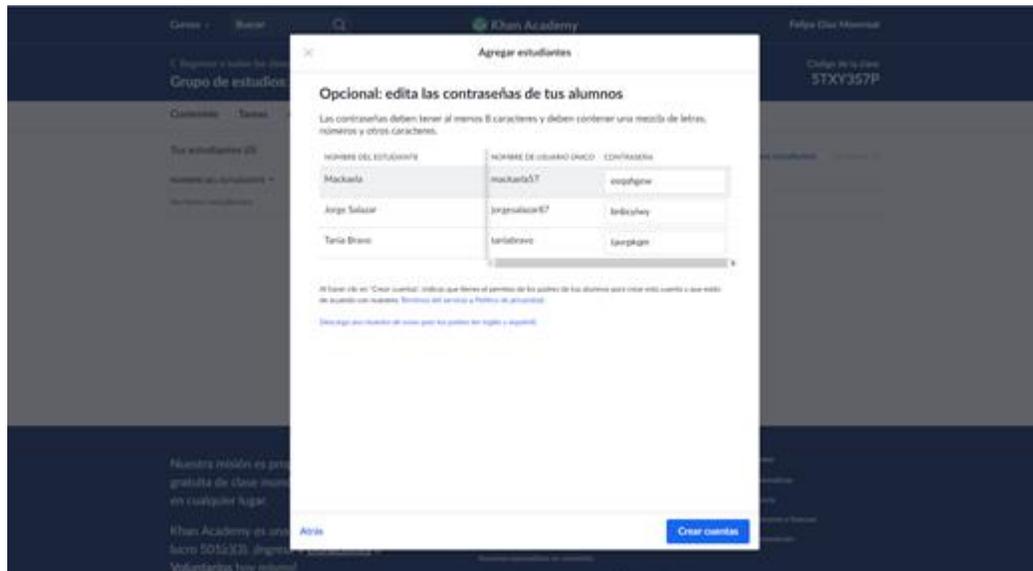


Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/roster>

En cada opción el docente debe realizar distintas acciones, las cuales se detallan a continuación respectivamente:

1. Importar una clase desde google classroom.
2. Enviar una invitación por correo electrónico al estudiante donde recibe un enlace y un código, el que debe ingresar en el enlace señalado. La ventaja de esta opción es que permite a los estudiantes recibir avisos a su correo personal acerca de las tareas asignadas en la clase, optimizando los canales de comunicación.
3. Crear perfiles a los estudiantes independiente si poseen un correo electrónico como muestra la Figura 3.11, los cuales son registrados en una planilla de excel en caso de posibles extravíos y olvido de estos por parte del estudiante.

Figura 3.11: Crear cuenta al estudiante para la clase.

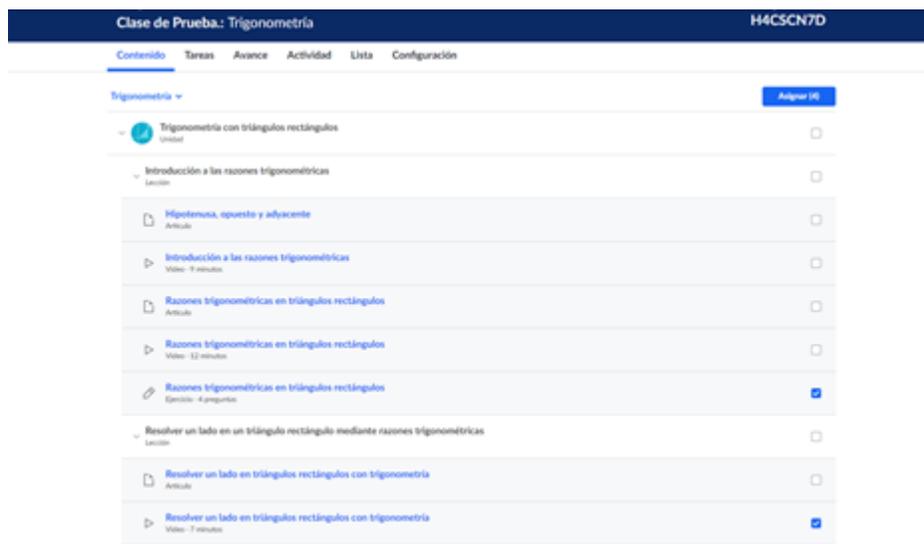


Fuente: Khan Academy (2019), capturada de

<https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/roster>

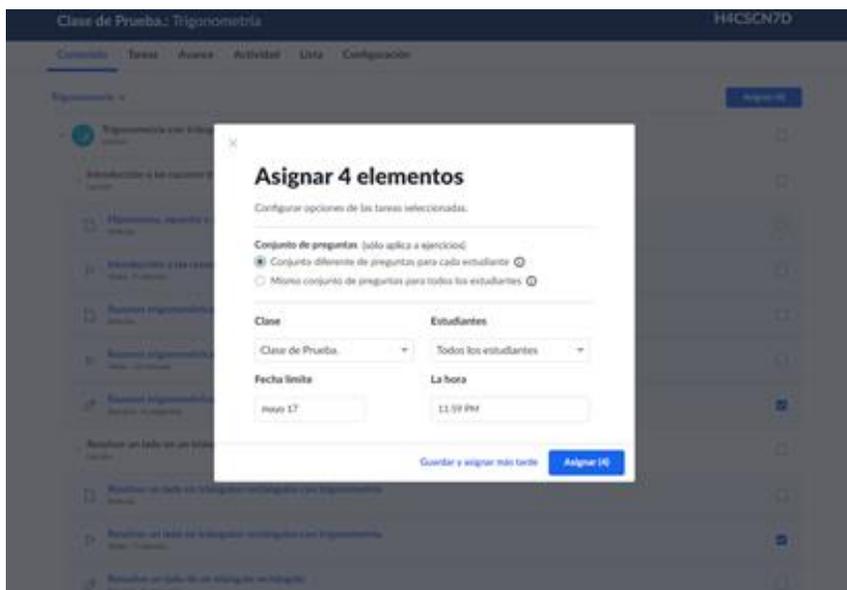
En la sección de “Contenidos” que se observa en la Figura 3.12, el docente tiene a disposición la totalidad de recursos digitales correspondiente al curso de trigonometría, donde puede asignar las tareas que en este Seminario de Grado aparecen la Tabla 3.2, destacando que pueden ser asignadas de forma individual o a nivel de curso, con la opción de elegir que los problemas a desarrollar sean iguales para todos o aleatorios, como aparece en la Figura 3.13, según estime conveniente el docente.

Figura 3.12: Recursos disponibles para asignar: Trigonometría.



Fuente: Khan Academy (2019) capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/content>

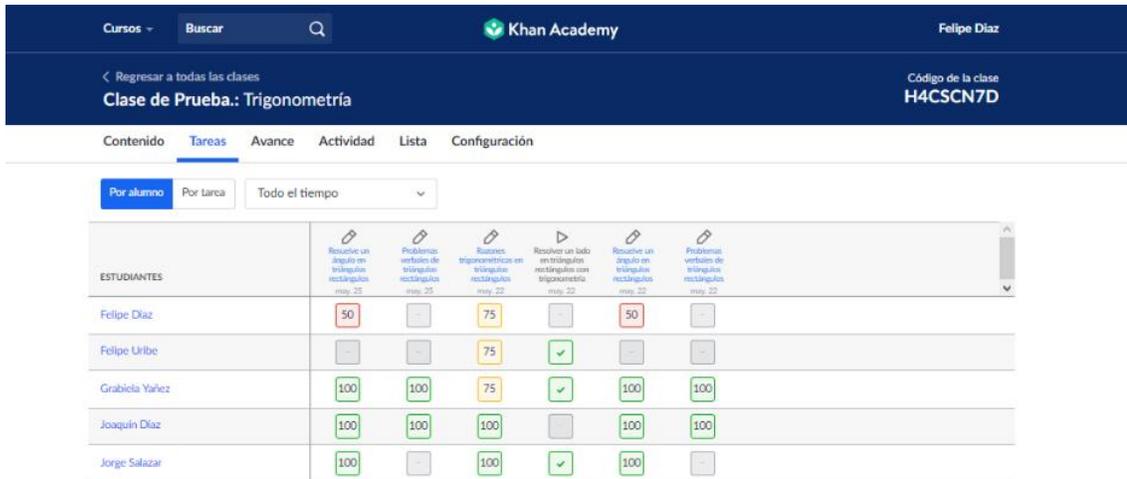
Figura 3.13: Asignar recursos a estudiantes.



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/content>

Cuando los estudiantes realicen las actividades asignadas en KA, el docente es notificado por medio de la casilla "Tareas", en donde recibe un reporte detallado que consta del porcentaje logrado de cada estudiante en las distintas tareas asignadas, como muestra la Figura 3.14.

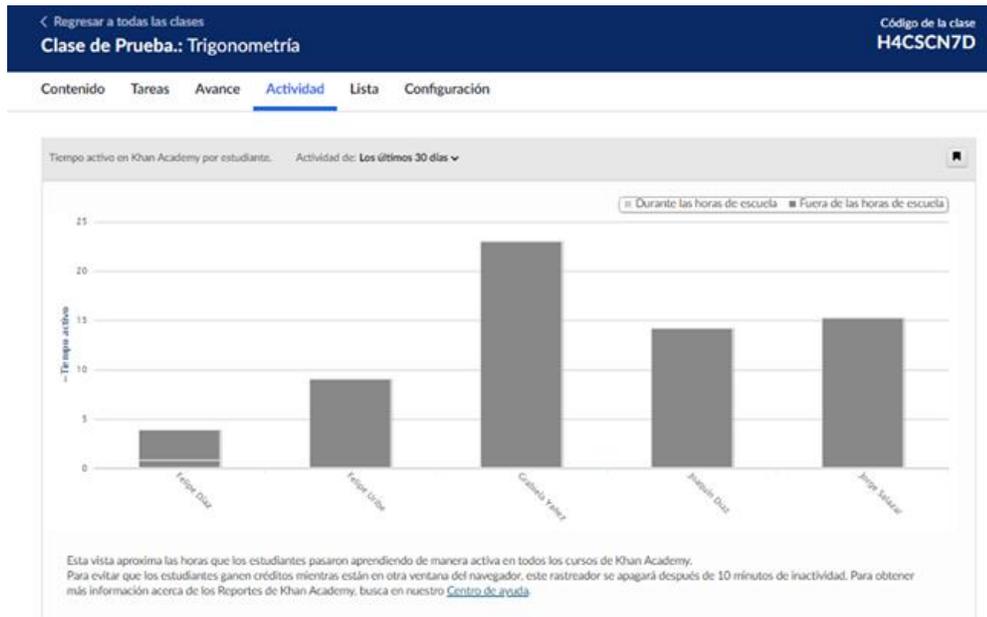
Figura 3.14: Sección “Tareas”



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/assignments>

Otro recurso a disposición del docente es la información del tiempo invertido de los estudiantes en la plataforma, por medio de la casilla “Actividad”, donde se detalla el tiempo destinado tanto en clase, como fuera de ella, facilitando el monitoreo que ejecuta el docente. La información es graficada en un diagrama de barras, el cual representa a cada uno de los estudiantes en la clase y el tiempo invertido, como se muestra la Figura 3.15.

Figura 3.15: Sección “Actividad”



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/activity>

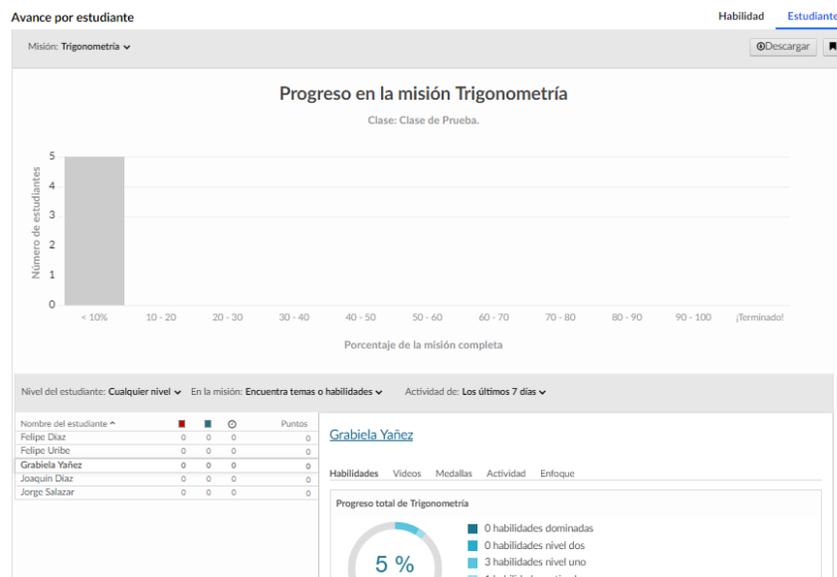
Por último, en la casilla “Avance” se presenta el nivel de logro de las actividades según habilidad (Figura 3.16) o por estudiante (Figura 3.17), en este último se puede evidenciar el nivel de logro de las actividades asignadas según el dominio que presente cada estudiante, permitiendo al docente considerar las dificultades y tomar decisiones pedagógicas al respecto.

Figura 3.16: Avance por Habilidad



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/exercises>

Figura 3.17: Avance por estudiante



Fuente: Khan Academy (2019), capturada de <https://es.khanacademy.org/coach/class/6359637650931712/progress-by-student>

En resumen, la información que la plataforma facilita al docente corresponde al desempeño (por medio del porcentaje de error) de los estudiantes en las actividades asignadas, además del tiempo destinado en ellas. Dicha información permite al docente realizar constantes levantamientos de información durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de trigonometría, siendo una de las bases para la toma de decisiones pedagógicas.

3.4 Requisitos de la propuesta

Para llevar a cabo la propuesta es necesario contar con ciertos requisitos que facilitan la implementación

3.4.1 Perfil del establecimiento educacional

El establecimiento educacional para implementar la propuesta didáctica, que permite la articulación de las clases presenciales con el trabajo en la plataforma virtual, requiere de:

1. Disponer de una sala de computación que tenga acceso a internet.
2. Contar con computadores suficientes para que cada estudiante pueda trabajar de forma individual con un sistema operativo reciente (idealmente Windows 7, 8 o un software libre).
3. Disponer de un proyector que el docente pueda utilizar en el aula.

Por otro lado, el establecimiento debe considerar el hecho de que las clases se desarrollan con una metodología distinta a la tradicional, y que abrir paso a nuevas formas de enseñar, también implica diseñar nuevas formas de evaluar el proceso de inserción de las tecnologías a favor de la educación.

3.4.2 Competencias del docente para la propuesta didáctica

En los capítulos anteriores, se detectan ciertas características y destrezas que pertenecen al perfil docente capaz de realizar la propuesta didáctica, las cuales se detallan a continuación:

1. Enfoque constructivista: El docente debe enfocar el proceso de enseñanza-aprendizaje como una construcción que caracteriza al estudiante por ser el protagonista y al docente como el facilitador tanto del conocimiento como de recursos de las TIC que se relacionan con los objetivos de aprendizaje.
2. Articulación entre clases presenciales y plataforma virtual (B-Learning): El docente debe conocer y desarrollar estrategias que permitan complementar ambos espacios de

aprendizaje, mediante un desarrollo de material pedagógico que se relaciona con la propuesta de recursos tecnológicos. A su vez, debe realizar una supervisión constante del desarrollo del estudiante en la plataforma virtual o espacio virtual para constatar si cumple con el propósito.

3. Disposición: Dado que la modalidad B-learning se desarrolla en dos espacios, el docente requiere de tiempo adicional para levantar información de Khan Academy e ir actuando según se estime necesario.
4. Manejo de plataforma virtual: Para poder realizar una modalidad B-learning satisfactoria, es necesario que se conozca las herramientas a las cuales puede acceder tanto docente como estudiantes y se reflexione sobre cómo potenciar el uso de ellas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

3.5 Secuencia didáctica

A continuación, se presentan las características de cada una de las dieciocho clases de la secuencia didáctica (Tabla 3.1), en las cuales se menciona el objetivo de clase e indicador de logro abordado, recursos y materiales a utilizar en cada clase. También, se especifica el número de clase con el trabajo asignado en KA, el trabajo complementario en KA según las posibles deficiencias que se puedan detectar (Tabla 3.2). Es importante destacar en este punto, que lo señalado es una sugerencia, dado que el docente que considere útil implementar esta propuesta, puede proponer trabajo complementario en KA que responda a las particularidades y requerimientos de sus estudiantes.

Tabla 3.1: Secuencia didáctica.

N° Clase	OA	Objetivo Clase/Indicador de logro	Habilidad matemática	Recursos/Materiales
1	OA 12 (6° Básico) OA 12 (8° Básico)	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar características generales de los triángulos. • Reconocer que, con dos lados del triángulo rectángulo dado, se puede calcular el tercer lado. • Observar los cuadrados respectivos encima de los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, verifican la validez del teorema de Pitágoras. 	• Argumentar y comunicar.	Guía de actividad clase 1: "Teorema de Pitágoras"
2	OA 3 (6° Básico)	<ul style="list-style-type: none"> • Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica. 	• Argumentar y comunicar. • Representar.	Guía de actividad clase 2: "Razones y proporciones"
3	OA 3 OA 12 (6° Básico) OA 12 (8° Básico)	<ul style="list-style-type: none"> • Reforzar contenidos y habilidades menos desarrolladas. • Trabajar de forma individual y aplicar lo visto en las clases presenciales. • Manifestar si consideran necesario que el docente asigne ejercicios adicionales. • Utilizar exclusivamente el tiempo para avanzar en la plataforma KA. 	• Resolver problemas.	Plataforma virtual Khan Academy
4	OA 10 (I Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Demostrar que comprenden el concepto de semejanza de figuras geométricas sin necesidad de conocer todas sus medidas. • Determinar criterios de semejanza. 	• Argumentar y comunicar.	Guía de actividad clase 4: "Criterios de semejanza de triángulos" Regla Transportador Tijeras
5	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer la importancia del avance sistemático de la trigonometría en contextos sociales y científicos. 	• Argumentar y comunicar.	Guía de actividad clase 5: "Desarrollo histórico de la Trigonometría" Baeza, O. & Herrera, E. (2008). Guía 5: ¿Por qué nacieron las razones trigonométricas? Geometría, más sobre triángulos rectángulos (2° ed., p. 79-86). Santiago, Chile: Zig-Zag S.A.

N° Clase	OA	Objetivo Clase/Indicador de logro	Habilidad matemática	Recursos/Materiales
6	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Construir triángulos rectángulos semejantes y superponer en uno de sus ángulos para relacionar el ángulo con la proporción del cateto opuesto y la hipotenusa (respectivamente, el cateto adyacente y la hipotenusa). • Determinar razones trigonométricas 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. • Representar 	Guía de actividad clase 6: "Razones trigonométricas"
7	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Reforzar contenidos y habilidades menos desarrolladas. • Trabajar de forma individual y aplicar lo visto en las clases presenciales. • Manifiestar si consideran necesario que el docente asigne ejercicios adicionales. • Utilizar exclusivamente el tiempo para avanzar en la plataforma KA. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas. 	Plataforma virtual Khan Academy
8	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. • Resolver problemas. 	Guía de actividad clase 8: "Aplicación de razones trigonométricas"
9	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas 	Programa de estudio de Matemática de 2° medio (p. 135-139)
10	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Reforzar contenidos y habilidades menos desarrolladas. • Trabajar de forma individual y aplicar lo visto en las clases presenciales. • Manifiestar si consideran necesario que el docente asigne ejercicios adicionales. • Utilizar exclusivamente el tiempo para avanzar en la plataforma KA. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas. 	Plataforma virtual Khan Academy
11	OA 8 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de guías y actividades de KA pendientes. • Evaluación de portafolio de evidencia KA. 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. • Resolver problemas. 	Plataforma virtual Khan Academy. Guías entregadas en clases anteriores.

N° Clase	OA	• Objetivo Clase/Indicador de logro	• Habilidad matemática	Recursos /Materiales
12	OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer el radián como otro sistema de medidas de ángulos. • Analizar componentes de un punto en un plano cartesiano a través de razones trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. 	Guía de actividad clase 12: "Radianes y círculo unitario"
13	OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Reforzar contenidos y habilidades menos desarrolladas. • Trabajar de forma individual y aplicar lo visto en las clases presenciales. • Manifiestar si consideran necesario que el docente asigne ejercicios adicionales. • Utilizar exclusivamente el tiempo para avanzar en la plataforma KA. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas. 	Plataforma virtual Khan Academy
14	OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterizar un vector • Representar vectores utilizando seno y coseno. 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. 	Guía de actividad clase 14: "Representación de vectores"
15	OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar las razones trigonométricas para componer (descomponer) vectores. 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. • Representar. 	Guía de actividad clase 15: "Descomposición y composición de vectores"
16	OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de vectores. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver y problemas. • Argumentar y comunicar. 	Programa de estudio de Matemática de 2° medio (p. 141-146)
17	OA 8 OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Reforzar contenidos y habilidades menos desarrolladas. • Trabajar de forma individual y aplicar lo visto en las clases presenciales. • Manifiestar si consideran necesario que el docente asigne ejercicios adicionales. • Utilizar exclusivamente el tiempo para avanzar en la plataforma KA. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas. 	Plataforma virtual Khan Academy
18	OA 8 OA 9 (II Medio)	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de guías y actividades de KA pendientes. • Evaluación de portafolio de evidencia KA. 	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentar y comunicar. • Resolver y problemas. • Representar. 	Plataforma virtual Khan Academy. Guías entregadas en clases anteriores.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.2: Secuencia didáctica de KA

Nº Clase	Khan Academy asignado	LINK	Khan Academy complementario	LINK
1	Teorema de Pitágoras P.1: Utiliza el teorema de Pitágoras para obtener las longitudes de lados de un triángulo rectángulo.	https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-pyth-theorem/e/pythagorean-theorem-1?modal=1	Líneas rectas – Paralelo y perpendicular P.1: Identificar rectas paralelas y perpendiculares.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-lines/parallel-perp/e/recognizing-parallel-and-perpendicular-lines
	Teorema de Pitágoras P.2: Longitudes de lados de un triángulo rectángulo.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem/geo-pythagorean-theorem/e/right-triangle-side-lengths	Ángulos – Los ángulos entre rectas que se intersecan P.2: Relaciones de ángulos con líneas paralelas.	https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geo-angle/angles-between-lines/e/parallel-lines-1?modal=1
			Figuras – Triángulos P.3: Repaso de tipos de triángulos	https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geometry-shapes/basic-geo-classifying-triangles/a/types-of-triangles-review?modal=1
2	Razones y proporciones P.1: Escribir proporciones.	https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-ratios-rates/pre-algebra-write-and-solve-proportions/e/writing-proportions	Geometría P.1: Dibujos a escala.	https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-geometry/cc-7th-scale-drawings/e/interpreting-scale-drawings
	Razones y proporciones P.2: Resolver proporciones.	https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-ratios-rates/pre-algebra-write-and-solve-proportions/e/proportions_1	Geometría P.2: Construye dibujos a escala.	https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-geometry/cc-7th-scale-drawings/e/constructing-scale-drawings
			Fraciones P.3: Fracciones equivalentes (modelos de fracciones)	https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/visualizing-equivalent-fractions?modal=1

N° Clase	Khan Academy asignado	LINK	Khan Academy complementario	LINK
2			Fraciones P.4: Fracciones equivalentes.	https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/equivalent-fractions
			Congruencia y semejanza P.5: Semejanza y transformaciones.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence/congruent-similar/e/exploring-angle-preserving-transformations-and-similarity
3	TRABAJO EN KHAN ACADEMY (ASIGNADO Y COMPLEMENTARIO) DE CLASE 1 Y 2			
4	Introducción a la semejanza en triángulos P.1: Determina semejanza de triángulos: AA.	https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-equations-and-geometry/alg-basics-intro-to-triangle-similarity/e/similar-triangles_1	Ángulos P.1: Identificar ángulos suplementarios, complementarios y opuestos por el vértice.	https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geo-angle/vert-comp-supp-angles/e/identifying-supplementary-complementary-vertical?modal=1
	Introducción a la semejanza en triángulos P.2: Determina semejanza de triángulos: LLL	https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/geometry/hs-geo-similarity/hs-geo-triangle-similarity-intro/e/similar-triangles_2	Ángulos – Los ángulos entre rectas que se intersecan P.2: Relaciones de ángulos con líneas paralelas.	https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geo-angle/angles-between-lines/e/parallel-lines-1?modal=1
			Congruencia y semejanza P.3: Congruencia y transformaciones.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence/congruent-similar/e/exploring-rigid-transformations-and-congruence

N° Clase	Khan Academy asignado	LINK	Khan Academy complementario	LINK
			Multiplicar y dividir números negativos P.4: Simplificar fracciones complicadas	https://es.khanacademy.org/math/arithmetic-home/negative-numbers/mult-divide-negatives/e/complex-fractions
			Congruencia y semejanza P.5: Semejanza y transformaciones.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence/congruent-similar/e/exploring-angle-preserving-transformations-and-similarity
5	NO SE ASIGNA TRABAJO EN KHAN ACADEMY			
6	Introducción a las razones trigonométricas P.1: Razones trigonométricas en triángulos rectángulos.	https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-trig-ratios-intro/e/trigonometry_1		
	Resolver un lado en un triángulo rectángulo mediante razones trigonométricas P.2: Resuelve un lado de un triángulo rectángulo.	https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-solve-for-a-side/e/trigonometry_2		

N° Clase	Khan Academy asignado	LINK	Khan Academy complementario	LINK
6	Resolver un ángulo en un triángulo rectángulo mediante razones trigonométricas P.3: Resuelve un ángulo en triángulos rectángulos.	https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-solve-for-an-angle/e/solve-for-an-angle-in-a-right-triangle		
7	TRABAJO EN KHAN ACADEMY (ASIGNADO Y COMPLEMENTARIO) DE CLASE 4 Y 6			
8	Modelar con triángulos rectángulos P.1: Problemas verbales de triángulos rectángulos.	https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-modeling-with-right-triangles/e/applying-right-triangles		
9	NO SE ASIGNA TRABAJO EN KHAN ACADEMY			
10	TRABAJO EN KHAN ACADEMY (ASIGNADO) DE CLASE 8 – TRABAJO EN KHAN ACADEMY QUE EL DOCENTE Y ESTUDIANTE ESTIMEN NECESARIO			
11	TRABAJO EN KHAN ACADEMY PENDIENTE			
12	Introducción a los radianes P.1: Radianes y grados.	https://es.khanacademy.org/math/algebra2/trig-functions/intro-to-radians-alg2/e/degrees_to_radians	Ángulos P.1: Ángulos en círculos.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-angle/angles-in-circles/e/angles-in-circles?modal=1

N° Clase	Khan Academy asignado	LINK	Khan Academy complementario	LINK
12			Fracciones P.2: Fracciones equivalentes (modelos de fracciones)	https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/visualizing-equivalent-fractions?modal=1
			Fracciones P.3: Fracciones equivalentes.	https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/equivalent_fractions?modal=1
13	TRABAJO EN KHAN ACADEMY (ASIGNADO Y COMPLEMENTARIO) DE CLASE 12			
14	Conceptos básicos de los vectores P.1: Vectores equivalentes.	https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-vectors/alg-vector-basics/e/equivalent-vectors		
	Conceptos básicos de los vectores P.2: Componentes de vectores.	https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-vectors/alg-vector-basics/e/components_of_vectors		
	Magnitud de los vectores P.3: Magnitud de los vectores.	https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-vectors/alg-magnitude-vectors/e/magnitude-of-vectors		

N° Clase	Khan Academy asignado	LINK	Khan Academy complementario	LINK
15	Forma de componentes de vectores P.1: Componentes de un vector a partir de su magnitud y dirección.	https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-vectors/alg-component-form-of-vectors/e/convertng-from-magnitude-and-direction-form-to-component-form	Teorema de Pitágoras y distancia entre puntos P.1: La distancia entre dos puntos.	https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem/pythagorean-theorem-distance/e/distance-formula?modal=1
16	Aplicaciones de los vectores P.1: Problemas verbales de vectores.	https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-vectors/alg-applications-of-vectors/e/vector-word-problems		
17	TRABAJO EN KHAN ACADEMY (ASIGNADO Y COMPLEMENTARIO) DE CLASE 14, 15 Y 16.			
18	NO SE ASIGNA TRABAJO EN KHAN ACADEMY			

Fuente: Elaboración propia.

3.6 Estrategias de validación

Para validar la propuesta didáctica anteriormente descrita, se selecciona a tres profesores, a los cuales se les pide evaluar mediante una escala de Likert los materiales utilizados en la propuesta, en indicadores como redacción, dificultad de las preguntas, desarrollo de la actividad y su correcta realización. También se incorporan al grupo creado en Khan Academy, con las actividades seleccionadas en las clases respectivas, las cuales también evalúan con una escala de Likert con criterios como si las actividades asignadas son coherentes con lo trabajado en clase, si se ajustan al currículum nacional vigente y si se articulan de forma adecuada con el nivel de dificultad trabajado en las clases presenciales.

3.6.1 Criterios de selección para validadores

El perfil de los participantes de la validación contempla a expertos capaces de aportar en la modificación y evolución del total de la propuesta didáctica. A modo general, se realiza la búsqueda de expertos que cuenten con las siguientes características:

- Ser profesor/a titulado/a de matemática
- Contar con experiencia de al menos dos años realizando clases.

Debido a que el uso de las TIC en la educación chilena se encuentra en un proceso de transición, desde la ejecución de procedimientos rutinarios a realizar su implementación bajo la concepción de un aprendizaje ubicuo; se espera que los expertos cumplan con al menos una de las siguientes categorías:

- Ser conocedor de la articulación de clases presenciales con actividades en plataformas virtuales (B-learning).
- Ser usuario activo de plataformas educativas en sus clases.
- Ser conocedor de las tecnologías de la información y comunicación (TICs).
- Haber realizado clases en el área de matemática a estudiantes de segundo o tercero medio (consecuencia del cambio de Marco a Bases Curriculares).

De acuerdo a las categorías planteadas anteriormente se han seleccionado 3 docentes que cumplen con al menos tres de ellas, siendo acordes para la validación del material. Los validadores se mencionan en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3: Descripción validadores

Validador	Descripción
María Paz González (Validador 1)	Licenciada de Educación Matemática y Computación/Profesora de Estado en Educación Matemática y Computación, con 4 años de experiencia en aula, actualmente trabaja en un colegio particular subvencionado donde ha enseñado trigonometría. En sus clases ha realizado un uso parcial de TIC.
Rodrigo Flores (Validador 2)	Licenciado en Educación de Física y Matemática/Profesor de Estado de Física y Matemática y actualmente cursando un Magíster de Filosofía de las Ciencias, con 5 años de experiencia en aula, actualmente trabaja en una corporación donde ha enseñado trigonometría. En sus clases utiliza frecuentemente TIC.
Máximo Parada (Validador 3)	Licenciado en Educación Matemática y Computación/Profesor de Estado en Educación Matemática y Computación, con 28 años de experiencia en aula, actualmente trabaja en un colegio particular donde ha enseñado trigonometría. En sus clases ha realizado un uso parcial de TIC.

3.6.2 Encuesta de validación

La encuesta de validación realizada por los expertos (véase Apéndice 5) se desarrolló por medio de un archivo elaborado con la herramienta word y adjuntado a sus correos personales, junto con un resumen de la propuesta y los materiales didácticos elaborados. La encuesta se compone de ocho secciones de validación (véase Apéndice 5), compuesta por afirmaciones, una casilla de comentarios opcional y en ciertas secciones casillas que solicitan información adicional. La apreciación de cada afirmación de los respectivos criterios es por medio de una escala de Likert con las siguientes valoraciones: Óptimo (O), Satisfactorio (S), Básico (B) e Insuficiente (I).

- 1) Validación de la secuencia didáctica: La sección considera la validación del material didáctico en relación a si es pertinente a la unidad, además de los tiempos estipulados para las clases
 1. Las actividades de la clase están desarrolladas de forma clara.
 2. Es posible implementar las actividades en el contexto de la educación chilena.
 3. Las actividades son acordes y abordables en el tiempo estipulado. (2 horas pedagógicas – 1 hora y 30 minutos)

Esta sección considera una casilla de comentarios opcional para los expertos.

2) Validación de diseño y presentación de guías: La sección considera la validación de la estética y diseño del material didáctico elaborado sujeto a ciertos aspectos.

1. Las instrucciones generales son claras y de fácil comprensión.
2. La presentación de la guía resulta llamativa y estimula a trabajar en ella debido a su diseño.
3. Los títulos asignados a cada guía son coherentes con las actividades propuestas.
4. La redacción y el lenguaje utilizado es claro y apto para el nivel de segundo año medio.
5. Las imágenes incorporadas en las guías son útiles para orientar a los estudiantes en el desarrollo de las actividades.
6. Las actividades propuestas son adecuadas para realizarse en la sala de clases.
7. El desarrollo de la guía está acorde al tiempo asignado por el docente (dependiendo de las actividades señaladas)

Esta sección considera una casilla para señalar la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores. Posterior, considera la casilla de comentario opcional para los expertos.

3) Validación de guías: La sección considera la validación de las guías de actividad, exceptuando el diseño (validado en sección 2)

1. El material es coherente con el desarrollo de los conceptos a trabajar en la clase.
2. La complejidad de las actividades y las preguntas son abordables en el nivel de segundo año medio.
3. Las instrucciones sugeridas para el trabajo colaborativo facilitan y promueven la participación.
4. La redacción y lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.
5. Las actividades propuestas están planteadas en relación a los objetivos de la clase.
6. El planteamiento de la actividad favorece el desarrollo de las habilidades matemáticas.
7. El contenido matemático no cuenta con errores conceptuales.

Esta sección considera una casilla para señalar la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores. Posterior, considera la casilla de comentario opcional para los expertos.

4) Validación de laboratorios de KA: Esta sección considera la validación de la articulación de la plataforma con las clases presenciales.

1. La complejidad de las preguntas es acorde al nivel de segundo año medio.
2. Los ejercicios propuestos son apropiados para el tiempo a disposición (según cada clase)
3. El contenido abordado en los ejercicios es acorde a lo tratado en las actividades en clases.
4. Los ejercicios favorecen el desarrollo de al menos una habilidad matemática.
5. La redacción y lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.

Esta sección considera una casilla de comentarios opcional para los expertos.

5) Validación de Olimpiadas Trigonómicas: Esta sección considera la validación del diseño de las Olimpiadas Trigonómicas sujeto a ciertos aspectos.

1. La actividad promueve el trabajo colaborativo.
2. La complejidad de las preguntas es acorde al nivel de segundo medio.
3. Los ejercicios propuestos son apropiados para el tiempo a disposición (según cada clase)
4. El contenido abordado en los ejercicios es acorde a lo tratado en las actividades en clases.
5. Los ejercicios favorecen el desarrollo de al menos una habilidad matemática.
6. La redacción y el lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.

Esta sección considera una casilla para señalar la(s) olimpiada(s) trigonométrica(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores. Posterior, considera la casilla de comentario opcional para los expertos.

6) Validación de evaluaciones: Esta sección considera la evaluación de los tipos de evaluación diseños para la unidad.

1. Las rúbricas están acorde a la estrategia utilizada para abordar la unidad temática.

2. El lenguaje y redacción de las rúbricas es claro y preciso.
3. Las dimensiones de las rúbricas de evaluación están de acuerdo al trabajo desarrollado por el estudiante.
4. Los niveles de desempeño reflejan el tipo de trabajo desarrollado por el estudiante.
5. Las rúbricas evalúan el continuo trabajo del estudiante durante el desarrollo de la unidad.
6. Las rúbricas de evaluación permiten observar las habilidades matemáticas que se esperan fomentar en la unidad temática.

Esta sección considera una casilla de comentarios opcional para los expertos.

- 7) Validación de orientaciones al docente: Esta sección considera la utilidad de las orientaciones al docente sujeto a ciertos aspectos.
1. Resultan ser suficientes para llevar a cabo la implementación de la propuesta en el aula
 2. El lenguaje y redacción es claro y no permite interpretaciones erróneas.
 3. Facilitan el rol de guía del docente para el trabajo que realizan los estudiantes
 4. Incluyen material de apoyo en K.A que ayuden a trabajar los indicadores de logro que no han alcanzado los estudiantes, respecto a cada OA.
 5. Incluyen material de apoyo en K.A que ayuden a trabajar las habilidades menos desarrolladas según los indicadores de logro señalados en cada OA.

Esta sección considera una casilla para señalar la(s) guía(s) con orientaciones al docente con mayor deficiencia según los indicadores anteriores. Posterior, considera la casilla de comentario opcional para los expertos.

- 8) Validación del uso de plataforma virtual Khan Academy: Esta sección considera la validación del uso de la plataforma virtual Khan Academy.
1. La plataforma virtual es de fácil acceso e inscripción.
 2. La plataforma virtual tiene un diseño agradable como plataforma de enseñanza.
 3. El material a disposición es accesible y de fácil localización.
 4. La plataforma virtual favorece un monitoreo constante al trabajo de los estudiantes.
 5. La plataforma educativa cuenta con las herramientas necesarias para incentivar el trabajo individual.

6. La forma de uso de la plataforma virtual es simple de entender y está libre de interpretaciones erróneas.

Esta sección considera una casilla de comentarios opcional para los expertos.

- 9) Opinión: Consideramos pertinente recaudar opiniones respecto a distintos aspectos del modelo mediante tres preguntas anexadas al final de la encuesta y un espacio destinado a apreciaciones finales.

- ¿Qué adaptaciones harías a la secuencia didáctica y/o material?
- ¿Crees que el uso de Khan Academy optimiza el tiempo invertido en la aplicación del contenido? ¿Cómo?
- Según lo señalado en la propuesta, ¿utilizarías esta metodología en sus clases de trigonometría? (opcional)
- Apreciaciones finales (opcional)

Capítulo 4: Resultados

4.1 Tabulación de las respuestas por sección

En la presente sección se presentan los resultados de las encuestas realizadas a los expertos evaluadores, indicando la cantidad de respuestas en cada valoración y las opiniones de cada uno de los expertos.

4.1.1 Validación de la secuencia

La sección considera la validación del material didáctico en relación a si es pertinente a la unidad, además de los tiempos estipulados para las clases. La Tabla 4.1 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. Las actividades de la clase están desarrolladas de forma clara.
2. Es posible implementar las actividades en el contexto de la educación chilena.
3. Las actividades son acordes y abordables en el tiempo estipulado. (2 horas pedagógicas – 1 hora y 30 minutos)

Tabla 4.1: Resultados validación de la secuencia

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	2	1
3	0	0	1	2

Como muestra la Tabla 4.1 que los expertos coinciden en 2 ocasiones, para el indicador “Las actividades de la clase están desarrolladas de forma clara.”, donde indican una valoración óptima y “Es posible implementar las actividades en el contexto de la educación chilena.” donde indican una valoración suficiente. Además, se visualiza que para el indicador “Las actividades son acordes y abordables en el tiempo estipulado. (2 horas pedagógicas – 1 hora y 30 minutos)” existe una diferencia de valoración indicando suficiente y óptimo entre el primer y segundo experto respectivamente.

Tabla 4.2: Comentarios en validación de la secuencia

Validador	Comentarios
1	Las aplicaciones de estas actividades dependerán del contexto del curso, el ritmo que tengan y el nivel previo a evaluar. Es necesario la aplicación de las primeras actividades reforzando contenidos previos de geometría.
2	
3	Hay actividades para hacer en paralelo, incluso alcanzaría el tiempo si ambas actividades son desarrolladas por todos los alumnos.

En la Tabla 4.2 se evidencian los comentarios entregados por los expertos, donde el evaluador 1 manifiesta que, para lograr una óptima aplicación de la propuesta, la aplicación de las “actividades dependerán del contexto del curso, el ritmo que tengan y el nivel previo a evaluar”. Por otro lado, el evaluador 3 expresa que algunas actividades para realizar en paralelo pueden ser desarrolladas por todos los alumnos, es decir, que no es necesario aplicarlas para un desarrollo en paralelo.

4.1.2 Validación de diseño y presentación de las guías

La sección considera la validación de la estética y diseño del material didáctico elaborado sujeto a ciertos aspectos. La Tabla 4.3 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. Las instrucciones generales son claras y de fácil comprensión.
2. La presentación de la guía resulta llamativa y estimula a trabajar en ella debido a su diseño.
3. Los títulos asignados a cada guía son coherentes con las actividades propuestas.
4. La redacción y el lenguaje utilizado es claro y apto para el nivel de segundo año medio.
5. Las imágenes incorporadas en las guías son útiles para orientar a los estudiantes en el desarrollo de las actividades.
6. Las actividades propuestas son adecuadas para realizarse en la sala de clases.
7. El desarrollo de la guía está acorde al tiempo asignado por el docente (dependiendo de las actividades señaladas)

Tabla 4.3: Resultados validación de diseño y presentación de las guías

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	2	1
3	0	0	0	3
4	0	0	0	3
5	0	0	1	2
6	0	0	0	3
7	0	0	2	1

En la Tabla 4.3 se observan los resultados de la validación de diseño y presentación de las guías, donde se observa que la mayoría corresponden a una valoración óptima del material didáctico elaborado, exceptuando en los puntos 2, 5 y 7 que recibieron valoraciones de “suficientes”.

Tabla 4.4: Comentarios en validación de diseño y presentación de las guías

Validador	Comentarios
1	Señale la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores: “Desarrollo histórico de la trigonometría” Es posible que en la guía mencionada anteriormente se demoren menos de lo esperado.
2	Señale la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores: 1 y 6 Las guías me parecen muy claras, y con bastante trabajo para el estudiante lo que es clave para la apropiación del contenido.
3	

En los comentarios de la Tabla 4.4 respecto al diseño y presentación de las guías, el validador 1, expresa que en la guía “Desarrollo histórica de la trigonometría”, es posible que los estudiantes demoren menos del tiempo esperado. Por otro lado, el validador señala que las guías 1 y 6 presentan algún tipo de deficiencia según los indicadores de validación.

4.1.3 Validación de guía

La sección considera la validación de las guías de actividad, exceptuando el diseño (validado en sección 2). La Tabla 4.5 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. El material es coherente con el desarrollo de los conceptos a trabajar en la clase.

2. La complejidad de las actividades y las preguntas son abordables en el nivel de segundo año medio.
3. Las instrucciones sugeridas para el trabajo colaborativo facilitan y promueven la participación.
4. La redacción y lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.
5. Las actividades propuestas están planteadas en relación a los objetivos de la clase.
6. El planteamiento de la actividad favorece el desarrollo de las habilidades matemáticas.
7. El contenido matemático no cuenta con errores conceptuales.

Tabla 4.5: Resultados validación de guía.

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	1	2
3	0	0	1	2
4	0	0	0	3
5	0	0	0	3
6	0	0	0	3
7	0	0	0	3

En la Tabla 4.5 se observan los resultados de la validación de las guías, donde todos los indicadores recibieron la máxima valoración, exceptuando los indicadores 2 y 3, recibiendo estos una valoración “suficiente”.

Tabla 4.6: Comentarios en validación de guía.

Validador	Comentarios
1	Muy buen material, solo detalles de formato que pueden generar distracción en los estudiantes (líneas segmentadas en los recuadros)
2	Señale la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores: 8 Me parece que las guías son bastante exigentes, pero abordables para un curso con buen desempeño académico, sin embargo, la guía 8 me parece muy densa en cuanto a cantidad de tópicos.
3	Las dos o tres últimas guías, me parecen de un nivel bastante alto, pero no por ello inalcanzable por los alumnos, debido a que las guías anteriores apuntan a llegar a ese nivel.

En los comentarios de la Tabla 4.6, los evaluadores 2 y 3 reconocen un grado elevado en las últimas clases, aunque “(...) no por ello inalcanzable por los alumnos, debido a que las guías anteriores apuntan a llegar a ese nivel”, es decir, que visibilizan que al aplicar las guías anteriores, los estudiantes pueden desarrollar las habilidades necesarias para lograr realizar las guías de mayor dificultad.

También se considera el comentario del evaluador 1, el cual evidencia detalles en el formato que pueden generar distracciones, específicamente en los cuadros de resumen.

4.1.4 Validación de laboratorios KA

Esta sección considera la validación de la articulación de la plataforma con las clases presenciales. La Tabla 4.7 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. La complejidad de las preguntas es acorde al nivel de segundo año medio.
2. Los ejercicios propuestos son apropiados para el tiempo a disposición (según cada clase)
3. El contenido abordado en los ejercicios es acorde a lo tratado en las actividades en clases.
4. Los ejercicios favorecen el desarrollo de al menos una habilidad matemática.
5. La redacción y lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas

Tabla 4.7: Resultados validación de laboratorio KA.

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	0	3
3	0	0	0	3
4	0	0	0	3
5	0	0	0	3

En la Tabla 4.7 se observan los resultados de la validación del laboratorio de KA donde todos los indicadores recibieron la máxima valoración.

Tabla 4.8: Comentarios en validación de laboratorio KA.

Validador	Comentarios
1	Buen material.
2	Creo que este es el gran fuerte de la propuesta didáctica, ¡muy bien planteado!
3	

En la Tabla 4.8 se observan los comentarios de los validadores, donde los expertos 1 y 2 aprueban el planteamiento del laboratorio de KA.

4.1.5 Validación de Olimpiadas Trigonométricas

Esta sección considera la validación del diseño de las Olimpiadas Trigonométricas sujeto a ciertos aspectos. La Tabla 4.9 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. La actividad promueve el trabajo colaborativo.
2. La complejidad de las preguntas es acorde al nivel de segundo medio.
3. Los ejercicios propuestos son apropiados para el tiempo a disposición (según cada clase)
4. El contenido abordado en los ejercicios es acorde a lo tratado en las actividades en clases.
5. Los ejercicios favorecen el desarrollo de al menos una habilidad matemática.
6. La redacción y el lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.

Tabla 4.9: Resultados validación de Olimpiadas Trigonométricas.

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	0	3
3	0	0	0	3
4	0	0	0	3
5	0	0	0	3
6	0	0	0	3

En la Tabla 4.9 se observan los resultados de la validación de Olimpiadas Trigonométricas, donde todos los indicadores recibieron la máxima valoración.

Tabla 4.10: Comentarios en validación de Olimpiadas trigonométricas.

Validador	Comentarios
1	Es necesario que los estudiantes realmente aprendan a trabajar en equipo, no solo dividiéndose tareas, sino que apoyándose unos a otros.
2	No hallo deficiencias.
3	

En la Tabla 4.10 se observan los comentarios de los validadores respecto a las Olimpiadas Trigonométricas, donde el validador 1 expresa que es una actividad que puede abrir una oportunidad para desarrollar el trabajo en equipo, no solo dividir tareas. Por otro lado, el validador 2 no halla deficiencias en la actividad.

4.1.6 Validación de evaluaciones

Esta sección considera la evaluación de los tipos de evaluación diseñados para la unidad. La Tabla 4.11 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. Las rúbricas están acorde a la estrategia utilizada para abordar la unidad temática.
2. El lenguaje y redacción de las rúbricas es claro y preciso.
3. Las dimensiones de las rúbricas de evaluación están de acuerdo al trabajo desarrollado por el estudiante.
4. Los niveles de desempeño reflejan el tipo de trabajo desarrollado por el estudiante.
5. Las rúbricas evalúan el continuo trabajo del estudiante durante el desarrollo de la unidad.
6. Las rúbricas de evaluación permiten observar las habilidades matemáticas que se esperan fomentar en la unidad temática.

Tabla 4.11: Resultados validación de evaluaciones.

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	0	3
3	0	0	0	3
4	0	0	0	3
5	0	0	0	3
6	0	0	0	3

En la Tabla 4.11 se observan los resultados de la validación de las evaluaciones, donde todos los indicadores recibieron la máxima valoración.

Tabla 4.12: Comentarios en validación de evaluaciones

Validador	Comentarios
1	Material claro, detallado y preciso en lo que se desea evaluar.
2	Me parece que la forma en que se integran los cuadros de resumen a la carpeta juegan un papel fundamental en el trabajo continuo de los y las estudiantes.
3	

En la Tabla 4.12 se observan los comentarios de los validadores respecto a las evaluaciones, donde el validador 1 expresa que el material es preciso en lo que se desea evaluar, y el validador 2 reconoce que la integración de los cuadros de resumen en el portafolio es fundamental para el trabajo continuo de los y las estudiantes.

4.1.7 Validación de orientaciones al docente

Esta sección considera la utilidad de las orientaciones al docente sujeto a ciertos aspectos. La Tabla 4.13 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. Resultan ser suficientes para llevar a cabo la implementación de la propuesta en el aula
2. El lenguaje y redacción es claro y no permite interpretaciones erróneas.
3. Facilitan el rol de guía del docente para el trabajo que realizan los estudiantes
4. Incluyen material de apoyo en K.A que ayuden a trabajar los indicadores de logro que no han alcanzado los estudiantes, respecto a cada OA.
5. Incluyen material de apoyo en K.A que ayuden a trabajar las habilidades menos desarrolladas según los indicadores de logro señalados en cada OA.

Tabla 4.13: Resultados validación de orientaciones al docente

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	0	3
3	0	0	0	3
4	0	0	0	3
5	0	0	0	3

En la Tabla 4.13 se observan los resultados de la validación de las orientaciones al docente que se encuentran en las guías, donde todos los indicadores recibieron la máxima valoración.

Tabla 4.14: Comentarios en validación de orientaciones al docente.

Validador	Comentarios
1	Las orientaciones son bastante claras y precisas. Fáciles de utilizar.
2	No hallo deficiencias.
3	

En la Tabla 4.14 se observan los comentarios de los validadores respecto a las orientaciones al docente en las guías de actividad, donde el validador 1 expresa que las orientaciones son claras y precisas y, el validador 2 expresa que no encuentran deficiencias en ellas.

4.1.8 Validación del uso de plataforma virtual Khan Academy

Esta sección considera la validación del uso de la plataforma virtual Khan Academy. La Tabla 4.15 muestra un resumen de los datos obtenidos en esta sección de validación en relación a:

1. La plataforma virtual es de fácil acceso e inscripción.
2. La plataforma virtual tiene un diseño agradable como plataforma de enseñanza.
3. El material a disposición es accesible y de fácil localización.
4. La plataforma virtual favorece un monitoreo constante al trabajo de los estudiantes.
5. La plataforma educativa cuenta con las herramientas necesarias para incentivar el trabajo individual.
6. La forma de uso de la plataforma virtual es simple de entender y está libre de interpretaciones erróneas.

Tabla 4.15: Resultados validación del uso de plataforma virtual Khan Academy.

Indicador	Insuficiente	Básico	Suficiente	Óptimo
1	0	0	0	3
2	0	0	1	2
3	0	0	0	3
4	0	0	1	2
5	0	0	0	3
6	0	0	0	3

En la Tabla 4.15 se observan los resultados de la validación del uso de la plataforma virtual Khan Academy, donde todos los indicadores recibieron la máxima valoración exceptuando los indicadores 2 y 4 de parte del evaluador 3, valorando estos como “suficiente”.

Tabla 4.16: Comentarios en validación del uso de plataforma virtual Khan Academy.

Validador	Comentarios
1	Plataforma fácil de utilizar, clara y didáctica.
2	Khan Academy me parece una gran herramienta y de continua mejora, apropiada para diversos niveles de dificultad y variados contextos.
3	Hay que familiarizarse mucho antes de poder utilizarla óptimamente, por ello los dos aspectos satisfactorios. Además, hago una comparación con UMÁXIMO, que es la plataforma que usamos en el establecimiento donde trabajo.

En la Tabla 4.16 se observan los comentarios de los validadores en relación al uso de la plataforma virtual Khan Academy, donde se reconoce que es una plataforma de fácil uso, pero para utilizarla en forma óptima es necesario familiarizarse con su uso. Además, se visualiza que su uso es apropiado para diversos niveles de dificultad y distintos contextos.

4.2 Opinión

Finalmente, en esta sección se presenta la opinión y apreciaciones de los validadores referente a la propuesta didáctica. Las cuales se abarcan mediante tres preguntas, una de carácter opcional y, un espacio para apreciaciones finales si los validadores lo consideran necesario.

La primera pregunta corresponde a: ¿Qué adaptaciones harías a la secuencia didáctica y/o material? Las respuestas se muestran en la Tabla 4.17.

Tabla 4.17: Respuestas primera pregunta de opinión.

Validador	Respuesta
1	<p>La secuencia didáctica está clara y precisa, solo sugiero acercar un poco al lenguaje de los jóvenes de II medio, específicamente en algunas indicaciones de las guías.</p> <p>En cuanto al formato de ella, las líneas segmentadas de los recuadros distraen y el estudiante puede perder en algunos momentos el foco de la actividad.</p>
2	<p>Me agradecería que se integraran visiones interdisciplinarias con las demás asignaturas en los contenidos que lo hagan posible.</p> <p>Por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none">• En la actividad de la bandera de Nepal se podría hablar previamente con el profesor de Historia para que los estudiantes se hagan conscientes del trabajo colaborativo docente. <p>En la actividad de aplicaciones de la trigonometría se podría hablar previamente con el profesor de física con el mismo fin.</p>
3	<p>Ninguna, me parece que aborda los contenidos en forma secuencial y muy didáctica.</p>

La segunda pregunta correspondía a: ¿Crees que el uso de Khan Academy optimiza el tiempo invertido en la aplicación del contenido? ¿Cómo? Las respuestas se muestran en la Tabla 4.18.

Tabla 4.18: Respuestas segunda pregunta de opinión.

Validador	Respuesta
1	<p>El uso de esta aplicación puede ser complementaria al aprendizaje que va desarrollando en forma grupal cada actividad. Es necesario el buen uso de este recurso tanto del docente como del estudiante.</p>
2	<p>Sí, puesto que la plataforma tiene gran diversidad de ejercicios, además en la misma se puede supervisar el trabajo por parte de la o el estudiante.</p>
3	<p>Por supuesto que favorece la adquisición del contenido por parte de los alumnos, debido a la práctica y además que para usar la plataforma es de carácter individual y autónomo.</p>

La tercera pregunta de carácter opcional corresponde a: Según lo señalado en la propuesta, ¿utilizaría esta metodología en sus clases de trigonometría? Las respuestas se muestran en la Tabla 4.19.

Tabla 4.19: Respuestas tercera pregunta de opinión (opcional).

Validador	Respuesta
1	
2	La usaría en caso de tener gran cantidad de horas no lectivas, ya que requiere de gran trabajo fuera del aula.
3	Si, y además implementaría salidas a terreno (patio, cancha, gimnasio) y aplicaría lo aprendido.

Por último, se destina un espacio para apreciaciones finales que también son opcionales para el validador. Las respuestas se muestran en la Tabla 4.20.

Tabla 4.20: Apreciaciones finales (opcional)

Validador	Respuesta
1	
2	Me parece muy bien hecha la propuesta, la usaría de todas formas. Sin embargo, dado el contexto educacional me gustaría que señalaran una versión sintetizada la cual la cantidad de clases se pueda reducir, Por ejemplo, señalar qué clases se podría prescindir o qué par de clases se podrían unir en una, con el fin de fijar qué clases son ELEMENTALES a realizar.
3	Me pareció una propuesta interesante, planificar actividades para las clases y el uso de la plataforma como apoyo.

4.2 Cambios del material didáctico

Basándose en las evaluaciones recibidas por los expertos, la mayoría de las secciones fueron validadas como “Suficiente” y “Óptimo”. Sin embargo, con el objetivo de mejorar la propuesta didáctica, se consideraron los comentarios emitidos por los expertos en relación a materiales didácticos que deben ser modificados, resumiendo los principales cambios en la Tabla 4.21.

Tabla 4.21: Cambios del material didáctico

Material didáctico	Detalle de cambios
Guía de actividad 1	<ul style="list-style-type: none">• Cambio en la pregunta a) de la actividad 2.2, el objetivo del cambio es especificar la ubicación de los ángulos dados.• Cambio en la cantidad de cuadrados cortados en la parte 3 de la actividad debido a que parecía excesivo la cantidad de cuadrados anteriormente.
Guía de actividad 4	<ul style="list-style-type: none">• Cambio en la Orientación al docente de la pregunta 3, donde se agregó un video explicativo de lo que es un mapa mental, por un posible no conocimiento de lo que es este tipo de diagrama.
Guía de actividad 8	<ul style="list-style-type: none">• Cambio en la primera indicación de la actividad 1 de la guía, donde ahora se especifica un intervalo en el radio de la circunferencia que se construye.
Cuadros de resumen	<ul style="list-style-type: none">• Cambio en las líneas segmentadas de las tablas, por líneas rectas.

Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones con respecto al desarrollo de la propuesta didáctica para la enseñanza del contenido de trigonometría para propiciar el OA 8 y OA 9 de la asignatura de matemática para segundo medio, en el marco del currículum nacional vigente. Este análisis se basa principalmente en el grado de cumplimiento de los objetivos establecidos, la opinión de los expertos y las proyecciones, correspondientes de la elaboración de una propuesta para la enseñanza de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente y su aplicación en diversos contextos, la cual fue confeccionada articulando clases presenciales que tienen el objetivo de desarrollar habilidades matemáticas por medio de guías de actividad originales elaboradas especialmente para la propuesta, con el trabajo asignado en la plataforma virtual educativa Khan Academy, enfocado a la aplicación de los contenidos abordados.

En relación al grado de cumplimiento de los objetivos establecidos

El objetivo general de este Seminario de Grado corresponde a diseñar una propuesta de enseñanza que utilice la plataforma virtual Khan Academy para aumentar las oportunidades de aprendizaje y enriquecer la gestión docente en la unidad de trigonometría de segundo medio. Para ello, era necesario abordar un marco teórico de referencia que explicara como se entrelazan la educación con el uso de TIC y, finalmente, diseñar y validar con expertos la propuesta didáctica. A continuación, se analizan los objetivos integrados:

El primer objetivo consiste en: *Explorar recursos y herramientas de gestión del sitio Khan Academy (KA), características, propósitos, ventajas y desventajas para proponer posibles usos educativos en el currículum de matemática de segundo medio.* Este objetivo fue logrado, ya que efectivamente se realizó la exploración de la plataforma virtual para determinar las posibilidades que ofrece a partir de los recursos y herramientas que cuenta. Dentro de ellos podemos mencionar, la facilidad para realizar el registro, ya que solo se requiere de un computador y acceso a internet, debido a que Khan Academy es un sitio sin fines de lucro que solo tiene la finalidad de ofrecer educación de calidad a cualquier persona en cualquier lugar. Es una plataforma que organiza los contenidos de distintas asignaturas como matemática, biología, química, entre otros, dirigidos a estudiantes de enseñanza primaria y secundaria, permitiendo así, un fácil acceso al contenido de interés y a diversos recursos, como vídeos instructivos, ejercicios de práctica, panel de aprendizaje personalizado y, adherido a lo anterior, también permite el monitoreo constante de un tutor. Lo anteriormente mencionado ofrece al estudiante la posibilidad de apropiarse del conocimiento sin necesidad de contar con un profesor, también permite el aprendizaje mediante el “ensayo y error”, dado que la plataforma considera los errores e intenta

aclararlos por medio de vídeos instructivos y/o explicaciones detalladas, facilitando el aprendizaje que se realiza de forma individualizada según los requerimientos de cada estudiante. No obstante, Khan Academy no permite el desarrollo a cabalidad de cada habilidad matemática para abarcar la unidad de trigonometría de segundo medio, por lo que existe la necesidad de articular el uso de la plataforma con clases presenciales que permitieran reparar los vicios que genera cada modalidad.

El segundo objetivo consiste en: *Diseñar una propuesta de gestión de aprendizaje con el uso educativo de las herramientas de KA que integre la participación colaborativa de profesores y estudiantes, centrada en la unidad de trigonometría de segundo medio perteneciente al currículum actual.* Este objetivo requería determinar cómo es un uso óptimo a partir de la plataforma Khan Academy, el cual fue logrado ya que se destinó como recurso para desarrollar la habilidad matemática de resolver problemas de los distintos contenidos que son trabajados en clases, los cuales están relacionados con los OA 8, OA 9 y los respectivos indicadores de logro. La gestión de Khan Academy consiste en establecer ejercicios de práctica de carácter obligatorio para los estudiantes, junto con otros ejercicios que son considerados como complementarios, los cuales se asignan si en el desarrollo de las guías de actividades, el docente o los alumnos manifiestan dificultades con ciertos aprendizajes, los cuales son detallados en las indicaciones al docente y además, lo anterior se detalla en la Tabla 3.2 correspondiente a la secuencia didáctica de Khan Academy, donde el docente puede acceder de forma directa a los ejercicios sugeridos en cada clase. Cabe mencionar que los ejercicios complementarios al igual que los asignados están sujetos a cambio, de acuerdo a las necesidades que el docente pueda determinar según el contexto en el cual se implemente la propuesta, por tanto, se aconseja al docente revisar el material que provee la plataforma e ir asignando según se considere pertinente.

Además de la asignación de ejercicios en la plataforma, también resulta necesario evaluar el trabajo que realiza el estudiante en la plataforma, considerándose el tiempo que dedica además del porcentaje de logro, entre otros. Para lo cual, se ha elaborado una rúbrica de Khan Academy en la que es considerado el proceso que ha vivenciado el estudiante a través de la plataforma, debido a que se ha intencionado para ser un apoyo en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El tercer objetivo consiste en: *Elaborar guías de actividades, cuadros de resumen y olimpiadas trigonométricas que permitan a los estudiantes desarrollar habilidades matemáticas en el contexto de la trigonometría.* Este objetivo fue logrado, ya que efectivamente se elaboraron los materiales didácticos mencionados. Las guías de actividades fueron creadas con motivo de orientar el trabajo de los estudiantes en las clases presenciales. Dichas guías han sido destinadas a trabajar distintas habilidades matemáticas que se relacionan con el contenido de trigonometría, además de que mayoritariamente se enfocan en el trabajo en parejas/tríos y en puestas en común que son mediadas y conducidas por el docente. Se ha privilegiado el trabajo en grupo, por motivo de

propiciar la capacidad de los estudiantes para argumentar y comunicar frente a sus pares, fomentando el análisis para lograr manejar y extrapolar lo aprendido para aplicar este conocimiento a circunstancias tanto dentro como fuera del aula. Siendo lo anterior, aquello que ha dificultado el desempeño de los estudiantes chilenos en la prueba del programa PISA, dado que obtiene un puntaje bajo la media de los países participantes.

También se realizó la elaboración de cuadros de resumen, los que tienen el objetivo de sintetizar lo más relevante del contenido abordado en cada una de las clases presenciales para que el estudiante tenga fácil acceso a ellas, permitiendo una optimización en sus tiempos de estudio. La elaboración de los cuadros por parte de los estudiantes se organizará en el portafolio de evidencia, en el cual se considera que el estudiante incorpore todos los cuadros de resumen con sus respectivas respuestas.

Por último, se elaboraron olimpiadas trigonométricas, las cuales tienen el objetivo de que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas como modelar, utilizando lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos; argumentar y comunicar a partir de la descripción de relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. Resolver problemas utilizando diversas estrategias como simplificar el problema, buscar patrones, entre otros. Además de lo mencionado anteriormente, se intencionan para que el estudiante desarrolle una actitud positiva para trabajar en grupo, optimizar los tiempos de trabajo, delegar funciones a cada integrante del equipo, las cuales deben ser desarrolladas con responsabilidad y respeto al trabajo de los pares. Para evidenciar el cumplimiento de los objetivos planteados para esta actividad se utiliza un sistema de puntos acorde al nivel de logro en el desarrollo de los distintos problemas planteados en cada sesión.

El cuarto objetivo consiste en: *Elaborar rúbricas de evaluación que permitan a los docentes evaluar el trabajo realizado por los estudiantes en las clases presenciales y en Khan Academy durante la implementación de la propuesta didáctica.*

Este objetivo fue logrado, dado que efectivamente se elaboraron rúbricas de evaluación que a partir de sus respectivas dimensiones engloba los aspectos que son relevantes del trabajo de los estudiantes en la implementación de la propuesta didáctica, respaldada por los expertos a raíz de comentarios favorables en relación a la estructura y objetividad de los instrumentos de evaluación.

Son dos los tipos de rúbricas creadas, una es correspondiente a la evidencia de las clases presenciales, la que incorpora los materiales didácticos diseñados para la propuesta, los que corresponden a las guías de actividad y los cuadros de resumen. La otra es correspondiente al

trabajo sistemático realizado en la plataforma virtual Khan Academy, considerando el tiempo empleado, y el estado de avance y logro de los objetivos asignados en ella.

El quinto objetivo consiste en: *Elaborar indicaciones al docente que faciliten la implementación de la propuesta didáctica*. Este objetivo fue logrado, dado que se elaboró un material de apoyo a los docentes que facilita su rol de guía en las actividades planteadas, en el cual se consideró las sugerencias de los profesores correctores en el segundo estado de avance del Seminario de Grado con el fin de potenciar la accesibilidad a la propuesta didáctica. Además, se presenta material de apoyo en la plataforma Khan Academy para abordar posibles complicaciones por habilidades menos desarrolladas o dificultades en el manejo del contenido, destinado a los indicadores de logro trabajados en la unidad de Trigonometría y a unidades de años anteriores.

El sexto objetivo consiste en: *Validar la propuesta didáctica a través de la opinión de expertos*. Este objetivo fue logrado por medio de las apreciaciones y opiniones de validadores, en cada uno de los indicadores de las secciones que componen la elaboración de la propuesta didáctica.

En relación a la opinión de expertos

En términos generales, los resultados de las encuestas de validación realizadas por los expertos, evidencian que la totalidad de los indicadores propuestos presentan valoraciones entre los valores asignados S y O en la escala de Likert, donde se aprecia que los expertos consideran “suficiente” u “óptimo” la articulación entre la plataforma virtual KA y el trabajo en clases, y la manera de evaluar todo el proceso de aprendizaje, cumplen con nuestras expectativas, logrando posicionar a Khan Academy como una herramienta de apoyo para la enseñanza de matemática dentro del contexto de la educación Chilena.

Aun así, las opiniones de los expertos evidenciaron detalles a corregir en ciertos puntos, como dificultad elevada en ciertas guías de actividad, dinámicas que podrían ser desarrolladas en una cantidad de tiempo inferior al establecido e incluso distractores dentro de la estética de las guías de actividades, las cuales fueron consideradas con la finalidad de pulir y mejorar la calidad del material elaborado de la propuesta didáctica. A su vez, los expertos manifestaron la necesidad de presentar una versión de propuesta didáctica que incluyera las clases fundamentales para implementar en la unidad didáctica, debido a que la extensión de la secuencia propuesta resulta abarcar una cantidad de horas pedagógicas superior a la que en realidad destinan los docentes, según el contexto educacional chileno.

En relación a la experiencia vivida como autores de la propuesta didáctica

La propuesta didáctica elaborada consiste en dieciocho clases, las cuales se implementan con el uso de distintos materiales didácticos e indicaciones al docente que orientan cómo el estudiante debe realizar la complementación de la plataforma virtual y el material elaborado para las clases presenciales. La opinión de los expertos y la constante revisión de los materiales diseñados, han permitido su optimización para que los estudiantes puedan desarrollar sus habilidades matemáticas bajo distintas herramientas puestas a su disposición, las cuales están enfocadas tanto al trabajo individual como grupal.

Una primera reflexión consiste en abordar el desafío que implica la inclusión de las herramientas TIC en la educación. Abandonando la idea de que el docente es el poseedor del conocimiento y que el proceso de enseñanza-aprendizaje solo es posible llevarlo a cabo en las aulas; ya que el uso de TIC permite el crecimiento de las comunidades de aprendizaje colaborativo, debido a que la tecnología cumple un rol de disminuir la brecha de tiempo y espacio en la comunicación de ellos, promoviendo que cada integrante pueda aportar ideas, buscar información, prácticas, por mencionar algunas, a través de distintos recursos tecnológicos. También genera que la educación sea considerada una responsabilidad colectiva y compartida por cada miembro de la sociedad, siendo opuesta a la actual idea de que solo las instituciones educativas son responsables del aprendizaje de los estudiantes.

Una segunda reflexión consiste en la búsqueda de nuevas estrategias para enseñar el contenido de trigonometría, debido a que implica un grado de abstracción que dificulta la comprensión de los estudiantes. Por motivo de lo mencionado anteriormente, suele ser la tónica destinar un tiempo inferior al contenido de geometría, ya que los contenidos son presentados a los estudiantes como el producto acabado de la actividad matemática, dejando de lado los procesos de construcción y razonamiento que permiten desarrollar un pensamiento matemático empírico-inductivo.

La búsqueda de nuevas estrategias no corresponde tan solo a incluir nuevas tecnologías y/o nuevos materiales didácticos, ya que, en sí, no resulta algo absoluto para llevar a cabo la actividad matemática. Resulta importante mencionar, que son un medio y no el fin de la matemática, por tanto, no debe centrar toda la atención de los estudiantes, debido a que existe la posibilidad de desplazar la reflexión matemática.

Una tercera reflexión surge al considerar la importancia del desarrollo de habilidades por sobre el manejo de contenidos. La práctica recurrente en las aulas chilenas se ha enfocado en hacer grandes esfuerzos por abarcar el extenso currículum, lo cual desemboca en que el estudiante no es capaz de manejar y extrapolar lo aprendido. Siendo las evaluaciones externas, como es el

caso de PISA, la cual da cuenta que los estudiantes no logran aplicar el conocimiento a circunstancias tanto dentro como fuera del aula, por tanto, resulta ser necesario que las estrategias que implementen los docentes faciliten a los estudiantes tomar un rol activo en su proceso de aprendizaje.

Finalmente, el trabajo realizado a lo largo de este Seminario de Grado resulta ser satisfactorio no solo desde el cumplimiento de objetivos, sino también desde el aspecto profesional, dado que nos permitió la creación de un material innovador, que se centra en un primer acercamiento que articule clases presenciales con el trabajo autónomo del estudiante por medio de una plataforma virtual, de tal forma que, el foco esté en el desarrollo de habilidades matemáticas por medio del trabajo individual y en grupo. Por último, consideramos que esta propuesta didáctica es un aporte hacia la comunidad docente, tanto en el contenido de trigonometría como en educación B-learning, por tanto, se hace la invitación a utilizar y mejorar esta nueva opción.

En relación a las proyecciones sobre la articulación de clases presenciales y el uso de la plataforma virtual Khan Academy

Si hablamos de proyecciones, debemos tener en consideración las limitantes que presenta la actual propuesta didáctica. Algunas de las sugerencias de mejora corresponden a:

- Disminuir la cantidad de clases, considerando aquellas que son elementales para implementar a cabalidad la propuesta didáctica. Lo anterior es consecuencia de la cantidad de horas de planificación que el docente dispone en la realidad, y los tiempos acotados dentro del aula, producto del extenso currículum que debe abarcar
- Adecuación del material según la necesidad pedagógica que presenten los estudiantes del proyecto de integración escolar.
- Implementar la propuesta didáctica en establecimientos educacionales, con el objetivo de mejorar los materiales de las clases, y evaluar utilidad en un espacio real de aprendizaje.

Considerando ciertas limitantes de la propuesta didáctica, podemos afirmar que una proyección de este Seminario de Grado es continuar enriqueciéndolo, ya sea mediante distintas herramientas que permitan al estudiante generar un acercamiento más concreto con la unidad de geometría, por ejemplo, incentivar el uso de Geogebra en ciertas actividades, con tal de optimizar tiempos de trabajo y permitir que el estudiante realice construcciones geométricas. En vista de lo anterior, surge la invitación a continuar buscando metodologías que permitan al estudiante tomar un rol más activo en aquellos contenidos que se eviten en el currículum nacional, con la finalidad de

finalizar con la tónica de los últimos años y, propiciar en los estudiantes un interés por la matemática y el quehacer matemático.

Referencias bibliográficas

Araya, R. (2000). Inteligencia matemática. *Santiago-Chile: Editorial Universitaria*, 11.

Barberá Cebolla, J. P., & Fuentes Augustí, M. (2012). Estudio de caso sobre las percepciones de los estudiantes en la inclusión de las TIC en un centro de educación secundaria. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 16(3), 285-305.

Barroso, J., & Llorente, M. C. (2006). La utilización de las herramientas de comunicación sincrónica y asincrónica para la teleformación. *Cabero, J.; Román, P.(coords). E-actividades. Un referente básico para la formación en Internet. Sevilla: Eduforma*, 215-231.

Bonilla, J. (2003). Políticas nacionales de educación y nuevas tecnologías: el caso de Uruguay. *Varios Autores (2003), Educación y nuevas tecnologías. Experiencias en América Latina, Buenos Aires, IPE-UNESCO*.

Burbules, N. C. (2012). El aprendizaje ubicuo y el futuro de la enseñanza. *Encounters on education*, 13.

Cárcamo Ulloa, L. R., & Nesbet Montecinos, F. A. (2008). Nativos Digitales Chilenos: Los jóvenes, al sur de la Internet. *Revista Latina de Comunicación Social*, 11(63). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/html/819/81912006003/>

Carneiro, R. (2009). Las TIC y los nuevos paradigmas educativos: la transformación de la escuela en una sociedad que se transforma. *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*, 15-28.

Carneiro, R., Toscano, J. C., & Díaz, T. (2009). Los desafíos de las TIC para el cambio educativo.

Casinelli, F (2017, 28 de Diciembre). Brecha de género en la PSU: Posibles razones y medidas para cambiar el escenario. 24 horas. Recuperado de <http://www.24horas.cl/admision-educacion-superior/brecha-de-genero-en-la-psu-posibles-razones-y-medidas-para-cambiar-el-escenario-2599666#>

Costadigital (centro PUCV). (2012). Experiencia Khan Academy Chile [AVI]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=70se9kHW3kw>

Crespo, L. V. (2010). La Educación Social y los Servicios Sociales en los procesos de desarrollo comunitario: revitalización del trabajo en red. *Pedagogía social: revista interuniversitaria*, (17), 137-148.

Díez Gutiérrez, E. J. (2012). Modelos socioconstructivistas y colaborativos en el uso de las TIC en la formación inicial del profesorado

Donoso, P., Rico, N., & Castro, E. (2016). CREENCIAS Y CONCEPCIONES DE PROFESORES CHILENOS SOBRE LAS MATEMÁTICAS, SU ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 20(2), 76-97.

Enlaces (2012). Enlaces, innovación y calidad en la era digital: 20 años impulsando el uso de las TIC en la educación. Recuperado de http://historico.enlaces.cl/tp_enlaces/portales/tpe76eb4809f44/uploadImg/File/PDF/publicaciones/mem2013_baja.pdf

Enlaces (s.f.) Historia. Recuperado de <http://www.enlaces.cl/sobre-enlaces/historia/>

Farah, G. V. (2005). La Resolución de Problemas en Matemáticas y el uso de las TIC: Resultados de un estudio en Colegios de Chile. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (19).

de Oca, E. G. M., Villanueva, R. S. L., & Maya, C. J. P. (2017). INTEGRACIÓN DE LAS TIC EN EL PROCESO EDUCATIVO. *CONSEJO DE REDACCIÓN*.

Gardner, H. (1994). Estructuras de la mente. *La teoría de las inteligencias múltiples*, 2.

Gil-Ariza, A. (2013). Enseñanza de Trigonometría en 4º de ESO, basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner.

Giné, C., Durán, D., Font, J. y Miquel, E. (Eds.)(2009). La educación inclusiva. De la exclusión a la plena participación de todo el alumnado. Barcelona: Horsori Editorial, pp. 182.

Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada.

International Commission on Education for the Twenty-first Century, & Delors, J. (1996). *La Educación encierra un Tesoro: Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI. Compendio*. Santillana.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones* (Vol. 3). Libros del Zorzal

Lebrija, A., Flores, R. D. C., & Trejos, M. (2010). El papel del maestro, el papel del alumno: un estudio sobre las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de matemáticas en Panamá. *Educación matemática*, 22(1), 31-55.

Mineduc (2012) Primeros resultados SIMCE TIC 2011. Recuperado de: <http://portales.mineduc.cl/usuarios/mineduc/doc/201204051559240.PPTRESULTADOSSIMCETIC2011.pdf>. Santiago

Mineduc (2014). Informe técnico Simce 2014. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/InformeTecnicoSimce_2014.pdf. Santiago

Mineduc (2015). Nuevas Bases Curriculares 7° básico a 2° medio. Santiago

Mineduc (2016). Programa de Estudio Matemática Segundo medio. Recuperado de http://www.curriculumnacional.cl/614/articles-34360_programa.pdf

OCDE/CEPAL/CAF (2016), *Perspectivas económicas de América Latina 2017: Juventud, competencias y emprendimiento*, OECD Publishing, Paris. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1787/leo-2017-es>

Onrubia, J., Rochera, M. J., & Barberá, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. *Coll, C. Palacios, J. y Marchesi, A.*

Papert, S. (1995). *La máquina de los niños: Replantearse la educación en la era de los ordenadores*. Paidós.

Perrenoud, P. (2005). Diez nuevas competencias para enseñar. *Educatio Siglo XXI*, 23, 223-229.

Rodríguez, J., Light, D., & Pierson, E. (2014). Khan Academy en Aulas Chilenas: Innovar en la enseñanza e incrementar la participación de los estudiantes en matemática.

Rodríguez, R. (2016). El uso del portal KhanAcademy como Recurso Educativo Abierto en una clase de Matemáticas. *VIRTUalis*, 6(12), 132-155.

Senge, P., Cambron-McCabe, N., & Lucas, T. I. M. O. T. H. Y. (2002). *Escuelas que aprenden*. Bogotá: Norma.

Torregrosa, G., & Callejo, M. L. (2011). *Procesos matemáticos en la educación secundaria. Matemáticas. Complementos de formación disciplinar*", ISBN, 978-84.

Trucano, M. (2005). *Knowledge Maps: ICT in Education*. Washington, D.C.: InfoDev/World Bank.

UNESCO (2006). *La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Sistemas Educativos*. Recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001507/150785s.pdf>

Zapata-Ros, M. (2012). *Evaluación de la calidad en entornos virtuales de aprendizaje: Entornos sociales de aprendizaje-zapata*. pdf. *Evaluación de la calidad en entornos virtuales de aprendizaje*. Recuperado el 24/11/2017 de <http://www.um.es/ead/red/29/>

Apéndice

En este apartado se muestra el material elaborado y utilizado en la propuesta didáctica. El orden seguido en el apéndice es el que se detalla a continuación:

Apéndice 1: Evaluación de la unidad didáctica

Apéndice 2: Guías de actividad

Apéndice 3: Orientaciones al docente

Apéndice 4: Cuadros de resumen

Apéndice 5: Encuesta de validación

Apéndice 1: Evaluación en la unidad didáctica

Apéndice 1.1: Rúbrica para portafolio de evidencia

RÚBRICA PARA PORTAFOLIO DE EVIDENCIA

Nombre:	
Fecha de entrega:	
Unidad temática:	
Objetivo:	

Dimensiones	Niveles de desempeño				PTJE
	Sobresaliente 4 puntos	Notable 3 puntos	Aprobado 2 puntos	Insuficiente 0 puntos	
Presentación	<p>Trabajo se presenta fijado en una carpeta (ya sea con corchetes, anillado o en hojas perforadas) de manera limpia y ordenada.</p> <p>Respetar márgenes y dimensiones de la hoja.</p> <p>Desarrollo matemático y respuestas a las preguntas estén escritos de forma clara, con tamaño legible dentro de los márgenes de la hoja.</p>	<p>Cumple con dos aspectos:</p> <p>Trabajo se presenta fijado en una carpeta (ya sea con corchetes, anillado o en hojas perforadas) de manera limpia y ordenada.</p> <p>Respetar márgenes y dimensiones de la hoja.</p> <p>Desarrollo matemático y respuestas a las preguntas estén escritos de forma clara, con tamaño legible dentro de los márgenes de la hoja.</p>	<p>Cumple con un aspecto:</p> <p>Trabajo se presenta fijado en una carpeta (ya sea con corchetes, anillado o en hojas perforadas) de manera limpia y ordenada.</p> <p>Respetar márgenes y dimensiones de la hoja.</p> <p>Desarrollo matemático y respuestas a las preguntas estén escritos de forma clara, con tamaño legible dentro de los márgenes de la hoja.</p>	<p>No cumple aspectos:</p> <p>Trabajo se presenta fijado en una carpeta (ya sea con corchetes, anillado o en hojas perforadas) de manera limpia y ordenada.</p> <p>Respetar márgenes y dimensiones de la hoja.</p> <p>Desarrollo matemático y respuestas a las preguntas estén escritos de forma clara, con tamaño legible dentro de los márgenes de la hoja.</p>	

Contenido (Guías)	El portafolio contiene las guías correspondientes a cada clase con el desarrollo respectivo y las correcciones por cada actividad.	El portafolio contiene las guías correspondientes a cada clase con el desarrollo respectivo de algunas incompleto en algunas o correcciones por cada actividad.	El portafolio contiene algunas de las guías correspondientes a cada clase con el desarrollo respectivo o correcciones por cada guía	El portafolio contiene algunas de las guías correspondientes a cada clase con algunos de los desarrollos respectivos o correcciones por cada guía	
Contenido (cuadro de resumen)	El portafolio contiene los cuadros de resumen correspondientes a cada actividad, con la síntesis y/o resumen indicado en cada pregunta.	El portafolio contiene los cuadros de resumen correspondientes a cada actividad, con al menos uno y máximo dos síntesis y/o resúmenes sin realizar.	El portafolio contiene algunos de los cuadros de resumen correspondientes a cada actividad, con al menos uno y máximo dos síntesis y/o resúmenes sin realizar.	El portafolio contiene algunos de los cuadros de resumen correspondientes a cada actividad, con al menos tres síntesis y/o resúmenes sin realizar.	
Organización	Las guías están ordenadas según la secuencia lógica y congruente del desarrollo de la unidad.	Una guía no está ordenada según la secuencia lógica y congruente del desarrollo de la unidad.	Entre 2 y 5 guías no están ordenadas según la secuencia lógica y congruente del desarrollo de la unidad.	Más de 5 guías no están ordenadas según la secuencia lógica y congruente del desarrollo de la unidad.	
Puntualidad	Entrega el portafolio de evidencia al inicio de la clase en que es solicitado.	Entrega el portafolio de evidencia en el desarrollo de la clase en que es solicitado.	Entrega el portafolio de evidencia en el cierre de la clase en que es solicitado	Entrega el portafolio de evidencia a partir del día siguiente que es solicitado	

TOTAL OBTENIDO

Observaciones

Apéndice 1.2: Rúbrica para evaluación de Khan Academy

RÚBRICA PARA EVALUACIÓN DE KHAN ACADEMY

Nombre:	
Fecha de entrega:	
Unidad temática:	
Objetivo:	

Dimensiones	Niveles de desempeño				PTJE
	Sobresaliente 4 puntos	Notable 3 puntos	Aprobado 2 puntos	Insuficiente 0 puntos	
Tiempo	El estudiante emplea más de 3 horas a la semana para el desarrollo de las actividades de K.A.	El estudiante emplea entre 2 a 3 horas a la semana para el desarrollo de las actividades de K.A.	El estudiante emplea entre 1 y menos de 2 horas a la semana para el desarrollo de las actividades de K.A.	El estudiante emplea menos de 1 hora a la semana para el desarrollo de las actividades de K.A.	
Actividades mínimas	El estudiante tiene el 100% de las tareas mínimas asignadas completadas.	El estudiante tiene entre el 75% y menos del 100% de las tareas mínimas asignadas completadas.	El estudiante tiene el 60% y menos del 75% de las tareas mínimas asignadas completadas.	El estudiante tiene menos del 60% de las tareas mínimas asignadas completadas.	
Actividades complementarias	El estudiante tiene el 100% de las tareas complementarias asignadas completadas	El estudiante tiene entre el 75% y menos del 100% de las tareas complementarias asignadas completadas	El estudiante tiene el 60% y menos del 75% de las tareas complementarias asignadas completadas.	El estudiante tiene menos del 60% de las tareas complementarias asignadas completadas.	

Desafío de dominio	El estudiante completa al 100% el desafío de dominio.	El estudiante completa entre el 75% y menos del 100% del desafío de dominio	El estudiante completa entre el 60% y menos del 75% del desafío de dominio	El estudiante completa menos del 60% del desafío de dominio.	
					TOTAL OBTENIDO

Observaciones

Apéndice 2: Guías de actividad

Apéndice 2.1: Guía de actividad clase 1: “Teorema de Pitágoras”

Instrucciones:

1. Formar parejas o tríos con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Determinar características generales de los triángulos.*
- *Reconocer que, con dos lados del Triángulo rectángulo dado, se puede calcular el tercer lado*
- *Verificar la validez del Teorema de Pitágoras por medio de la observación de los cuadrados respectivos encima de los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo.*

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- *Explicar procedimientos de soluciones propias, demostraciones de resultados y generalizaciones.*

Representar

- *Triángulos rectángulos*

Conceptos previos: *Área, Cuadrado, Características y clasificaciones de triángulo, Área de un triángulo.*

PARTE I: TRIÁNGULOS GENERALES

Antes de comenzar la actividad responda la siguiente pregunta:

1. Describe según tus pensamientos cuales son las características generales que presentan los triángulos y sus elementos.



Características generales de un triángulo:

Existen dos características de los triángulos que las analizaremos en las siguientes actividades:

2. 1) Lados

A continuación, se les presentan una serie de varitas de distintos tamaños con los cuales deberá intentar construir triángulos de distintos tamaños.

- a) ¿Cuántas varitas se necesitan para construir el triángulo? ¿Qué nombre se le puede dar a ésta?



- b) ¿Existe algún caso en que no se puede construir el triángulo? ¿Cuál?



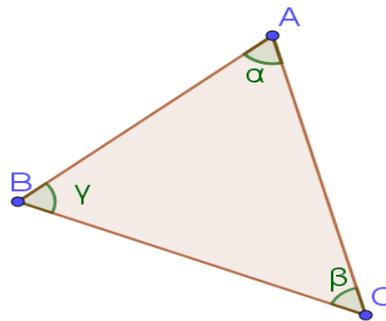
- c) Compare las diferencias entre los lados entre los triángulos que se pueden construir y los triángulos que no se pueden construir.



Conclusiones:

2. 2) Ángulos

En el triángulo de vértices A, B y C y de ángulos alpha, gama y beta respectivamente trace una recta de tal manera que pase por los puntos A y B, luego haz una recta que sea paralela a la recta \overline{AB} y que pase por el punto C.



Analice lo que va ocurriendo con los ángulos dentro de la figura. Recuerde siempre escribir en función de estos tres ángulos.

- a) ¿En qué vértices se ubican los ángulos, alpha y gama respectivamente?



- b) ¿Cuánto suman los tres ángulos?



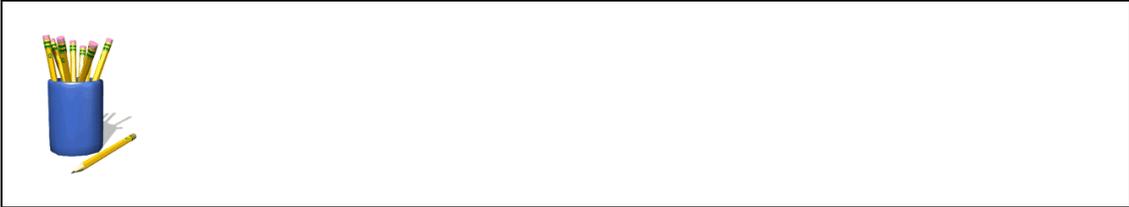
Conclusiones:

PARTE II: TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

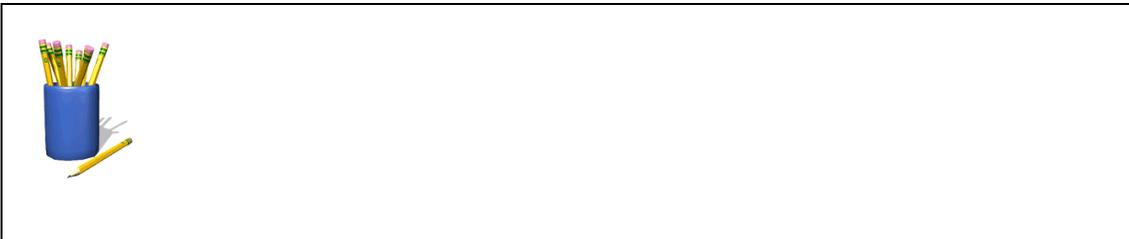
Ya conocidas las características generales de los triángulos generales, podemos adentrarnos a un teorema muy conocido en la geometría el cual es el teorema de

- Recorta las áreas de los lados que forman catetos y colóquelos sobre el área del cuadrado cuyo lado forma la hipotenusa del triángulo de tal manera que abarque la mayor cantidad de espacio posible.
- Explicar cómo ésta es la base del teorema.

a. ¿A qué conclusiones puede llegar con lo anterior?



b. ¿Cómo traducir lo anterior en una expresión matemática?



Apéndice 2.2: Guía de actividad clase 2: “Razones y proporciones”

Instrucciones:

1. Formar parejas o tríos con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica.*

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y Comunicar:

- *Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.*
- *Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.*

Representar:

- *Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas o situaciones familiares para resolver problemas*

Conceptos previos: Razones y proporciones

PARTE I: CONCEPTO DE RAZÓN

1. Por cada una de las siguientes situaciones, indica dos nuevas afirmaciones que se puedan deducir a partir de la información dada:

Situación 1: Por cada 1 cm de altura que tiene el edificio en la maqueta, en la realidad son 10 m.	
 1.	
 2.	

Situación 2: Por cada 0,5 cm de ancho que tiene el rectángulo, 2 cm son de largo.	
<p>1.</p> 	
<p>2.</p> 	

2. A partir de las siguientes situaciones, determina:

I. La siguiente imagen muestra el dibujo de un árbol a escala. Las medidas reales del árbol son: Altura 8,25 m y ancho 3,75 m

	<p>a. ¿A qué escala fue dibujado el árbol?</p> 	<p>b. Considerando las medidas reales del árbol, si el ancho del dibujo es 25 (cm), ¿cuál es la altura que tendría según la nueva escala?</p> 
--	---	---

II. La razón entre la base y la altura de un triángulo isósceles es 2:3.

<p>a. Si la base mide 3,5 cm, ¿cuánto mide la altura del triángulo?</p> 	<p>b. Dibuja el triángulo según los valores obtenidos en a)</p> 
---	---

III. Con un cable rojo de 50 m se quiere conseguir un polígono semejante a otro polígono construido con cable verde de 90 m de largo.

<p>a. ¿Cuál es la razón de los perímetros de los polígonos?</p> 	<p>b. Si un lado del polígono construido con cable verde mide 5 m, ¿cuánto mide el lado homólogo del polígono construido con el cable rojo?</p> 
<p>c. ¿Es correcto afirmar que son homólogos un lado del polígono construido con cable rojo que mide 3 m con uno del cable verde que mide 8 m? Justifica.</p> 	

A MODO DE SÍNTESIS

En cada situación de la actividad anterior, hemos aplicado lo que se conoce como el concepto de *razón*. Por tanto, a modo de conclusión ¿Cómo se interpreta una razón y como se pueden escribir?



PARTE II: CONCEPTO DE PROPORCIÓN



A la igualdad de dos razones se le llama *proporción*.

En geometría, el concepto de proporción es posible aplicarlo en el:

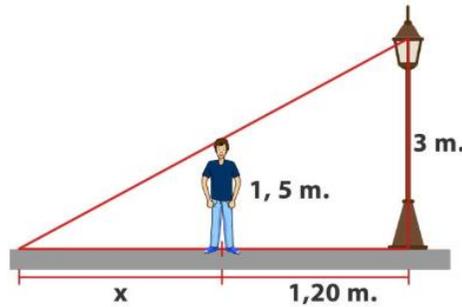
Teorema de Thales



El teorema de Thales se refiere a la proporcionalidad que se puede establecer entre las longitudes de los trazos que determinan la intersección de al menos dos rectas paralelas con los lados de un ángulo.

3. A partir de lo descrito anteriormente, considera la siguiente situación:

- I. Matías mide 1,50 (m) de altura, se encuentra a 1,20 (m) de un poste que tiene encendida su luminaria a 3 (m) del suelo, como se muestra a continuación:



a. Si Matías proyecta una sombra que mide x (m), ¿Cuál es la proporción que existe entre la sombra que proyecta Matías y el poste de luz?



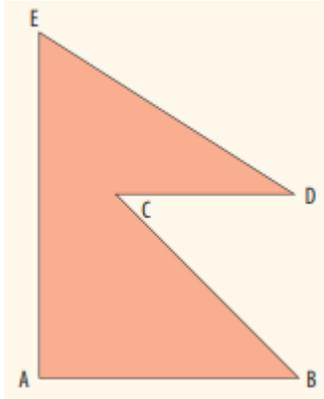
b. De acuerdo a lo anterior, ¿Cuál es el largo de la sombra que proyecta Matías?



4. **Actividad propuesta**

No todas las banderas del mundo son rectangulares, existen tres que tienen una forma que la diferencia del resto. Dos de ellas, Suiza y Vaticano, son cuadradas, mientras que la bandera de Nepal, tiene una forma muy particular, que representa los montes Himalayas como puedes observar a continuación.

La bandera de Nepal se construye con la siguiente forma.



1. Cada integrante construirá una bandera de Nepal sobre una hoja de manera que su lado inferior (AB) mida 12 cm.

a) ¿Las banderas que construyeron son iguales?, de no ser así, ¿qué las diferencian?



b) Comparen sus banderas con las de otros compañeros. ¿Cuáles son las diferencias? (Analice las características de la figura)



2. Las instrucciones para construir la bandera de Nepal se encuentran en el artículo 5 de su Constitución política, donde se escribe paso a paso cómo hacerlo.

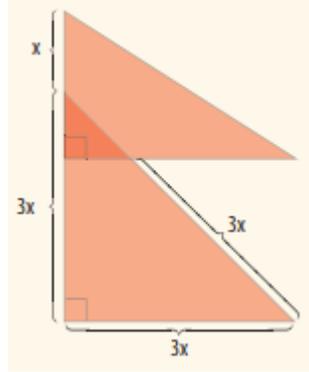
a) ¿Qué datos creen que son necesarios para construir una bandera como esta? ¿Cuáles solicitarían ustedes? Justifiquen.



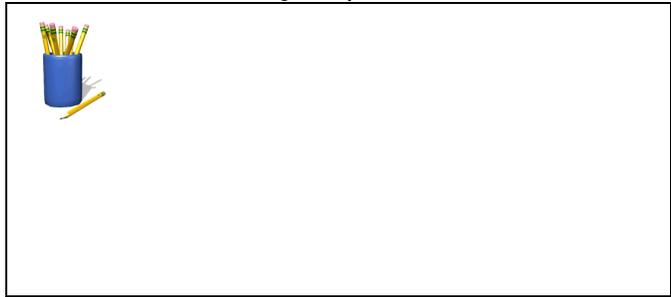
b) Si alguien dice que la bandera está “mal construida”, ¿en qué aspectos se fijarían para determinarlo? Justifiquen.



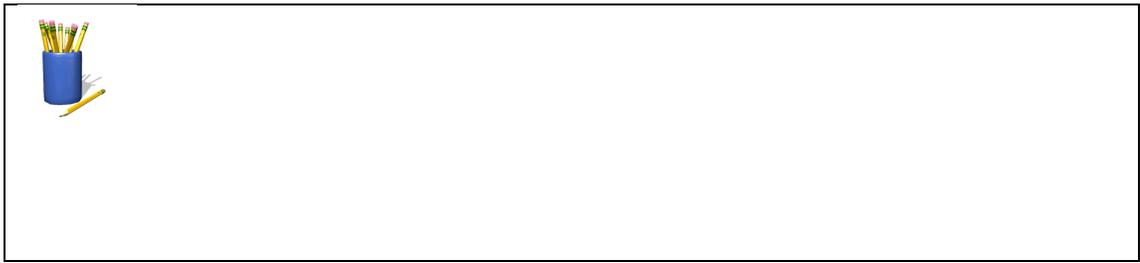
3. Las instrucciones indicadas en la Constitución son las siguientes:



- a) Construyan, cada uno, una bandera con estas instrucciones y distintos valores de x
- b) ¿Qué tienen en común las banderas construidas? ¿En qué se diferencian?



c) Imaginen como darle instrucciones a alguien para que construya la bandera, pero por teléfono. ¿Cómo lo harían?



Apéndice 2.3: Laboratorio de KA – clase 3

Esta clase se planifica y organiza según el primer levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 1 y 2.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 2.4: Guía de actividad clase 4: “Criterios de semejanza de triángulos”

Instrucciones:

1. Formar parejas o tríos con tus compañeros.
2. Debes disponer de los siguientes materiales: Regla, transportador y tijeras.
3. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
4. Justifica cada respuesta según corresponda.
5. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Demostrar que comprenden el concepto de semejanza de figuras geométricas sin necesidad de conocer todas sus medidas.*
- *Determinar criterios de semejanza.*

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar:

- *Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.*
- *Explicar generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.*

Conceptos previos: *Razón, proporcional, ángulos congruentes, semejante.*

1. Reúnanse en grupo y contesten las siguientes preguntas:

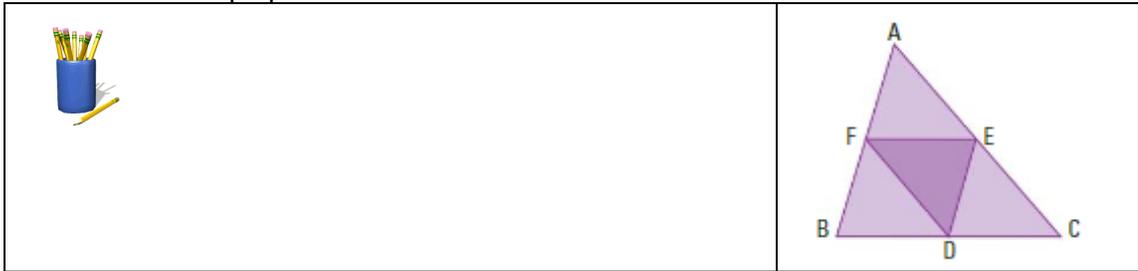
a) ¿Qué entienden por semejanza en figuras geométricas? Da un ejemplo.



b) ¿El concepto de semejanza es sinónimo de equivalencia y congruencia en figuras geométricas? ¿Por qué?



- c) Observe la imagen que está a continuación, si se sabe que los puntos D, E y F son puntos medios, y los lados \overline{FE} y \overline{BC} son paralelos, ¿podríamos afirmar que el ΔABC es equivalente, semejante o congruente al ΔDEF ? Explique.



2. Comparen en grupos sus respuestas y finalmente realicen una puesta en común junto con el profesor. Y a continuación toma apuntes acerca de qué debemos considerar para poder clasificar las figuras como equivalentes, semejantes y congruentes.

EQUIVALENTES	SEMEJANTES	CONGRUENTES
		

Cuando comparamos dos triángulos que son semejantes encontramos las siguientes características:

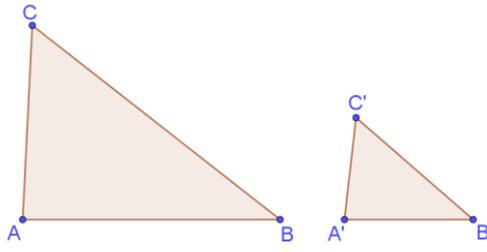
Lados proporcionales:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$$

Ángulos congruentes:

$$\angle A = \angle A' \quad \angle B = \angle B' \quad \angle C = \angle C'$$

A la razón entre los lados proporcionales se le conoce como *razón de semejanza* del triángulo.



Actividad

3. En la guía de trabajo está anexo un cuadro que contiene distintos triángulos para las distintas actividades en los cuales tendrás trabajar. Recórtalos y colócalos sobre la mesa.
- I. En la siguiente actividad solo tiene a su disposición un transportador a disposición. (Utiliza “Cuadro de triángulos 1”)

a. ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? ¿Por qué?



II. Ahora solo tienes a disposición una regla para poder medir. (Utiliza “Cuadro de triángulos 2”)

b. ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? ¿Por qué?



c. ¿Cuál es la razón de semejanza de los triángulos?



III. A continuación, solo tiene a disposición las medidas de algunos ángulos y lados (Utiliza “Cuadro de triángulos 3”)

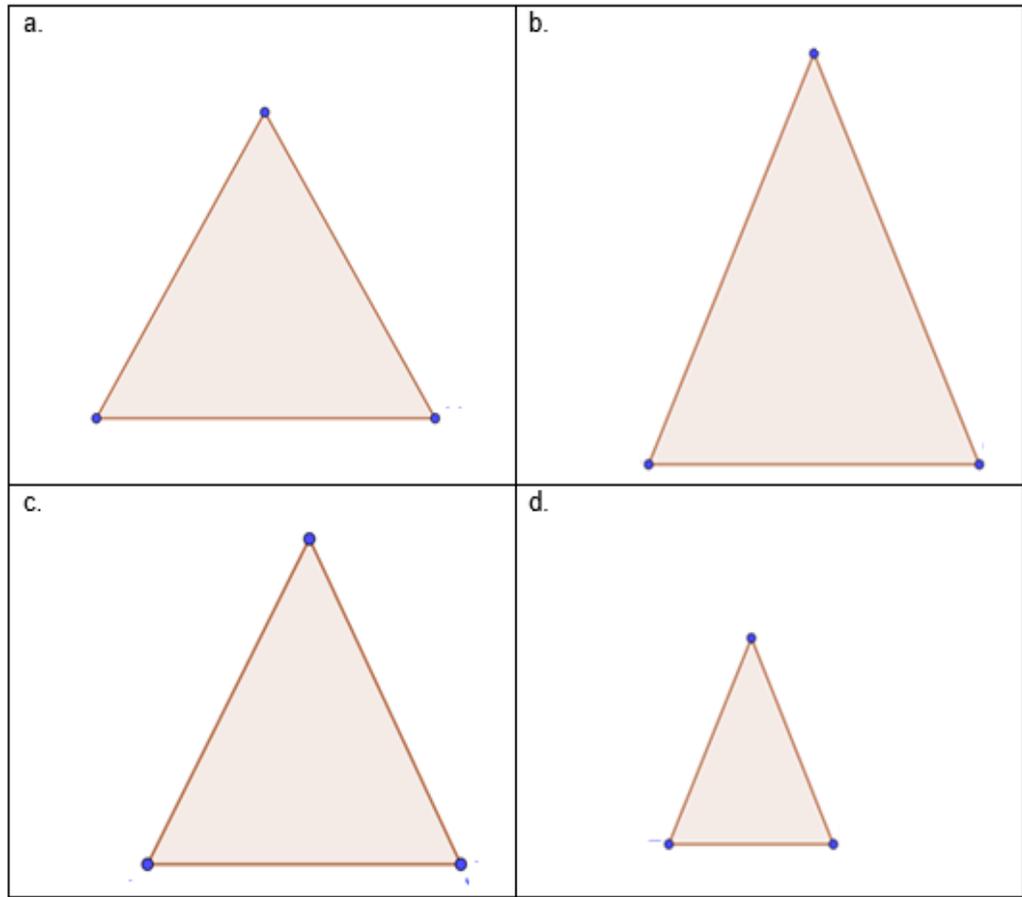
a. ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? ¿Por qué?



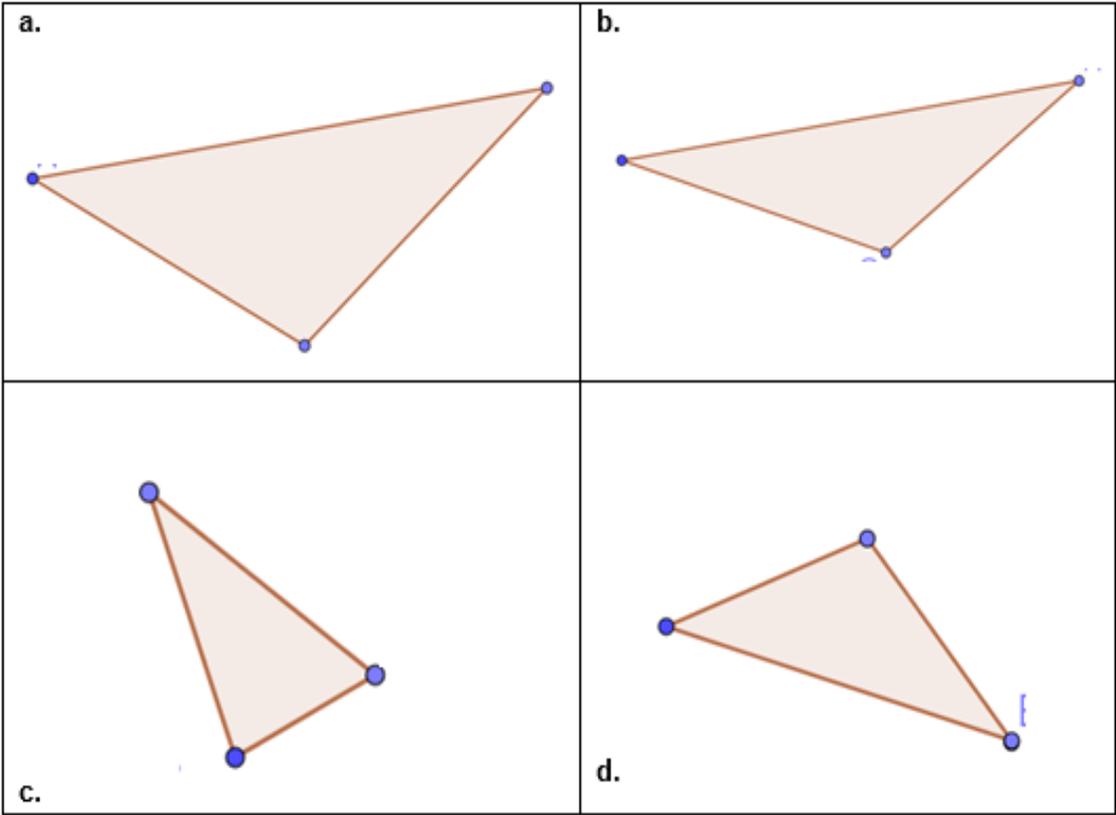
b. ¿Cuál es la razón de semejanza de los triángulos?



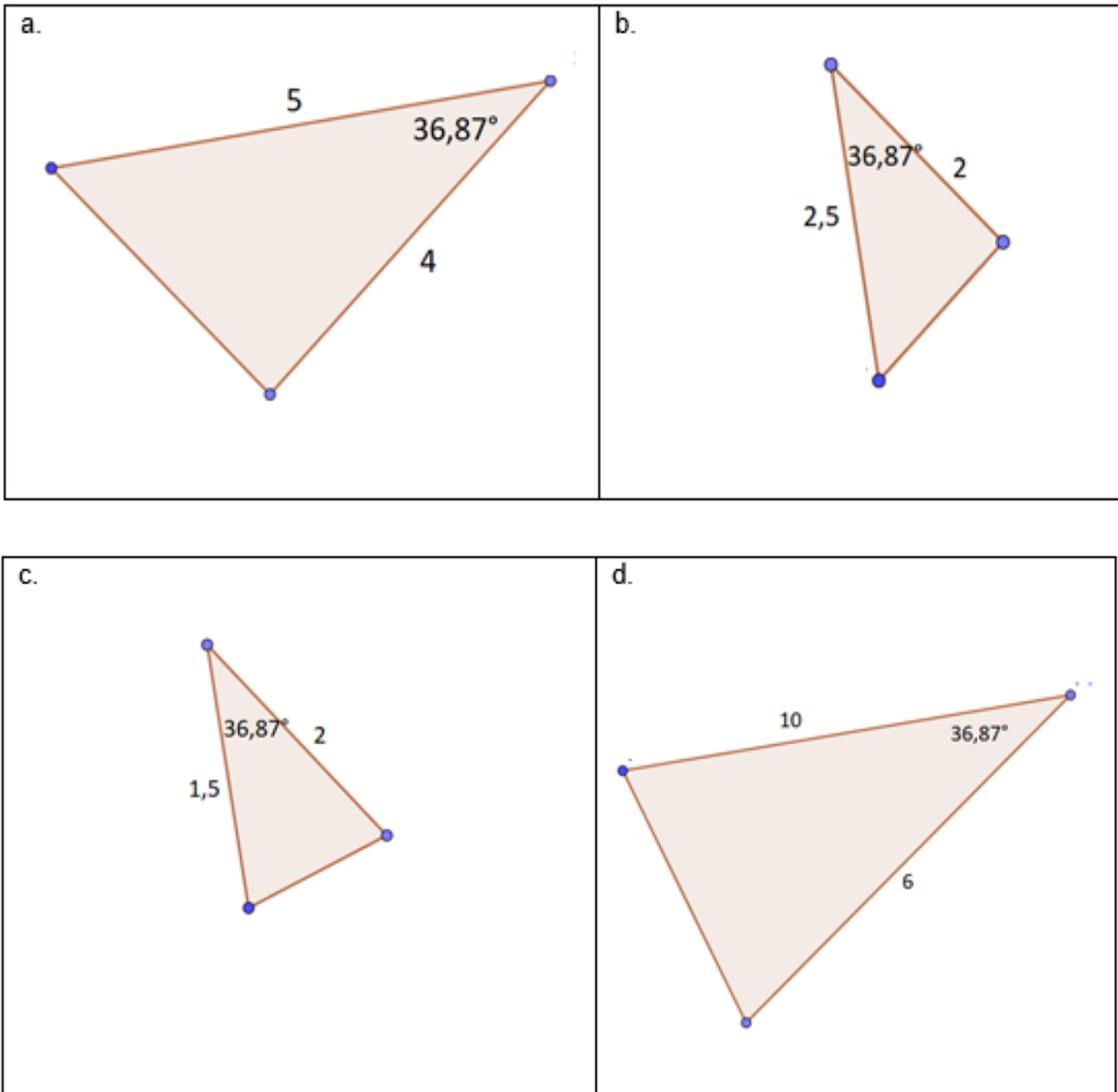
Cuadro de triángulos 1



Cuadro de triángulos 2



Cuadro de triángulos 3



Apéndice 2.5: Guía de actividad clase 5: “Desarrollo histórico de la trigonometría”

Instrucciones:

1. Forma grupos de 4 personas.
2. Justifica cada respuesta según corresponda.
3. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Reconocer la importancia del avance sistemático de la trigonometría en contextos sociales y científicos.

Habilidad a desarrollar:

Argumentar y comunicar

Conceptos previos: *Mapa mental, línea de tiempo.*

PARTE I: HISTORIA TRIGONOMETRÍA

1. A partir del anexo 1: Baeza, O. & Herrera, E.. (2008). Guía 5: ¿Por qué nacieron las razones trigonométricas?. Geometría, más sobre triángulos rectángulos (2° ed., p. 79-86). Santiago, Chile: Zig-Zag S.A, que tiene a disposición, completa la siguiente tabla:

Periodo	
Área de aplicación	
Civilización o país	
Aporte	

2. Dialogue con sus compañeros de grupo respecto a la importancia de aplicación de matemática y la trigonometría en el contexto histórico correspondiente y anote sus percepciones respecto a este.
3. Con la información recaudada realice un mapa mental que enlace toda la información recabada. Este mapa mental deberá ser presentado frente al curso donde se expondrá de forma ascendente según la época.
4. Finalmente escriba según su parecer la importancia del avance sistemático en las ideas matemáticas en la base del desarrollo científico y social.

GUÍA 5

¿POR QUÉ NACIERON LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS?

Una anécdota antes de comenzar

Una de las profesiones que utiliza mucho la trigonometría es la topografía. Los topógrafos utilizan esta rama de la matemática para calcular distancias en base a triángulos.

Uno de los grandes proyectos de levantamiento planimétrico del siglo XIX fue la **Planimetría Trigonométrica** de la India británica. Para este proyecto se utilizaron los mayores *teodolitos* construidos hasta esa fecha. Monstruos con escalas circulares de 36" de ancho, cuyas lecturas se hacían con extraordinaria precisión mediante 5 microscopios. Cada uno con su caja pesaba media tonelada y se necesitaban 12 hombres para trasladarlo. Con estos teodolitos, el proyecto cubrió el país con múltiples cadenas de triángulos en las direcciones norte-sur y este-oeste (las áreas entre las cadenas se dejaron para más tarde) y se necesitaron décadas para completarla.



En 1843 Andrew Scott Waugh se encargó del proyecto como Inspector General y puso especial atención a las montañas del Himalaya del norte de la India. Debido a las nubes y a la niebla, esas montañas se ven raramente desde las tierras bajas, y hasta 1847 no se consiguieron muchas mediciones. Después de obtenerse, los resultados necesitaron ser analizados laboriosamente por computadores en las oficinas de inspección; no eran máquinas sino personas que efectuaban los cálculos trigonométricos.

La historia dice que en 1852 el jefe de los *computadores* fue hacia el director y le dijo: "*Señor, hemos descubierto la mayor montaña del mundo*". Desde una distancia de más de 100

Unidad: Más sobre triángulos rectángulos

millas (160 km), observaron la montaña desde seis estaciones diferentes, y esta "no dio lugar a que el observador sospechara que estaba viendo a través de su telescopio el punto más alto de la Tierra".

Al principio se la designó como **Peak XV** por la inspección, pero en 1856 Waugh la denominó Everest en memoria de **Sir George Everest**, su predecesor en la oficina de jefe de inspectores. Los teodolitos gigantes permitieron descubrir la montaña más alta del mundo. Hoy en día están expuestos en el "*Museum of the Survey of India*" en Dehra Dum (India).

El tiempo pasa y la tecnología avanza. Por ejemplo, la posición de una persona, automóvil u objeto sobre la Tierra se puede localizar de forma muy precisa usando el sistema de posicionamiento global (GPS). Este sistema está formado por 24 satélites en órbita exacta, que están difundiendo constantemente su posición orbital. Un pequeño instrumento electrónico de mano recibe sus señales y nos entrega nuestra posición sobre la tierra con un error de 10 a 20 metros (los militares, patrocinadores del sistema, tienen instrumentos aún más precisos).

Estos instrumentos en sus cálculos usan una gran cantidad de trigonometría, cuyos procesos los realiza la computadora interna del aparato.

(Fragmento extraído y adaptado de <http://www.phy6.org/stargaze/Mtrig1.htm>)



Trigonometría¹

Las primeras aplicaciones de la trigonometría provienen de la navegación, la geodesia² y la astronomía, en los que el principal problema era determinar una distancia inaccesible, es decir, una distancia que no podía ser medida de forma directa, como la distancia entre la Tierra y la Luna por ejemplo.

¹ Trigonometría del griego, *treis* = tres, *gono* = ángulo y *metron* = medida.

² Ciencia matemática que tiene por objeto determinar la figura y magnitud del globo terrestre o de gran parte de él, y construir los mapas correspondientes. (Real Academia Española)

Unidad: Más sobre triángulos rectángulos

Actualmente, se encuentran notables aplicaciones de las funciones trigonométricas en la física y en casi todas las ramas de la ingeniería. Sobre todo en el estudio de fenómenos periódicos, como el flujo de corriente alterna.

La trigonometría se puede separar en dos ramas fundamentales: *la trigonometría plana y la trigonometría esférica*. A continuación se presentamos algunos antecedentes de los orígenes de estas dos ramas.

Orígenes

La trigonometría -aunque no con este nombre- tiene sus primeros indicios ligados a la Astronomía, fue desarrollada por los babilonios; éstos dividieron la circunferencia en 360 partes iguales al considerar inicialmente que el Sol, en su movimiento aparente, describía arcos iguales cada día. Así se originó la medición de ángulos en la unidad "grados sexagesimales".

Los egipcios también hicieron aportes a estos estudios por sus aplicaciones a la astronomía, lo que repercutió en la construcción de monumentos. Establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Incluso en el célebre *papiro de Rhind* aparecen resueltos problemas relativos a pirámides. Por ejemplo, la inclinación de las caras era determinada por un cierto número que corresponde a lo que hoy denominamos una "razón trigonométrica".

El conocimiento de babilonios y egipcios llega a los griegos, los cuales, más atraídos por lo teórico que sus antecesores, lo ordenan y amplían, por ejemplo, el astrónomo **Aristarco de Samos** (310 - 230 a. C.) utiliza rudimentos de trigonometría para relacionar las distancias entre la Tierra, el Sol y la Luna.



Papiro de Rhind

Las culturas babilonia, egipcia y griega antigua, establecieron algunos aspectos prácticos relacionados con la trigonometría:

- La medida de ángulos se hacía en grados sexagesimales (360°).
- Hicieron algunas construcciones para las que se requería la triangulación como, por ejemplo, el túnel de Samos de 1.036 metros. Canalización que tuvo lugar hace 2.500 años por encargo de Policrates al arquitecto Eupalinos bajo el monte Kastrón.
- Orientación de templos de modo que un cierto día del año el Sol iluminara el santuario consagrado a los dioses.

Todos ellos fueron logros técnicos valiosos, pero anecdóticos, carentes de sistematización y, sobre todo, de una teoría matemática que los respalde. Los conocimientos de astronomía de estas culturas se limitaron a aventuradas especulaciones sobre los astros y sus movimientos.

La búsqueda de precisión para prever eclipses y para construir calendarios eficientes les llevó a una sistematización de sus observaciones y al intento de una matematización de las mismas.



Este proceso lo culmina el astrónomo **Hiparco de Nicéia** (190 - 120 a.C.), durante el siglo II a. C. donde usó la división de la circunferencia en 360 partes, tal como los babilonios, y compiló una tabla trigonométrica que llegó hasta 180° con pequeños incrementos, la que da la longitud de cuerdas subtendidas por diversos ángulos del centro dado que corta a una circunferencia de radio r . No se sabe con certeza el valor de r utilizado por Hiparco. Pero esta tabla es similar a la tabla del seno que hoy conocemos.

En astronomía descubrió la precesión de los equinoccios; describió el movimiento aparente de las estrellas fijas cuya medición fue de 46 segundos, muy aproximado al actual de 50,26 segundos. Calculó un periodo de eclipses de 126,007 días y una hora; calculó la distancia a la luna basándose en la observación de un eclipse el 14 de marzo de 190 a.C., su cálculo fue entre 59 y 67 radios terrestres el cual esta muy cerca del real (60 radios). Elaboró el primer catálogo celeste que contenía aproximadamente 850 estrellas diferenciándolas por su brillo en seis categorías o magnitudes (clasificación que aún

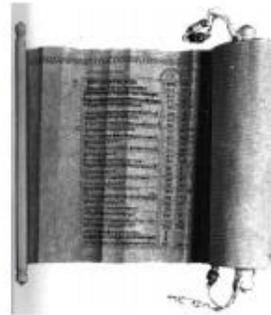


Imagen extraída de http://www.unisc.br/deptos/dmat/www/saita_mais.htm

hoy se utiliza), probablemente este trabajo fue utilizado por **Ptolomeo** como base para su propio catálogo celeste. Sobre este último tuvo gran influencia y al rechazar la teoría heliocéntrica de Aristarco de Samos, fue el precursor de los trabajos geocéntricos de Ptolomeo. Muchos historiadores y matemáticos consideran a Hiparco como el fundador de la trigonometría a pesar de que ésta, durante mucho tiempo, constituyó sólo una herramienta de la Astronomía.

Ptolomeo y el Almagesto

En el siglo II d.C., el alejandrino **Claudius Ptolomeo**, con el fin de afrontar con precisión problemas astronómicos, construyó una minuciosa tabla trigonométrica de 0° a 180° con incrementos de medio grado y un error menor que $\frac{1}{3600}$ de unidad, utilizando un $r = 60$, pues los griegos adoptaron el sistema numérico sexagesimal (base 60) de los babilonios. También explicó su método para compilar esta tabla de cuerdas, y a lo largo del libro dio bastantes ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los elementos conocidos. Ptolomeo fue el autor del que hoy se conoce como *teorema de Menelao* para resolver triángulos esféricos, y durante muchos siglos su trigonometría fue la introducción básica para los astrónomos.



En su trabajo agregó la descripción de instrumentos astronómicos, para enumerar estrellas, describir eclipses, entre otros. Todo ello lo incluyó, junto con los conocimientos astronómicos de la época, en su obra "*Sintaxis Matemática*", escrita entre los años 127 al 151 d.C. que, siglos después, fue tan apreciada por los árabes que la llamaron *Al Magesto* (la gran colección). Con ese nombre, *Almagesto*, ha llegado a nosotros.

Culturas india y árabe

Quizás al mismo tiempo que Ptolomeo, los astrónomos de la India habían desarrollado también un sistema trigonométrico basado en la **razón seno** en vez de cuerdas como los griegos. Esta razón seno, al contrario que el seno utilizado en la actualidad, no era una proporción, sino la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para ésta en su tabla. Las tablas trigonométricas de Ptolomeo, así como las de Hiparco, descubrieron lo que actualmente llamamos razón seno. En los tratados de astronomía indios de los siglos V a VII, se exponen las razones seno y coseno. Los indios que destacaron fueron **Aryabhata** (476 - 550) y **Brahmagupta** (578 - 660).



Aryabhata



Al-Huwarizmi

Los árabes tomaron de la cultura india estas razones, así como sus recíprocas, *cosecante* y *secante*, completaron sus características, describieron las razones *tangente* y *cotangente* y demostraron varios teoremas de trigonometría plana y esférica. Utilizaron sus conocimientos trigonométricos en astronomía para medir el tiempo astronómico y para encontrar la dirección a **La Meca**, lo que era necesario para las cinco oraciones diarias requeridas por la ley islámica.

Los árabes que destacan fueron **Al-Huwarizmi** (siglo IX); **Al-Battani** (850 - 929); **Abual-Wafa** (940-998) y **Nasir Al-Din Al-Tusi** (1207 - 1274); este último, además de las contribuciones que hace a la trigonometría, es el primero que la presenta como una disciplina independiente de la Astronomía.

Los científicos árabes también compilaron tablas trigonométricas de gran exactitud. Por ejemplo, las tablas del seno y de la tangente, construidas con intervalos de $\frac{1}{60}$ de grado (un minuto) tenían un error menor que 1 dividido por 700 millones. Además, el astrónomo Nasir Al-Din Al-Tusi escribió el *Libro de la figura transversal*, que fue el primer estudio de las trigonometrías planas y esféricas como ciencias matemáticas independientes.

Occidente

El occidente se familiarizó con la trigonometría árabe a través de traducciones de libros de astronomía arábigos, que comenzaron a aparecer en el siglo XII.

En Europa, la trigonometría renace con **George Peurbach** (1423 - 1461) y su alumno **Johann Müller** (1436 - 1476), quien fue matemático y astrónomo conocido por el nombre latino de *Regiomontanus* nacido en la ciudad de Königsberg. Regiomontanus conoció bien las obras de Arquímedes,

Apolonio, Menéalo y Ptolomeo, e inició la traducción de algunas de ellas, entre las cuales está el "Almagesto".

En su obra "*De triángulis*" presentó la trigonometría independiente de la Astronomía y es el primer tratado en latín que tiene una influencia duradera.

El célebre astrónomo polaco **Nicolás Copernico** (1473 - 1543), en la obra donde planteó el sistema heliocéntrico, incluyó varias secuencias para tratar la trigonometría según el método de Regiomontanus.

Durante el siglo siguiente, el astrónomo alemán **George Joachim Rheticus** (1514 - 1576), conocido como *Rético*, introdujo el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones en vez de longitudes de ciertas líneas.



Johann Müller. Imagen extraída del sitio <http://www.astromia.com/biografias/regiomontanus.htm>



Cabe destacar al francés **Françoise Viète** que sistematizó y amplió los conocimientos de trigonometría de entonces con teoremas que aplicó a la resolución de problemas aritméticos y geométricos. Viète incorporó el triángulo polar en la trigonometría

esférica y encontró fórmulas para expresar las funciones de ángulos múltiples, $\text{sen}(n\theta)$ y $\text{cos}(n\theta)$, en función de potencias de $\text{sen}\theta$ y $\text{cos}\theta$.

Los cálculos trigonométricos recibieron un gran empuje gracias al matemático escocés **John Napier**, quien inventó los *logaritmos* a principios del siglo XVII. También encontró reglas mnemotécnicas para resolver triángulos esféricos, y algunas proporciones (llamadas analogías de Napier) para resolver triángulos esféricos oblicuos.

Casi exactamente medio siglo después de la publicación de los logaritmos de Napier, **Isaac Newton** inventó el *cálculo diferencial e integral*. Uno de los fundamentos del trabajo de Newton fue la representación de muchas funciones matemáticas utilizando series infinitas de potencias de la variable x .

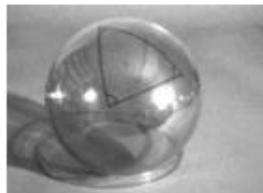
Newton encontró la serie para el $\text{sen } x$ y series similares para el $\text{cos } x$ y $\text{tan } x$. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Por último, en el siglo XVIII, el matemático suizo **Leonhard Euler** definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de *números complejos*. Esto convirtió a la trigonometría en sólo una de las muchas aplicaciones de los números complejos, además, Euler demostró que las propiedades básicas de la trigonometría eran simplemente producto de la aritmética de los números complejos.



Trigonometría esférica

La trigonometría esférica, que se usa ampliamente en la navegación (marítima y aérea) y también en la astronomía. Estudia los *triángulos esféricos*, es decir, figuras formadas por arcos de circunferencias máximas contenidos en la superficie de una esfera.



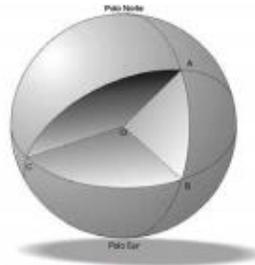
El triángulo esférico, al igual que el triángulo plano, tiene seis elementos: los tres lados a , b , c , y los tres ángulos A , B y C . Sin embargo, los lados de un triángulo esférico son magnitudes angulares en vez de lineales, y dado que son arcos de circunferencias máximas de una esfera, su medida viene dada por el ángulo central correspondiente. Un triángulo esférico queda definido dando tres elementos cualesquiera de los seis, pues, al igual que en la geometría plana, hay fórmulas que relacionan las distintas partes de un triángulo, que se pueden utilizar para calcular los elementos desconocidos.

Unidad: Más sobre triángulos rectángulos

La trigonometría esférica es de gran importancia para la teoría de la proyección estereográfica, en geodesia y es fundamental para los cálculos astronómicos. Por ejemplo, la solución del llamado triángulo astronómico, se utiliza para encontrar la *latitud* y *longitud* de un punto, la hora del día, la posición de una estrella y otras magnitudes.

La **trigonometría esférica**, notablemente más compleja que la plana, aunque, paradójicamente, por las necesidades de la astronomía, se desarrolló antes.

En síntesis, la Trigonometría nació al servicio de la Astronomía desarrollándose primero en relación con la esfera y luego con el plano. Después creció como estudio del triángulo en cuanto a la medida de sus lados y ángulos, para llegar actualmente a considerarse como una parte de la Matemática que se preocupa de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etc.) y de sus aplicaciones al interior de la Geometría, el Álgebra y otras ramas de la Matemática.



Información extraída de: "Matemática plan electivo", B. Orellana
<http://www.infoymate.net/ted/websapi/ted0304/mat/ruiz/index.htm> http://es.encarta.msn.com/encyclopedia_761572350_3/Trigonometria.html

A modo de cierre

La intención de esta lectura es propiciar un espacio de reflexión con los alumnos acerca del desarrollo de conocimiento humano y en particular de la trigonometría. Los factores que intervienen, las personas que van colaborando al pasar de los años (y los siglos) en un desarrollo lento, trabajoso, a veces difícil, pero que sin él no tendríamos varios de los desarrollos que hoy existen.

También se puede reflexionar acerca del "costo" que conlleva el producir conocimiento, y no del monetario, sino del esfuerzo personal que involucra, de las herramientas necesarias, de los desarrollos anteriores que sustentan los descubrimientos y de los desarrollos posteriores. Del tiempo involucrado, etc. La idea es que los alumnos dimensionen de mejor forma la trayectoria que ha recorrido la sabiduría, en particular la trigonometría, a través del tiempo, las culturas y las personas para transformarse en lo que hoy les llega a su sala.

Una actividad sugerida para esta guía es que los alumnos construyan una línea del tiempo donde se indiquen los principales hitos históricos en el desarrollo de la trigonometría hasta la actualidad.

Apéndice 2.6: Guía de actividad clase 6: “Razones trigonométricas”

Instrucciones:

1. Forma pareja con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Construir triángulos rectángulos semejantes y superponer en uno de sus ángulos para relacionar el ángulo con la proporción del cateto opuesto y la hipotenusa (respectivamente, el cateto adyacente y la hipotenusa).
- Determinar razones trigonométricas a partir de la comparación entre dos triángulos rectángulos semejantes.

Habilidad a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Explicar demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.

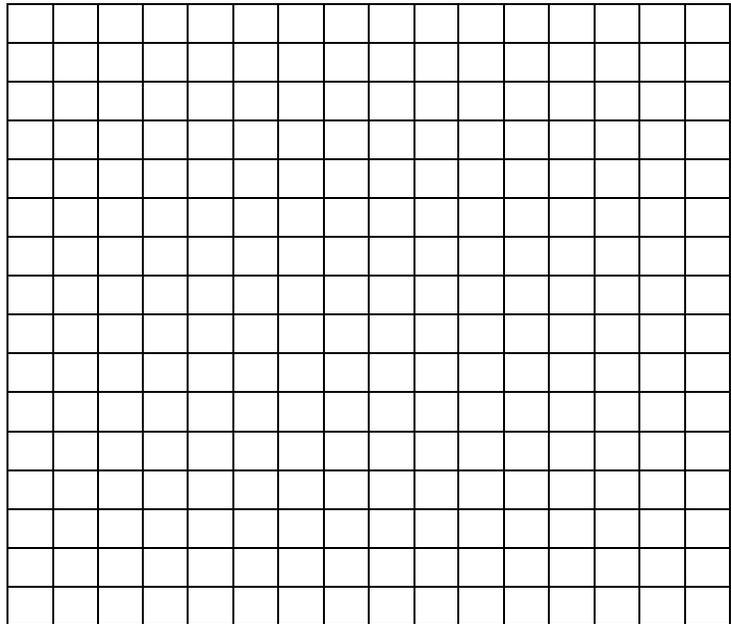
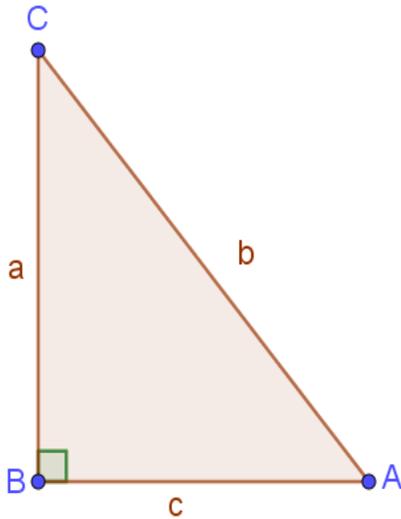
Conceptos previos: Razones y proporciones

PARTE I: Semejanza en triángulos rectángulos

ACTIVIDAD 1

1. Con regla y compás construiremos triángulos rectángulos semejantes y compararlos entre ellos. Para ello hay que seguir los siguientes pasos.
 - Desde uno de los vértices trazar una circunferencia de tal manera que su radio sea menor que los lados del triángulo. Anote los puntos de intersección con la letra F y G.
 - Repetir paso anterior en otro vértice, nombrando los puntos de intersección como H e I.
 - Dibuje en el espacio un segmento que sea mayor a los lados del triángulo y desde uno de los extremos trace la misma circunferencia del paso uno. Anote el punto de intersección con la letra J
 - Repita el paso anterior en el otro extremo del segmento, pero trazando la otra circunferencia.
 - Con el compás trazar una circunferencia de radio \overline{FG} con centro en J. anotar los puntos de intersección con la circunferencia.

- Con el compás trazar una circunferencia de radio \overline{TH} con centro en L. anotar los puntos de intersección con la circunferencia.
- Trace las rectas \overline{TH} y \overline{TH} ... ¡Has creado un triángulo semejante!



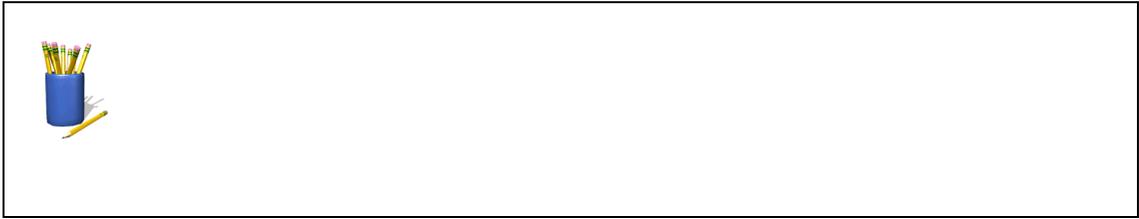
 La actividad anterior son los pasos para construir cualquier triángulo semejante a partir de uno ya construido. En esta situación específica construiste un triángulo rectángulo semejante a partir de uno ya hecho.

Con el triángulo construido responde las siguientes preguntas:

- Si los lados del triángulo inicial se les denomina a, b y c, y los lados del triángulo construido a', b' y c' según sus lados homólogos ¿cuál es la razón de semejanza de los triángulos?



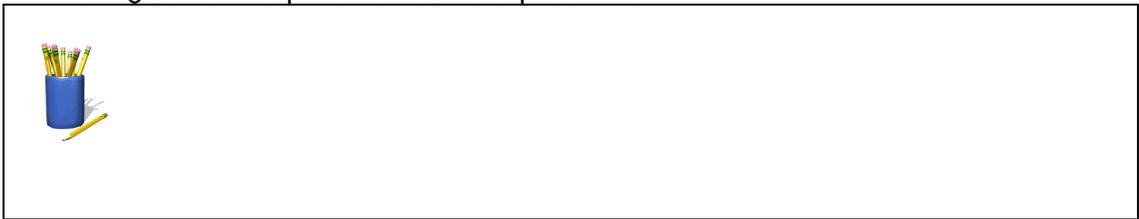
- b. Según la razón de semejanza anterior, ¿se puede decir que $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$? Escriba un desarrollo que pueda mostrar esta igualdad o negarla.



- c. ¿Qué otras razones entre lados del mismo triángulo se pueden tener y a que son proporcionales?



- d. ¿Cómo interpretarían estas expresiones?



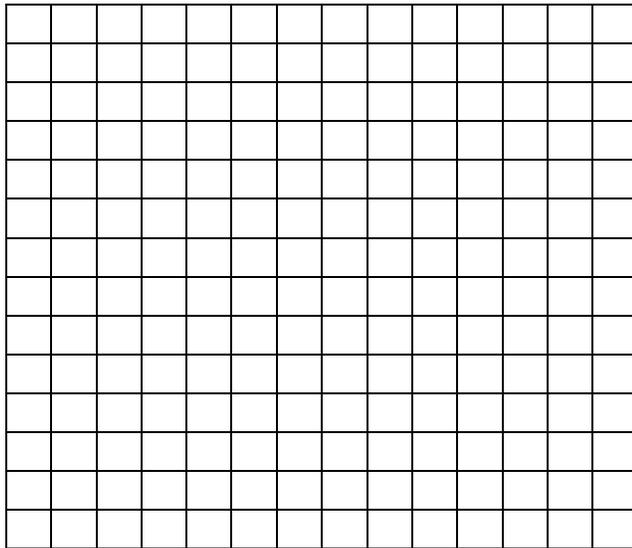
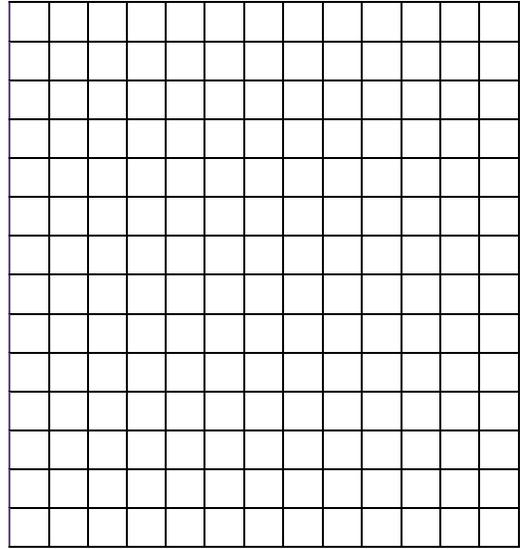
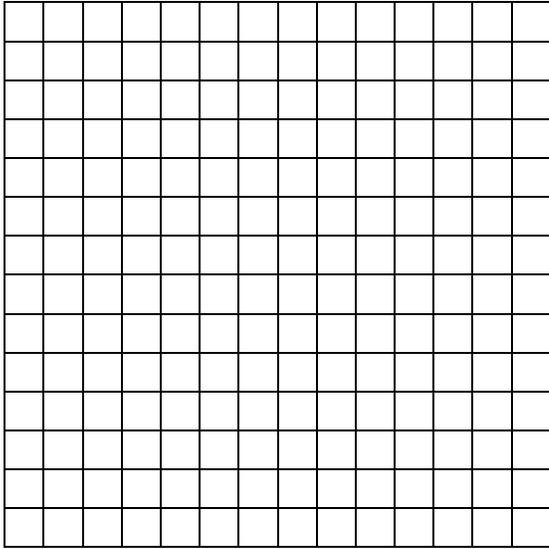
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS



Las anteriores razones se cumplen solo para triángulos rectángulos y estos fueron generalizados con los nombres de SENO, COSENO y TANGENTE inicialmente.

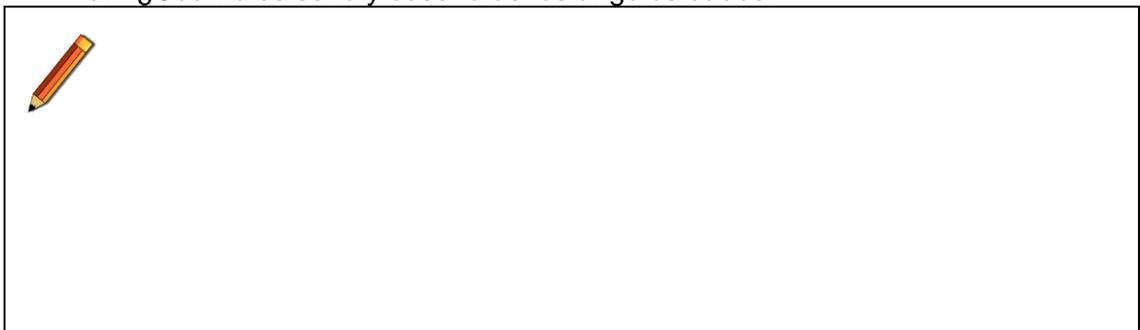
$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} \quad \text{cos}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} \quad \text{tan}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}$$

2. Trabaje individualmente: Construye un triángulo rectángulo cuyo uno de sus ángulos sea 30° , luego, otro triángulo rectángulo cuyo uno de sus ángulos sea 45° y finalmente un triángulo rectángulo cuyo uno de sus ángulos sea 60°



Mide los lados de sus triángulos y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Cuánto es seno y coseno de los ángulos dados?



- b. Compare sus respuestas con la de su compañero y escriba las semejanzas. Además, escriba las semejanzas y diferencias de sus triángulos.



Para determinar ángulos de un triángulo rectángulo, dados sus lados, se necesita aplicar las razones trigonométricas inversas.

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}\right) \quad \alpha = \text{cos}^{-1}\left(\frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}\right)$$
$$\alpha = \text{tan}^{-1}\left(\frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}\right)$$

Estas razones trigonométricas inversas nos sirven para determinar los ángulos para esas razones.

Apéndice 2.7: Laboratorio de KA – clase 7

Esta clase se planifica y organiza según el segundo levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 4 y 6 .
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 2.8: Guía de actividad clase 8: “Aplicación de razones trigonométricas”

Instrucciones:

1. Formar parejas con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Resolver problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas.

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas o gráficos.

Resolver problemas

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Buscar patrones.
 - Simplificar el problema y buscar el resultado.

Conceptos previos: Razones trigonométricas, Teorema de Pitágoras.

PARTE I: APLICACIONES DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

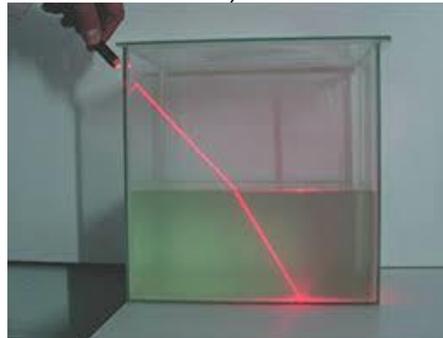
En la guía sobre las razones trigonométricas se nombraron las distintas aplicaciones que tiene la trigonometría en la cotidianidad, como el planeo de un avión, entre otros. Por tanto, también es importante considerar que la trigonometría es útil para analizar fenómenos como la refracción de la luz. Analicemos la siguiente situación:

1. La ley de Snell dice que la razón $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$ llamada *índice de refracción*, es constante para una misma frecuencia de la luz y depende de los medios en los que se experimente. (i = índice de incidencia, r = índice de refracción).

Cuando la luz pasa de un medio menos denso a uno más denso o viceversa, cambia su dirección.

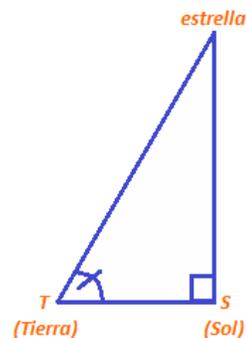
Esto puede comprobarse en el agua o a través de un lente. Este fenómeno se denomina *refracción* y puede observarse en la figura siguiente.

Si el índice de refracción de la luz en el agua es 1,34. Completa la tabla:



Ángulo incidencia	de	5°	10°	15°	30°	40,9°
Ángulo refracción	de					

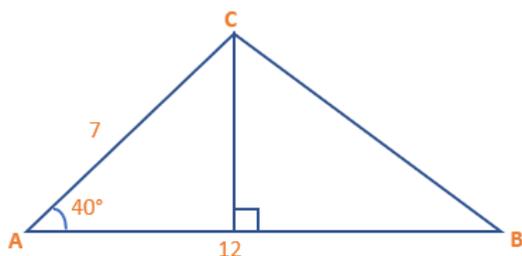
2. En una cierta época, la Tierra, el Sol y una estrella se ubican formando un triángulo rectángulo. Si $\sphericalangle S = 90^\circ$, $\sphericalangle T = 89^\circ$ y la distancia de la Tierra al Sol es 150 millones de kilómetros, calcula la distancia a la estrella.



3. Una fuerza de 8 N se aplica en un punto O con ángulo de 40° con respecto a la horizontal. Calcula las componentes horizontal y vertical de la fuerza.

NOTA: Dibuja el esquema de la situación descrita

4. Calcula el área del triángulo ABC



5. Un avión vuela 800 km hacia el norte y luego cambia de rumbo y vuela 400 km en la dirección 45° hacia el noroeste. Calcula la distancia entre el punto de partida y el punto de llegada.
NOTA: Dibuja el esquema de la situación descrita

6. En un triángulo se conocen $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ y $c = 12 \text{ cm}$. Calcula γ , a y b.
NOTA: Dibuja el esquema de la situación descrita

Apéndice 2.9: Olimpiadas Trigonómicas 1 – clase 9

En esta clase se trabajan problemas matemáticos en los que se debe utilizar los contenidos vistos durante la unidad para poder responderlos. Para esto, la actividad se propone de la siguiente manera:

- Los estudiantes deben formar grupos de 3.
- Se les presenta el primer problema el cual tendrán entre 10 a 15 minutos (dependerá lo que el docente estime conveniente) para poder realizarlo.
- Una vez terminado el tiempo, los equipos entregan su desarrollo al docente para su posterior revisión y el problema se responde en al frente de la clase con su respectivo desarrollo.
- Se repite el proceso hasta terminar la hora.

Cada ejercicio resuelto de forma correcta suma un total de 2 puntos, los que tengan un desarrollo con ciertos errores asociados, son calificados con 1 punto y, finalmente se considera 0 puntos si se entrega en blanco o con un desarrollo incoherente al ejercicio planteado.

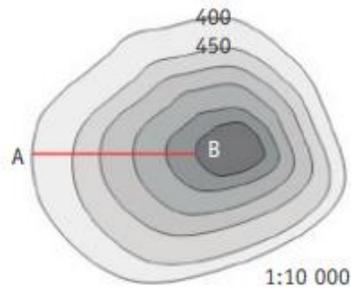
Al final de la actividad los equipos hayan logrado un cierto intervalo de logro van a contar con una recompensa en la evaluación final del proceso.

Para las olimpiadas trigonométricas 1, se consideran los problemas planteados en el programa de estudio de II Medio, los cuales se encuentran entre las páginas 135 a 139, es decir los ejercicios 3, 4 ,5 ,6 ,7 ,8, 9 y 10

Los problemas planteados para las Olimpiadas Trigonómicas 1, del Programa de estudio de Matemática de II medio (p.135-139), son:

Pág. 135

3. El dibujo muestra el mapa topográfico de un cerro. Una línea de nivel representa la misma altura sobre la superficie del mar. Se proyecta construir un teleférico que lleva del punto A de la base hasta el punto B en el nivel más alto:



- Determinan la pendiente por medio de la traza del teleférico, con una regla y los datos del mapa topográfico.
- Calculan el ángulo de elevación de la traza del teleférico con la calculadora.
- Determinan la pendiente más inclinada del cerro y calculan el ángulo de elevación respectivo.
- Dibujan un perfil de la traza del teleférico en una escala adecuada.

⊗ **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 2° medio.**

4. El Seno Agostini, en la Región de Magallanes, tiene un ancho aproximado de 5 000 m. Una embarcación parte de Punta Estela en la dirección de la flecha verde, que forma un ángulo de 65° con la línea punteada en rojo. Manteniendo la dirección, la embarcación llegará a un punto B en la orilla opuesta.



Calculan la distancia entre los puntos A (la partida) y B, mediante una razón trigonométrica. Redondean el resultado a metros enteros.

⊗ **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 2° medio.**

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

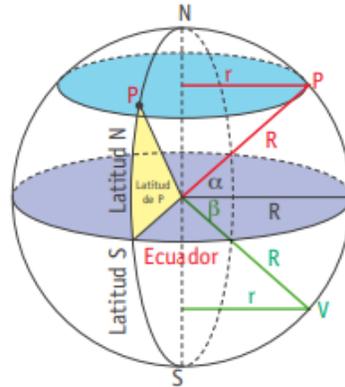
Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

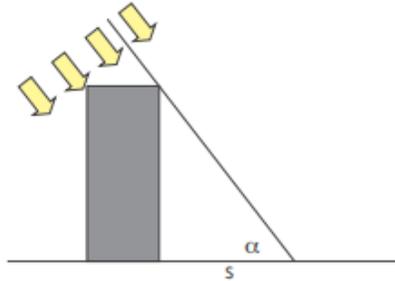
5. La imagen muestra un dibujo esquemático de la Tierra. Aparecen el radio de la Tierra R y el radio r del paralelo de un punto P , de la latitud $\alpha = 38^\circ$, en el hemisferio norte, que corresponde a la ciudad de Palermo, en Italia.



- El ángulo α representa el ángulo de elevación sobre el plano del Ecuador, que lleva al punto P en la superficie de la Tierra. ¿En qué parte del dibujo hay otra vez un ángulo que iguale al ángulo α ? Explican la respuesta.
- El radio R de la Tierra es de 6 371 km. Calculan el radio del paralelo en la Tierra, en el cual se ubica la ciudad de Palermo.
- Valparaíso tiene una latitud sur de $\beta = 33^\circ$. Calculan el radio r del paralelo en el cual se ubica esa ciudad.
- Calculan la velocidad con la cual Valparaíso gira alrededor del eje terrestre. Expresan la velocidad en $\frac{km}{h}$.
- Responden: ¿En qué partes de la Tierra la velocidad de la rotación es 0? Explican la respuesta mediante una razón trigonométrica.

© Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 2° medio.

6. La luz del Sol cae sobre la Tierra en un ángulo $\alpha = 53^\circ$. De un edificio se proyecta una sombra que tiene un largo de $s = 12$ m en terreno horizontal.



- Calculan la altura del edificio y la expresan en metros redondeados a la primera décima.
- Responden: ¿La sombra se reduce o se agranda si se anota en la mañana? Explican la respuesta.
- Conjeturan, sin realizar cálculos, acerca del efecto en la sombra que tienen los siguientes cambios; explican y comunican la respuesta:
 - Se proyecta la sombra de un edificio que tiene la mitad de la altura.
 - El ángulo α se disminuye.

⊗ Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

7. Un parapente parte en la cima de un cerro de una altura de 1 840 m. El destino en la altura de 790 m está a una distancia horizontal de 8,5 km.



- Se estima que el vuelo hacia abajo es aproximadamente en línea directa. Determinan el ángulo entre el trazado del vuelo y la horizontal. Redondean el ángulo a la primera decimal.
- ¿Cuál sería el ángulo si el parapente hubiera bajado hasta la altura de 790 m en la mitad de la distancia horizontal?

⊗ Ciencias Naturales OA 9 de 2° medio.

Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

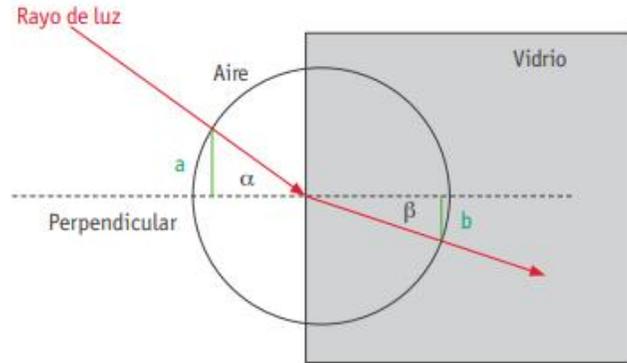
Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (0A b)

8. Si un rayo de luz pasa del aire a un material transparente, como vidrio, cambia su dirección hacia la línea perpendicular. El ángulo entre el rayo y la perpendicular antes del vidrio se denomina α , y entre el vidrio y la perpendicular se denomina β . La razón $a : b$ entre el segmento a y el segmento b se llama "índice de refracción".



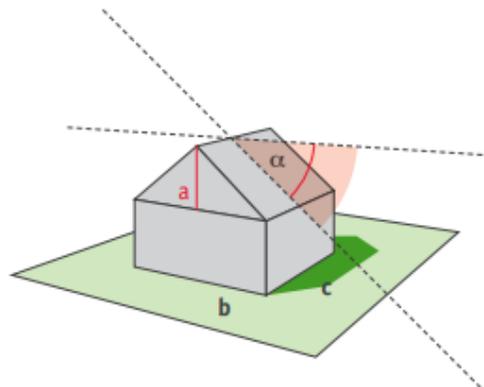
- Verifican que el "índice de refracción" se puede expresar con la razón $\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta}$, en la cual el ángulo α es el ángulo entre el rayo y la perpendicular fuera del vidrio, y el ángulo β es el ángulo entre el rayo y la perpendicular dentro del vidrio.
- Calculan el ángulo β si el ángulo α es de 30° . Redondean a la primera decimal.
- Calculan si el ángulo α es de 60° . Redondean a la primera decimal.

⊗ Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

9. La imagen muestra el modelo de una casa. El ángulo α de la pendiente del techo se mide en relación con la horizontal. La casa tiene un ancho total $b = 12$ m, un largo $c = 10$ m, y el ángulo de la pendiente del techo es $\alpha = 20^\circ$.

Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

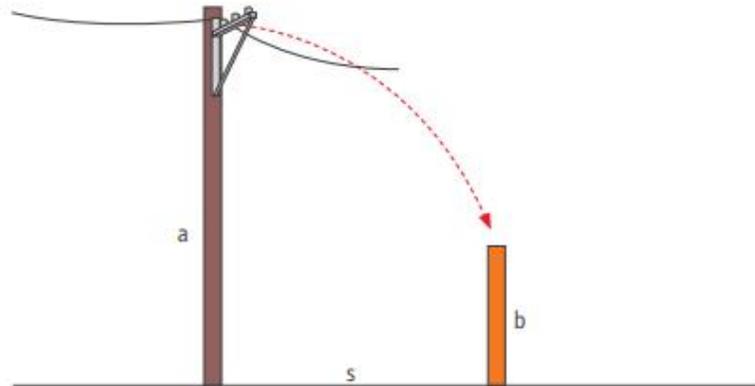


- Determinan la altura a que tiene la punta del techo sobre el segundo piso.
- Calculan el área total del techo.

10. Un poste de madera de alumbrado público tiene una altura $a = 5,5$ m. El poste está frente a un muro, a una distancia de $s = 4$ m; el muro tiene una altura $b = 2$ m. Debido a un temporal, el poste cae hacia el muro y se quiebra al chocar contra este.

Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)



- Resuelven con una razón trigonométrica: ¿Qué largo tiene la parte del poste que cae al otro lado del muro?
- Resuelven el problema con el teorema de Pitágoras y comparan los resultados.

Apéndice 2.10: Laboratorio de KA – clase 10

Esta clase se planifica y organiza según el tercer levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases anteriores.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 2.11: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 11

En la clase de evaluación de portafolio, el docente tiene el objetivo de trabajar las actividades pendientes de los estudiantes que por algún motivo se hayan atrasado durante el proceso, también es un tiempo destinado a concluir el desarrollo de las actividades mínimas propuestas en KA, en el caso de tener trabajo sin finalizar. También es posible continuar avanzando con las actividades complementarias propuestas en KA, ya sea para reforzar o profundizar contenidos.

Apéndice 2.12: Guía de actividad clase 12: “Radianes y círculo unitario”

Instrucciones:

1. Formar parejas con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Reconocer el radian como otro sistema de medidas de ángulo.
- Analizar componentes de un punto en un plano cartesiano a través de razones trigonométricas.

Habilidad a desarrollo:

Argumentar y comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.

Conceptos previos: Circunferencia, Arco de circunferencia.

PARTE I: RADIANES

1. Antes de comenzar la actividad respondan las siguientes preguntas:

a. ¿Qué es una circunferencia?



b. ¿A qué se le conoce como arco de una circunferencia? Puedes apoyarte en un dibujo.



Actividad 1

2. Si se construye una circunferencia, se pueden trazar ángulos entre dos puntos pertenecientes a estas y que el vértice del ángulo es el centro.

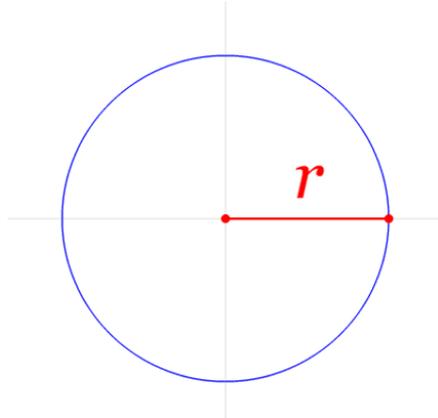


Figura 1

- Construya un círculo de radio entre 3 a 7 centímetros.
- Corte un trozo de hilo con la misma medida del radio y colóquelo en el arco de la circunferencia, como aparece en la Figura 2.
- Marque los puntos de inicio y final del arco. A continuación, trace segmentos desde los dos puntos marcados hasta el centro de la figura y Marque el ángulo como 1 rad.

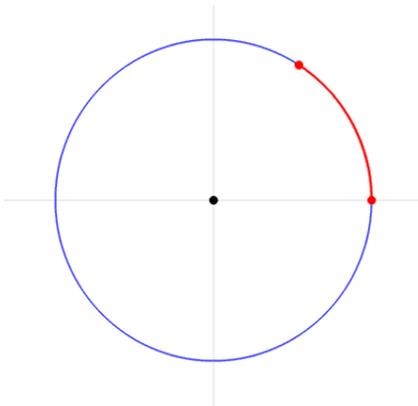


Figura 2



El radian es otro sistema de medida de ángulo en el cual se presenta como unidad de medida cuando el arco sustentado por el ángulo presentado como central de la circunferencia, tiene igual medida que el radio. *Es decir que usted acaba de marcar en su circunferencia 1 radian de ángulo.*

- Marque además 2 radianes en su circunferencia.

a. ¿Cuántas veces cabe el radio en la mitad de la circunferencia?



b. ¿Qué relación tiene con el sistema sexagesimal?



c. A continuación, complete la siguiente tabla (recuerde siempre expresar todo en función de π):

Radian								
Sexagesimal	180°	90°	45°	30°	60°	270°	360°	225°

PARTE II: CIRCULO UNITARIO

Actividad 2

Materiales:

- ✓ **Papel Milimetrado.**
- ✓ **Transportador.**

- ✓ **Compás.**
- ✓ **Calculadora.**

2. A continuación, trabajarás sobre una circunferencia llamada círculo unitario o goniométrico con el objetivo de analizarlo y encontrar características en él. Para esto:

- Construya una circunferencia de Radio 1 en un plano cartesiano tal que el centro de la circunferencia esté en el origen del plano.
- Dibuja un punto en la circunferencia.
- Haga un segmento desde el punto de la circunferencia hasta el centro de ésta.

a. ¿Cómo obtendrás las coordenadas del punto?



b. Supongamos que el punto tenga coordenadas (x,y) ¿Qué coordenadas representan el $\text{Sen}(\alpha)$ y $\text{Cos}(\alpha)$?



c. ¿Para qué valores del ángulo el Seno y el Coseno se hace 0?



d. ¿Para qué valores el Seno y el Coseno se hace 1?



e. ¿Cuáles serían las coordenadas de un punto escritas en razones trigonométricas, si el radio de la circunferencia es distinto de 1?



Apéndice 2.13: Laboratorio de KA – clase 13

Esta clase se planifica y organiza según el primer levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 12.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 2.14: Guía de actividad clase 14: “Representación de vectores”

Instrucciones:

1. Formar tríos con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Caracterizar un vector
- Representar vectores utilizando seno y coseno.

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar

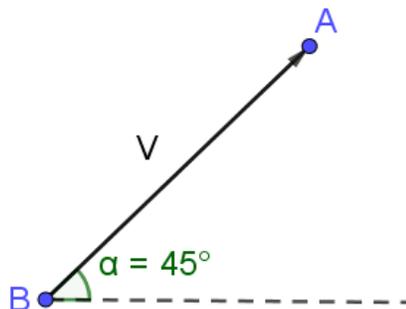
- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.

Conceptos previos: Razones trigonométricas, desplazamiento y plano cartesiano.

PARTE I: CARACTERÍSTICAS DE LOS VECTORES.

El vector es un segmento dirigido que tiene tres características fundamentales:

- Módulo: Corresponde al tamaño del segmento dirigido.
- Dirección: Corresponde a la inclinación de la recta, y representa al ángulo entre ella y un eje horizontal imaginario.
- Sentido: Corresponde al Hacia donde apunta la flecha. Eventualmente se le asigna valores negativos o positivos dependiendo del sistema de referencia.



En la física se utilizan vectores para poder representar algunas magnitudes físicas, como por ejemplo la velocidad, desplazamiento, fuerza, entre otras.

1. Con la información anterior escriban una frase cotidiana o ficticia que se refiera a cada una de las características del vector.

❖ Ejemplo: “Aviso policial: vehículo marca Toyota modelo Supra se da a la fuga por la carretera 5 Norte, hacia el Sur, va a unos 140 [km/hr] aproximadamente.”

Luego entre dos grupos evalúan la frase del otro y evalúan el trabajo del otro, indicando cosas que falten y ayudando a complementar la frase ya descrita. Luego se presentará la frase enfrente del curso indicando donde se encuentran las características del vector en la frase, correcciones y complementos realizados en el trabajo con otro grupo.

PARTE II: COMPONENTES DE UN VECTOR

2. Con ayuda de una cuerda o un objeto similar dibujar un plano cartesiano en el piso del lugar. A continuación:

- Cada grupo escoge un integrante que se parará en cualquier punto de plano.
- Una vez se diga “ya” el estudiante tiene que caminar hasta que se diga “pare”.
- Los otros estudiantes registran cuantos pasos se movió en el Vertical y Horizontal para cada situación.
- Una vez contados los pasos, modelar el movimiento en un plano cartesiano dibujado en el cuaderno, dibujando cada uno de los vectores desplazamientos.
- Escoja 3 de los vectores para su posterior análisis.

Luego de la actividad, responder (recuerde responder todo en función a los pasos):

- ¿Cuáles son las componentes de los vectores desplazamiento?



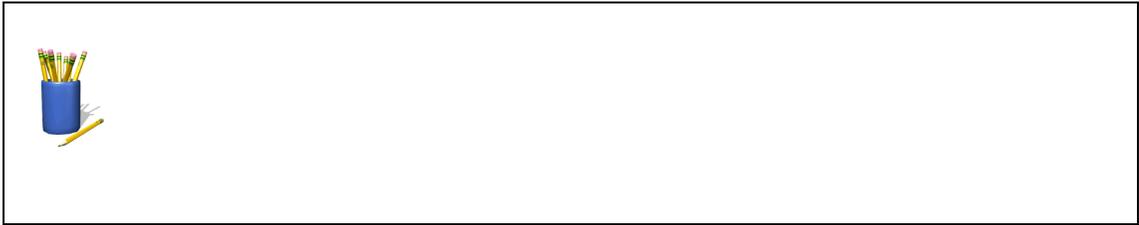
A rectangular box containing a small icon of a blue pencil holder with several colored pencils inside. The rest of the box is empty, intended for a student's response to the question above.

- ¿Cómo calcularías el módulo vector desplazamiento?



A rectangular box containing a small icon of a blue pencil holder with several colored pencils inside. The rest of the box is empty, intended for a student's response to the question above.

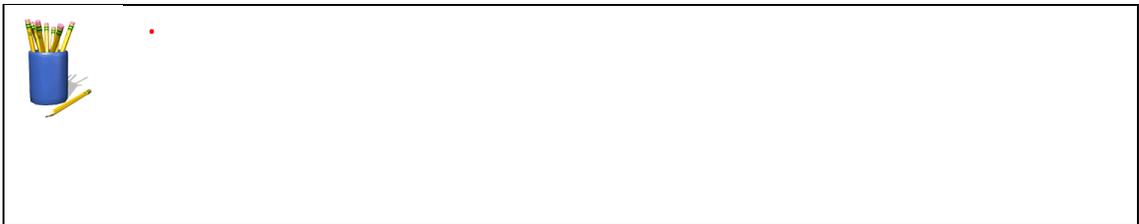
- Calcule el ángulo del desplazamiento ¿Cómo lo hizo?



- ¿Cuáles serían cada una de las componentes de los vectores?

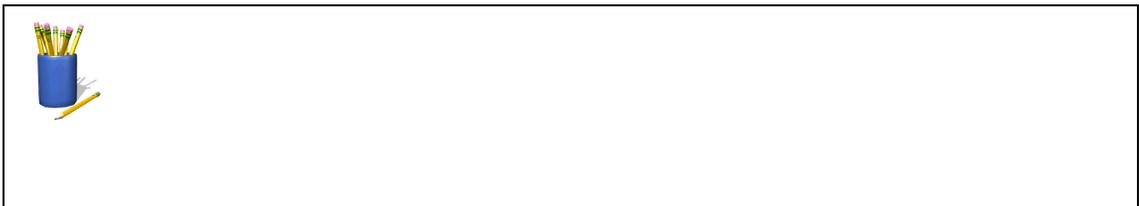


- ¿Cuáles son las características de sus vectores?



Espera al profesor para seguir realizando la actividad. A continuación, compare con otros grupos y responda las siguientes preguntas:

- ¿Los vectores de desplazamiento son equivalentes? ¿Por qué?



- Si no, ¿qué se debe cumplir para que sean equivalentes?



En general...



Apéndice 2.15: Guía de actividad clase 15: “Descomposición y composición de vectores”

Instrucciones:

1. Trabajar individualmente a menos que la actividad indique lo contrario.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Utilizar las razones trigonométricas para componer (descomponer) vectores.

Habilidad a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- *Explicar:*
 - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
 - Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.

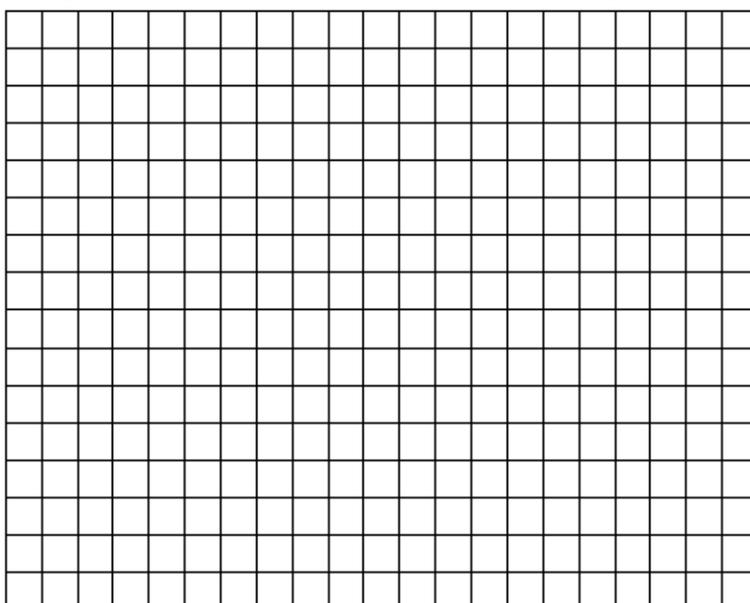
Representar

- Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad

Conceptos previos: Razones trigonométricas, vectores.

PARTE I: TRASLACION AL ORIGEN

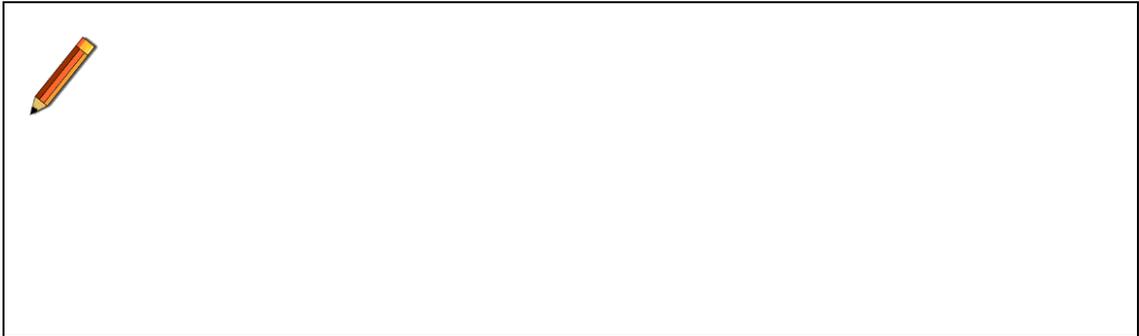
En la guía anterior se conocieron los vectores equivalentes



1. En el recuadro realice los siguientes pasos:

- Dibuje un plano cartesiano.
- Dibuje dos vectores cualesquiera que no inicie en el origen en el plano, anotando su punto inicial y punto final.

- a. ¿Cuáles serían las coordenadas de los vectores equivalentes a ambos vectores respectivamente, que inicien en el origen?

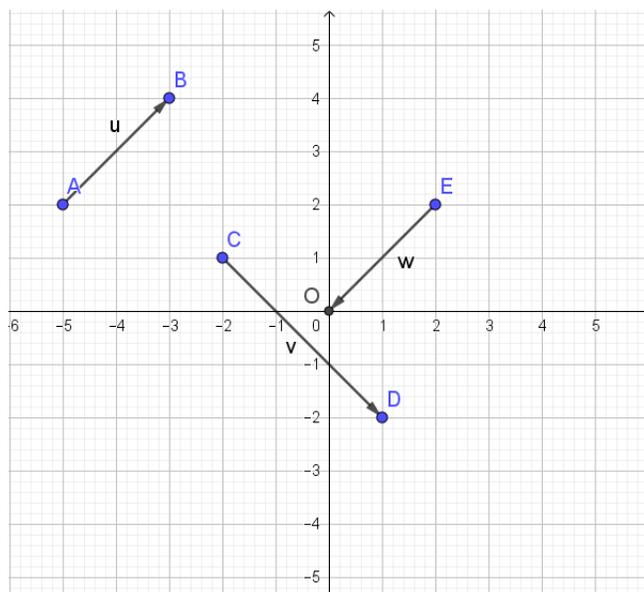


- b. ¿Qué procedimiento matemático se podría hacer para escribir cualquier vector equivalente a otro para que inicie en el origen?



Cuando tienes un vector en el plano que no parte en el origen y escribes uno de sus equivalentes, lo que haces básicamente es trasladar el vector en otro sector del plano, es decir que en este caso su traslación fue hacia el origen. Sabiendo esto:

2. Traslade los siguientes vectores al origen



PARTE II: DESCOMPOSICIÓN DE VECTORES

Ustedes saben que cada vector tiene sus respectivas componentes cartesianas (Actividad 9, Parte 2), con las cuales puedes determinar la dirección del vector e incluso hasta su módulo, pero ¿Cómo calcularías sus componentes si solo tuvieras el módulo y la dirección del vector en un ejemplo?

3. Para poder responder la respuesta anterior, te invitamos a realizar los siguientes pasos:
 - Dibuja un plano cartesiano y un vector que parta desde el origen y de modulo un número entero, distinto de 0 y 1.
 - Mida con un transportador la dirección del vector.

a. Calcule los componentes del vector:

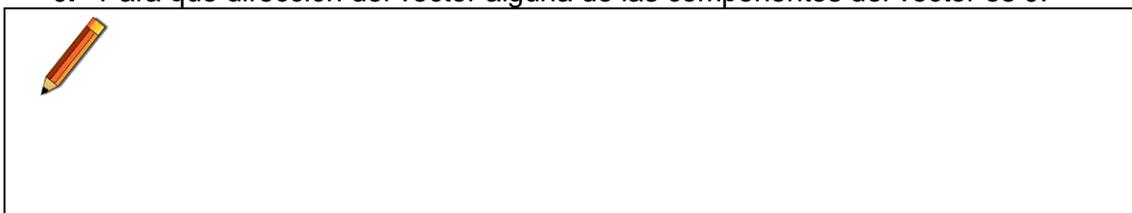


Lo que acabas de hacer es la descomposición de un vector en sus vectores “X” e “Y”, esta descomposición se utiliza generalmente en al área de física, por ejemplo, para poder determinar cuáles son los efectos de una fuerza diagonal sobre un cuerpo tanto en su movimiento vertical, como en el horizontal.

5. Escriba una expresión algebraica para determinar las componentes de cualquier vector solo sabiendo modulo y dirección.

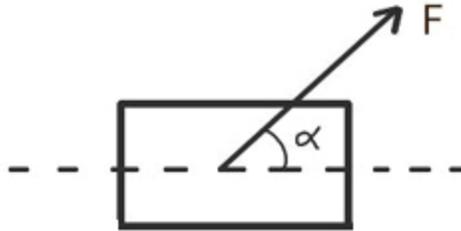


6. Para que dirección del vector alguna de las componentes del vector es 0.



PARTE II: APLICACIÓN DE VECTORES

7. Se sabe que en la física se utilizan los vectores para representar magnitudes físicas y un caso especial de ésta es la fuerza. La fuerza es una magnitud física vectorial y representa toda causa capaz de cambiar el estado de reposo o movimiento a velocidad constante, es decir, que en la aplicación de la fuerza existe una aceleración.



Supongamos que el módulo de la fuerza aplicada es de 50 [N] y el ángulo de elevación de 60° . A continuación, responde:

- a. ¿Cómo se movería el objeto al aplicarle tal fuerza? (determina según su dirección)



Un recuadro rectangular vacío con un icono de un lápiz en la esquina superior izquierda, destinado a la respuesta de la pregunta a).

- b. ¿Cuáles son las componentes del vector?



Un recuadro rectangular vacío con un icono de un lápiz en la esquina superior izquierda, destinado a la respuesta de la pregunta b).

- c. ¿Cómo se interpretaría, en el movimiento de la caja, los valores de la descomposición del vector?



Un recuadro rectangular vacío con un icono de un lápiz en la esquina superior izquierda, destinado a la respuesta de la pregunta c).

Apéndice 2.16: Olimpiadas Trigonómicas 2 – clase 16

En esta clase se trabajan problemas matemáticos en los que se debe utilizar los contenidos vistos durante la unidad para poder responderlos. Para esto, la actividad se propone de la siguiente manera:

- Los estudiantes deben formar grupos de 3.
- Se les presenta el primer problema el cual tendrán entre 10 a 15 minutos (dependerá lo que el docente estime conveniente) para poder realizarlo.
- Una vez terminado el tiempo, los equipos entregan su desarrollo al docente para su posterior revisión y el problema se responde en al frente de la clase con su respectivo desarrollo.
- Se repite el proceso hasta terminar la hora.

Cada ejercicio resuelto de forma correcta suma un total de 2 puntos, los que tengan un desarrollo con ciertos errores asociados, son calificados con 1 punto y, finalmente se considera 0 puntos si se entrega en blanco o con un desarrollo incoherente al ejercicio planteado.

Al final de la actividad los equipos hayan logrado un cierto intervalo de logro van a contar con una recompensa en la evaluación final del proceso.

Para las olimpiadas trigonométricas 2, se consideran los problemas planteados en el programa de estudio de II Medio, los cuales se encuentran entre las páginas 141 a 146, es decir los ejercicios 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

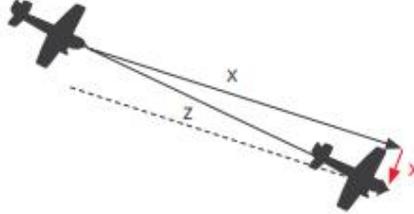
Los problemas planteados para las Olimpiadas Trigonómicas 2, del Programa de estudio de Matemática de II medio (p. 141-146), son:

Pág. 141

1. Un avión vuela a la rapidez constante $x = 150 \frac{km}{h}$. Debido a un viento cruzado que sopla ortogonalmente a una rapidez y , el avión se desvía en un ángulo de 6° .

Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)



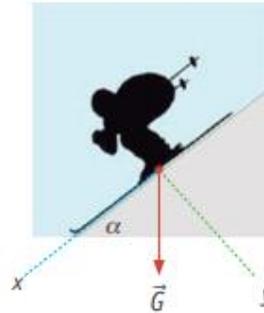
- Determinan la rapidez y del viento cruzado y la redondean a la primera decimal.
- Determinan la rapidez total z mediante una razón trigonométrica.
- Verifican la rapidez z aplicando el teorema de Pitágoras.

© Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

Resolver problemas
Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

2. En el dibujo se observa un esquiador que corre en una pendiente cuyo ángulo de elevación es $\alpha = 38^\circ$. El esquiador pesa 75 kg, lo que equivale aproximadamente a la fuerza de $G = 750$ N. El vector de la fuerza del peso se muestra verticalmente hacia abajo.

Dibujan los componentes del vector \vec{G} que están en la dirección de la pendiente (x) y en la dirección ortogonal a la pendiente (y), mediante una descomposición.

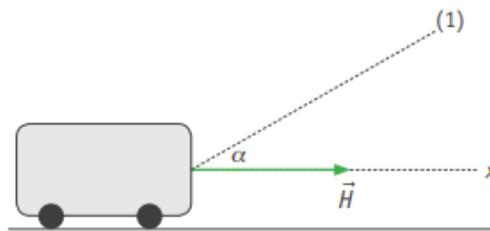


- Expresan los componentes del vector en dirección (x) y en dirección (y), mediante razones trigonométricas.
- Calculan el valor de ambos componentes y lo redondean a la primera decimal.
- ¿Qué pasa con los componentes si el ángulo de elevación se acerca a 0° ?, ¿y si se acerca a 90° ?

⊗ Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

Resolver problemas
Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

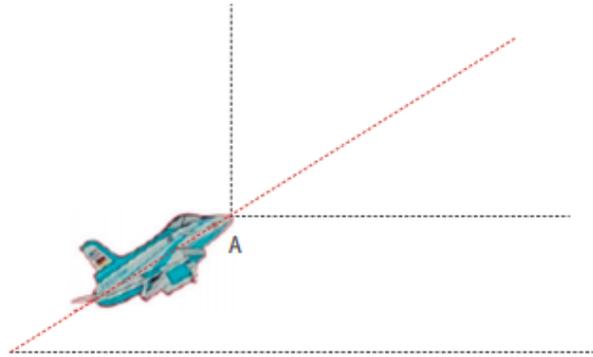
3. Con un cordel como el que se muestra en la dirección (1), se mueve horizontalmente una maleta. La fuerza \vec{F} que actúa en dirección (1) genera un componente horizontal \vec{H} , cuyo valor es de 20N.



- Dibujan el vector de la fuerza \vec{F} que actúa en dirección (1).
- Determinan el valor de la fuerza F mediante una razón trigonométrica.
- Se varía el ángulo α . ¿Con qué valor del ángulo α son idénticos los vectores \vec{F} y \vec{H} ?

⊗ Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

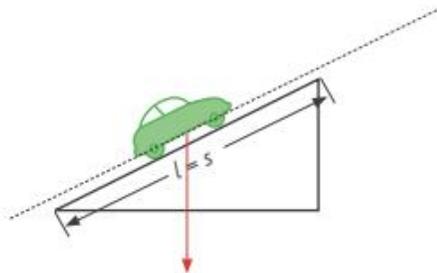
4. Un avión “cazador” está en la fase del despegue y vuela a una velocidad $v = 90 \frac{m}{s}$. El ángulo de elevación es de $\alpha = 30^\circ$.



- Dibujan el vector de la rapidez en el punto A, con una escala en la que $10 \frac{m}{s}$ equivalen a 1 cm.
- Dibujan los componentes horizontales y verticales de la velocidad v , por descomposición ortogonal.
- Determinan ambos componentes mediante razones trigonométricas.
- Comparan el resultado del cálculo de los componentes con el dibujo de los vectores a escala.

⊗ Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

5. Un auto de masa 1 000 kg sube una pendiente con un ángulo de elevación de $\alpha = 30^\circ$. Un kilogramo de peso genera aproximadamente una fuerza de 10 N.



- Conjeturan acerca de la fuerza mínima que debe generar el motor del auto para compensar la fuerza que tira el auto hacia abajo, en dirección de la pendiente.
- Aplican una razón trigonométrica para determinar la fuerza mínima que debe generar el motor y redondean el resultado a la primera decimal.

⊗ Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

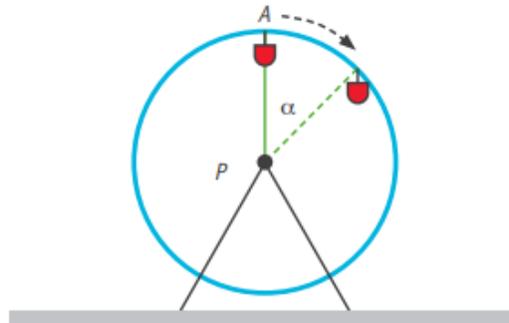
Argumentar y comunicar

Usar lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de conjeturas. (OA f)

Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

6. En un parque de entretenición hay una rueda gigantesca que gira en el sentido de las manillas del reloj. Una góndola con 6 personas pesa 625 kg, incluida la palanca. La fuerza del peso de aproximadamente 6250 N actúa perpendicularmente hacia abajo. En la posición A , toda la fuerza de la góndola actúa sobre el punto P del eje de rotación, ejerciendo presión.



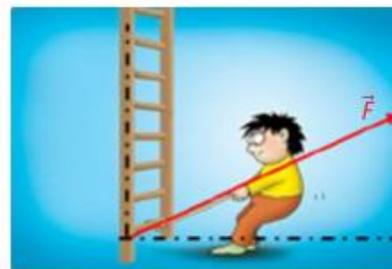
- La góndola gira en un ángulo de $\alpha = 30^\circ$. Determinan gráficamente el vector de la fuerza que actúa sobre el punto P , mediante la descomposición de vectores.
- Calculan el valor de la fuerza que actúa sobre el punto P , mediante una razón trigonométrica.
- ¿En qué posición la góndola actúa sin fuerza alguna sobre el punto P ? Explican la respuesta con una razón trigonométrica.
- ¿En qué posiciones la góndola actúa ejerciendo presión sobre el punto P ? Explican la respuesta con una razón trigonométrica.

© Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

7. En el dibujo, Francisco tira la espaldera con una fuerza \vec{F} , representada por el vector dibujado en color rojo. La fuerza \vec{F} origina una componente horizontal \vec{H} y una componente vertical \vec{V} .



Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

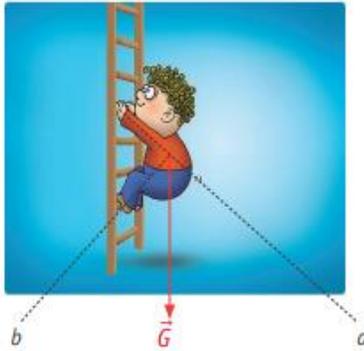
- Determinan gráficamente los componentes \vec{H} y \vec{V} .
- Miden el vector \vec{F} y los componentes \vec{H} y \vec{V} .
- Determinan las magnitudes de las fuerzas, si un centímetro (1 cm) en el dibujo corresponde a una fuerza de 20 N.

- Miden el ángulo entre la dirección de la fuerza \vec{F} y la espaldera.
- Calculan los componentes \vec{H} y \vec{V} mediante una razón trigonométrica.
- Comparan el resultado del cálculo con el resultado gráfico.

⊗ Ciencias Naturales OA 10 de 2° medio.

⊗ Educación Física y Salud OA 4 de 2° medio.

8. Carlos se sujeta con sus manos y sus pies en la espaldera. Sus brazos y sus piernas forman un ángulo recto. Carlos tiene un peso de 60 kg, que ejerce una fuerza directamente hacia abajo de $G = 600$ N. El ángulo entre el vector \vec{G} y la línea a mide 50° .



- Determinan gráficamente la fuerza con la cual Carlos tira la espaldera con sus manos (1 cm corresponde a 200 N).
- Determinan gráficamente la fuerza con la cual Carlos presiona la espaldera con sus pies (1 cm corresponde a 200 N).
- Calculan ambas fuerzas mediante razones trigonométricas.
- Comparan el resultado del cálculo con el resultado gráfico.

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

Apéndice 2.17: Laboratorio de KA- clase 17

Esta clase se planifica y organiza según el cuarto levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 14, 15 y 16.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 2.18: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 18

En la clase de evaluación de portafolio, el docente tiene el objetivo de trabajar las actividades pendientes de los estudiantes que por algún motivo se hayan atrasado durante el proceso, también es un tiempo destinado a concluir el desarrollo de las actividades mínimas propuestas en KA, en el caso de tener trabajo sin finalizar. También es posible continuar avanzando con las actividades complementarias propuestas en KA, ya sea para reforzar o profundizar contenidos.

Apéndice 3: Orientaciones al docente

Apéndice 3.1: Guía de actividad clase 1: “Teorema de Pitágoras”

Instrucciones:

1. Formar parejas o tríos con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Determinar características generales de los triángulos.*
- *Reconocer que, con dos lados del Triángulo rectángulo dado, se puede calcular el tercer lado*
- *Verificar la validez del Teorema de Pitágoras por medio de la observación de los cuadrados respectivos encima de los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo.*

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- *Explicar procedimientos de soluciones propias, demostraciones de resultados y generalizaciones.*

Representar

- *Triángulos rectángulos*

Conceptos previos: *Área, Cuadrado, Características y clasificaciones de triángulo, Área de un triángulo.*

PARTE I: TRIÁNGULOS GENERALES

Antes de comenzar la actividad responda la siguiente pregunta:

1. Describe según tus pensamientos cuales son las características generales que presentan los triángulos y sus elementos.



Características generales de un triángulo:

Existen dos características de los triángulos que las analizaremos en las siguientes actividades:

2. 1) Lados

A continuación, se les presentan una serie de varitas de distintos tamaños con los cuales deberá intentar construir triángulos de distintos tamaños.

- IV. ¿Cuántas varitas se necesitan para construir el triángulo? ¿Qué nombre se le puede dar a ésta?



- V. ¿Existe algún caso en que no se puede construir el triángulo? ¿Cuál?



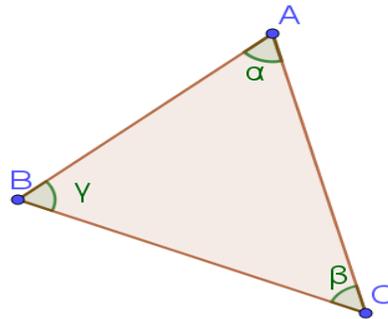
- VI. Compare las diferencias entre los lados entre los triángulos que se pueden construir y los triángulos que no se pueden construir.



Conclusiones:

2. 2) Ángulos

En el triángulo de vértices A, B y C y de ángulos alpha, gama y beta respectivamente trace una recta de tal manera que pase por los puntos A y B, luego haz una recta que sea paralelo a la recta \overline{AB} y que pase por el punto C.



Analice lo que va ocurriendo con los ángulos dentro de la figura. Recuerde siempre escribir en función de estos tres ángulos.

- a) ¿Dónde se ubican los ángulos, alpha y gama?



- b) ¿Cuánto suman los tres ángulos?



Conclusiones:

Orientaciones al docente

Se recomienda que cada uno de los grupos haga solo una actividad para optimizar el tiempo de la clase. Al final de la actividad los estudiantes pueden compartir sus resultados entre los grupos explicando cómo obtuvieron sus respuestas, comunicando el trabajo realizado durante la actividad. Una estrategia para corroborar

de que los estudiantes realicen esta dinámica es pedir a grupos que expliquen la actividad que no realizaron.

Para la actividad 2.1:

El profesor en esta parte puede presentar las varitas con distintos nombres como A, B, C... para que los estudiantes puedan describir de mejor manera en la respuestas, en las cuales deben reconocer:

- Que el triángulo tiene 3 lados.
- La suma de dos lados del triángulo.

Para la actividad 2.2:

Se espera que en esta actividad los estudiantes logren ubicar los ángulos y concluir que la suma de los ángulos internos del triángulo, suman 180° .

Recordar las condiciones para obtener dos rectas paralelas es fundamental para que puedan desarrollar la actividad. Es posible que algunos estudiantes puedan presentar problemas con la ubicación de algunos ángulos luego de trazar la recta paralela \overline{AB} o reconocer una recta paralela. En caso de existir dificultades, se puede complementar con el siguiente material en KA:

- Practica¹: Relaciones de ángulos con líneas paralelas.
- Practica²: Identificar rectas paralelas y perpendiculares.

Nota: Recomendamos en caso de existir dificultad en la realización de cualquier actividad, el docente facilite la solución al problema sin perder mucho tiempo en esto. Dado que con el material complementario de KA, se trabajen en estas dificultades.

¹ https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geo-angle/angles-between-lines/e/parallel_lines_1?modal=1

² <https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-lines/parallel-perp/e/recognizing-parallel-and-perpendicular-lines>

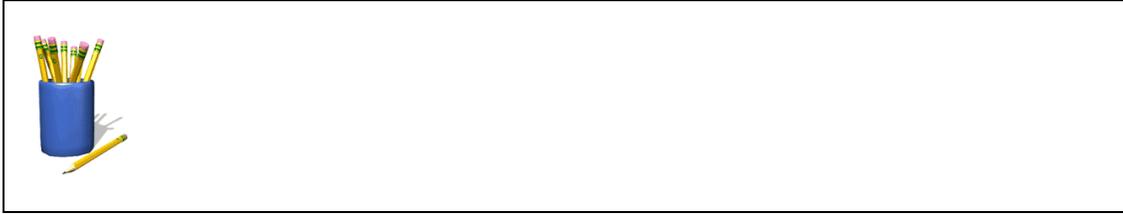
Se recomienda comparar las conclusiones con la pregunta de diagnóstico.

PARTE II: TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

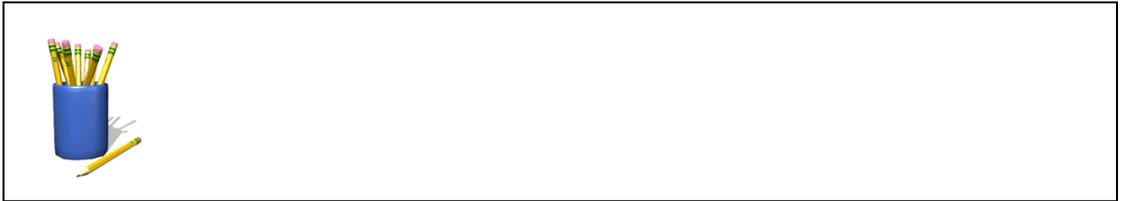
Ya conocidas las características generales de los triángulos generales, podemos adentrarnos a un teorema muy conocido en la geometría el cual es el teorema de Pitágoras. Para esto último es necesario recordar particularidades de un triángulo específico: El “Triángulo rectángulo”.

3. Respecto a esto, responda las siguientes preguntas:

c. ¿Cuáles son las condiciones que debe cumplir un triángulo para que sea un triángulo rectángulo?



d. ¿Cómo podrías obtener un triángulo rectángulo a partir de un rectángulo?



Orientaciones al docente

Los estudiantes responden las preguntas con sus respectivos grupos de trabajo con el fin de recordar las características que identifican a un triángulo rectángulo y elaborar una estrategia sencilla para construir un triángulo rectángulo a partir de un rectángulo.

Se espera que el estudiante especifique que para que un triángulo sea rectángulo debe poseer uno de sus ángulos internos con una medida de 90° y que se puede construir uno a partir de un rectángulo cortando en la diagonal de éste.

Es posible que los estudiantes presenten confusiones en la clasificación de triángulos y despierten incertidumbres sobre cuáles eran las características de estos, si este es el caso, se puede utilizar el siguiente material de KA como repaso:

- ³Practica: Repaso de tipos de triángulos

El material ayudará a los estudiantes recordar los nombres que se le dan a los triángulos que cumplen ciertas características específicas.

³<https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geometry-shapes/basic-geo-classifying-triangles/a/types-of-triangles-review?modal=1>

Materiales:

✓ Cartulina

✓ Tijeras

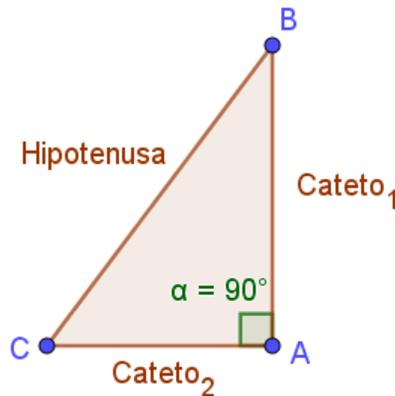
4. A continuación, construya un triángulo rectángulo a partir de un rectángulo.

En el triángulo construido, identifique y responda:

- ¿A qué llamamos la hipotenusa de un triángulo rectángulo?
- ¿A qué llamamos los catetos de un triángulo rectángulo?
- ¿Cuál es siempre el mayor de los lados en un triángulo rectángulo?

Orientaciones al docente

Al cortar el rectángulo para formar el triángulo, deberán adherir con pegamento este triángulo sobre otra cartulina y se espera que anoten las respuestas, como muestra la imagen de referencia:



Además, es necesario que mencionen que la hipotenusa es el lado del triángulo es de mayor longitud.

En este caso las dudas posibles se pueden resolver dentro de la misma actividad debido a que solo se deben reconocer características del triángulo rectángulo.

PARTE III: TEOREMA DE PITÁGORAS

Actividad...

Materiales:

- ✓ Cartulina
- ✓ Tijeras

- Recorta 5 cuadrados de diferentes tamaños de papel de construcción (por ejemplo: 3, 4, 5, 7, 10 y 12 cm)
 - Coloca los cuadrados de manera que cada lado forme el lado de un triángulo rectángulo.
 - Encuentren las áreas individuales de cada cuadrado para ver cómo se relacionan entre sí.
 - Recorta las áreas de los lados que forman catetos y colóquelos sobre el área del cuadrado cuyo lado forma la hipotenusa del triángulo de tal manera que abarque la mayor cantidad de espacio posible.
 - Explicar cómo ésta es la base del teorema.

a. ¿A qué conclusiones puede llegar con lo anterior?



b. ¿Cómo traducir lo anterior en una expresión matemática?



Orientaciones al docente

Los estudiantes deberán ir probando las distintas combinaciones para poder construir el triángulo rectángulo, una vez hecho esto al recortar los cuadrados y colocarlos sobre el cuadrado cuyo lado es la hipotenusa del triángulo, los estudiantes deben asociar que la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados forman los catetos del triángulo es igual al área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa de dicho triángulo. Además, los estudiantes deberán traducir esto al lenguaje algebraico.

$$(\textit{Cateto } 1)^2 + (\textit{Cateto } 2)^2 = (\textit{Hipotenusa})^2$$

Se puede complementar la conclusión con un montaje de pelotas dentro de cuadrados como muestra el video del siguiente link video:

<https://www.youtube.com/watch?v=Xj-4EUPx3A4>

O también utilizar el mismo video para mostrarlo a la clase.

Una vez terminada la actividad, realizar una puesta en común con el fin de concluir con la ecuación del teorema de Pitágoras, además del significado de que representa ésta.

Apéndice 3.2: Guía de actividad clase 2: “Razones y proporciones”

Instrucciones:

1. Formar parejas o tríos con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica.*

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y Comunicar:

- *Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.*
- *Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.*

Representar:

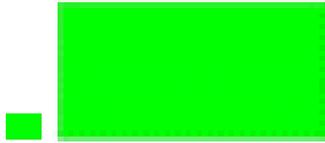
- *Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas o situaciones familiares para resolver problemas*

Conceptos previos: Razones y proporciones

PARTE I: CONCEPTO DE RAZÓN

1. Por cada una de las siguientes situaciones, indica dos nuevas afirmaciones que se puedan deducir a partir de la información dada:

Situación 1: Por cada 1 cm de altura que tiene el edificio en la maqueta, en la realidad son 10 m,	
<p>3.</p> 	
<p>4.</p> 	

Situación 2: Por cada 0,5 cm de altura que tiene el rectángulo, 2 cm son de largo.	
 <p>3.</p>	
 <p>4.</p>	

Orientaciones al docente

El objetivo de la actividad es que los estudiantes, trabajando en sus grupos de trabajos, puedan elaborar 2 oraciones que tengan relación con la razón escrita en el enunciado, con el fin de que se entienda el significado de la frase y el concepto matemático. Por ejemplo: 2[cm] de altura del edificio en la maqueta, en la realidad representa 20 [m].

Es bueno que al final de la actividad el docente evalúe algunas frases para retroalimentarlas a través del dialogo y opiniones de los demás grupos.

Si llegasen a tener dificultades, se puede utilizar el siguiente material de KA para complementar la actividad:

- ¹Practica: Dibujos a escala.

¹<https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-geometry/cc-7th-scale-drawings/e/interpreting-scale-drawings>

2. A partir de las siguientes situaciones, determina:

1. La siguiente imagen muestra el dibujo de un árbol a escala. Las medidas reales del árbol son: Altura 8,25 m y ancho 3,75 m

	<p>c. ¿A qué escala fue dibujado el árbol?</p> 	<p>d. Considerando las medidas reales del árbol, si el ancho del dibujo es 25 (cm), ¿cuál es la altura que tendría según la nueva escala?</p> 
---	--	---

Orientaciones al docente

Los estudiantes trabajan en sus grupos de trabajo con el objetivo de que los estudiantes puedan escribir la escala de medición correspondiente, con el fin de poder relacionar la escala con las medidas reales del objeto, para poder evaluar la comprensión de esto se considera la parte II de la actividad. Los estudiantes deben llegar a la razón establecida.

Una actividad complementaria, si el docente lo estima conveniente, es construir figuras a escalas a partir de una situación descrita, como las que establece KA:

- ²Práctica: Construye dibujos a escala.

²<https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-geometry/cc-7th-scale-drawings/e/constructing-scale-drawings>

II. La razón entre la base y la altura de un triángulo isósceles es 2:3.

a. Si la base mide 3,5 cm, ¿cuánto mide la altura del triángulo?



b. Dibuja el triángulo según los valores obtenidos en a)



Orientaciones al docente

Los estudiantes tendrán que interpretar la razón de manera grupal, pero dibujarlos de manera individual, el objetivo de realizar el dibujo es que los estudiantes puedan observar la razón aplicada en un triángulo, dada la razón de su base con su altura, no tan solo de forma aritmética como se ha hecho durante la actividad, sino también de forma geométrica.

III. Con un cable rojo de 50 m se quiere conseguir un polígono semejante a otro polígono construido con cable verde de 90 m de largo.

<p>a. ¿Cuál es la razón de los perímetros de los polígonos?</p> 	<p>b. Si un lado del polígono construido con cable verde mide 5 m, ¿cuánto mide el lado homólogo del polígono construido con el cable rojo?</p> 
<p>c. ¿Es correcto afirmar que son homólogos un lado del polígono construido con cable rojo que mide 3 m con uno del cable verde que mide 8 m? Justifica.</p> 	

A MODO DE SÍNTESIS

En cada situación de la actividad anterior, hemos aplicado lo que se conoce como el concepto de *razón*. Por tanto, a modo de conclusión ¿Cómo se interpreta una razón y como se pueden escribir?



Orientaciones al docente

El objetivo de la última pregunta de la actividad es que los estudiantes puedan redactar con sus propias palabras su interpretación del concepto de razón, además de sus posibles escrituras, es por esto que es bueno insistir en los estudiantes de que la respuesta para la síntesis la trabajen de forma individual, es decir, sin influencia del grupo de trabajo, con el fin de lograr una evaluación personal.

Además, es importante mencionar y ejemplificar mediante las actividades anteriormente realizadas el antecedente y consecuente de una razón.

También es recomendable recolectar respuestas de los estudiantes con el fin de evaluarlas frente al curso para orientar a los demás estudiantes y que todos puedan elaborar una respuesta con lo mínimo esperado.

PARTE II: CONCEPTO DE PROPORCIÓN



A la igualdad de dos razones se le llama *proporción*.

En geometría, el concepto de proporción es posible aplicarlo en el:

Teorema de Thales

Orientaciones al docente

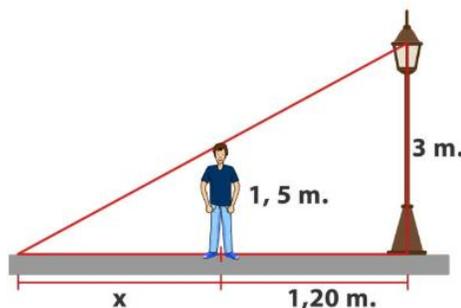
Una actividad sugerida para este contenido, es una en la que se hace coincidir la punta de la sombra de un palo de escoba con sombras de distintos objetos, con tal de medirlas y así, aplicando el teorema de Thales, poder calcular la altura de los objetos.



El teorema de Thales se refiere a la proporcionalidad que se puede establecer entre las longitudes de los trazos que determinan la intersección de al menos dos rectas paralelas con los lados de un ángulo.

3. A partir de lo descrito anteriormente, considera la siguiente situación:

- ii. Matías mide 1,50 (m) de altura, se encuentra a 1,20 (m) de un poste que tiene encendida su luminaria a 3 (m) del suelo, como se muestra a continuación:



a. Si Matías proyecta una sombra que mide x (m), ¿Cuál es la proporción que existe entre la sombra que proyecta Matías y el poste de luz?



b. De acuerdo a lo anterior, ¿Cuál es el largo de la sombra que proyecta Matías?



Orientaciones al docente

El objetivo de la actividad es aplicar el concepto de proporción e interpretarlo, es por esto que se recomienda concluir con una puesta en común la actividad avalando a la interpretación. Los estudiantes trabajarán individualmente en esta ocasión.

En KA se encuentra material complementario de teorema de Thales, pero lo relacionan con la semejanza de triángulos, es por esto que recomendamos utilizarlo para la clase 4.

Además, es posible que los estudiantes puedan tener problemas con el trabajo de fracciones, en caso de identificar problemas, se puede utilizar el siguiente material de KA:

- ³Practica: Fracciones equivalentes. (modelos de fracciones)
- ⁴Practica: Fracciones equivalentes.

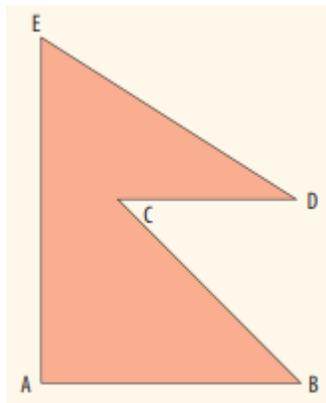
³<https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/visualizing-equivalent-fractions?modal=1>

⁴<https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/equivalent-fractions?modal=1>

4. Actividad propuesta

No todas las banderas del mundo son rectangulares, existen tres que tienen una forma que la diferencia del resto. Dos de ellas, Suiza y Vaticano, son cuadradas, mientras que la bandera de Nepal, tiene una forma muy particular, que representa los montes Himalayas como puedes observar a continuación.

La bandera de Nepal se construye con la siguiente forma.



4. Cada integrante construirá una bandera de Nepal sobre una hoja de manera que su lado inferior (AB) mida 12 cm.

- a) ¿Las banderas que construyeron son iguales?, de no ser así, ¿qué las diferencian?



- b) Comparen sus banderas con las de otros compañeros. ¿Cuáles son las diferencias? (Analice las características de la figura)



Orientaciones al docente

Los estudiantes en la actividad deberán construir la bandera de Nepal y compararlas con el fin de encontrar la diferencia entre ellas. Lo mínimo esperado que los estudiantes identifiquen que la forma de la figura es lo diferente. Es importante que los estudiantes, para esta pregunta, ubiquen más diferencias que la forma, como por ejemplo los ángulos, el tamaño de los lados, entre otras características. Se recomienda hacer una puesta común de esta respuesta evidenciando estas diferencias.

5. Las instrucciones para construir la bandera de Nepal se encuentran en el artículo 5 de su Constitución política, donde se escribe paso a paso cómo hacerlo.

- c) ¿Qué datos creen que son necesarios para construir una bandera como esta? ¿Cuáles solicitarían ustedes? Justifiquen.



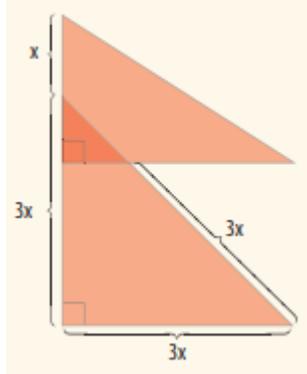
- d) Si alguien dice que la bandera está “mal construida”, ¿en qué aspectos se fijarían para determinarlo? Justifiquen.



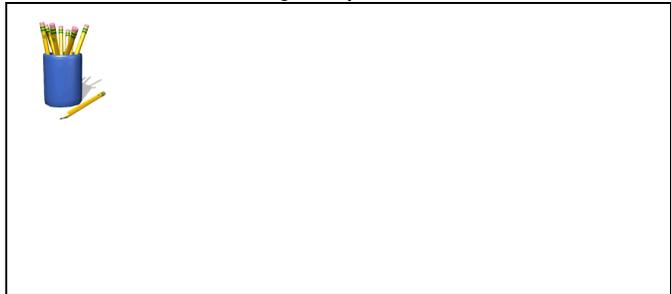
Orientaciones al docente

Los estudiantes deberán identificar características de una figura que determina si tendrá igual forma a otra. Es importante aconsejar a los estudiantes que recuerden lo trabajado en razones y proporciones para dar respuestas a estas preguntas.

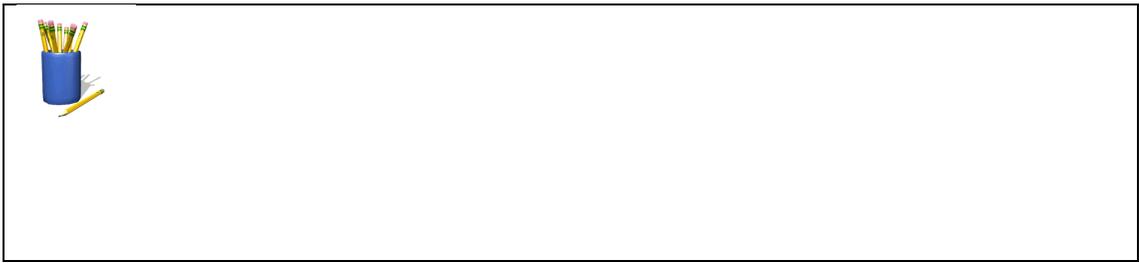
6. Las instrucciones indicadas en la Constitución son las siguientes:



- d) Construyan, cada uno, una bandera con estas instrucciones y distintos valores de x
- e) ¿Qué tienen en común las banderas construidas? ¿En qué se diferencian?



f) Imaginen como darle instrucciones a alguien para que construya la bandera, pero por teléfono. ¿Cómo lo harían?



Orientaciones al docente

Al construir las banderas deberán reconocer la igualdad en la forma de todas las banderas. Es bueno hacer la puesta en común en esta pregunta, debido a que deben comparar su bandera con los demás y llegar a la conclusión de que tienen la misma forma y que solo se diferencian en el tamaño. Además, se puede complementar la conclusión de esta actividad con el análisis los ángulos de la figura, de esta manera cuando elaboren las instrucciones para poder explicar cómo construir la bandera, los estudiantes se enfoquen en entregar las medidas de los ángulos internos y las proporciones de los lados de la figura.

Si se observa dificultad para responder las preguntas, existe material complementario en la plataforma KA, además de la que se asigna de forma obligatoria, en la cual se analiza la semejanza a través de transformaciones isométricas y homotecias:

- o ⁵Practica: Semejanza y transformaciones.

⁵<https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence/congruent-similar/e/exploring-angle-preserving-transformations-and-similarity>

Apéndice 3.3: Laboratorio de KA – clase 3

Esta clase se planifica y organiza según el primer levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 1 y 2.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 3.4: Guía de actividad clase 4: “Criterios de semejanza de triángulos”

Instrucciones:

1. Formar parejas o tríos con tus compañeros.
2. Debes disponer de los siguientes materiales: Regla, transportador y tijeras.
3. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
4. Justifica cada respuesta según corresponda.
5. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Demostrar que comprenden el concepto de semejanza de figuras geométricas sin necesidad de conocer todas sus medidas.*
- *Determinar criterios de semejanza.*

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar:

- *Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.*
- *Explicar generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.*

Conceptos previos: *Razón, proporcional, ángulos congruentes, semejante.*

1. Reúnanse en grupo y contesten las siguientes preguntas:

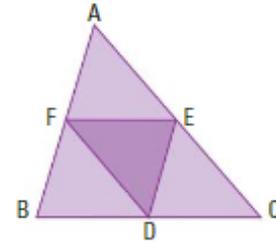
a) ¿Qué entienden por semejanza en figuras geométricas? Da un ejemplo.



b) ¿El concepto de semejanza es sinónimo de equivalencia y congruencia en figuras geométricas? ¿Por qué?



c) Observe la imagen que está a continuación, si se sabe que los puntos D, E y F son puntos medio, y los lados \overline{FE} y \overline{BC} son paralelos, ¿podríamos afirmar que el ΔABC es equivalente, semejante o congruente al ΔDEF ? Explique.



Orientaciones al docente

El objetivo de estas primeras dos preguntas es recordar el significado de semejanza y cómo se diferencia a la equivalencia y congruencia, a su vez, recordar que al construir la bandera de Nepal en la clase 2, dibujaron una figura semejante a otra dada.

Es bueno hacer la puesta en común de estas dos preguntas antes de que los grupos de trabajo comiencen a realizar la pregunta c), ya que se aclaran los conceptos necesarios para poder responderlas y es posible que tengan dudas para poder trabajarlas. Para reconocer que ambos triángulos mencionados son semejantes los estudiantes deberán verificar los ángulos mediante las relaciones de ángulo entre líneas paralelas.

Es posible que los estudiantes tengan dificultades identificando los ángulos o con las relaciones de los ángulos entre líneas paralelas. Un material complementario en KA para poder abordar estas dificultades podrían ser:

- ¹Practica: Identificar ángulos suplementarios, complementarios y opuestos por el vértice.
- ²Practica: Relaciones de ángulos con líneas paralelas.

Por otro lado, un material complementario en KA para trabajar la congruencia de figuras geométricas y transformaciones isométricas es:

- ³Practica: Congruencia y transformaciones.

¹<https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geo-angle/vert-comp-supp-angles/e/identifying-supplementary-complementary-vertical?modal=1>

²https://es.khanacademy.org/math/geometry-home/basic-geo/basic-geo-angle/angles-between-lines/e/parallel_lines_1?modal=1

³<https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence/congruent-similar/e/exploring-rigid-transformations-and-congruence>

Por último, los estudiantes deben identificar la equivalencia, semejanza y congruencia:

- Equivalencia: Sus áreas son iguales, sin importar su forma ni si se trata del mismo tipo de figuras.

- Semejanza: Si tienen la misma forma y sus lados homólogos son proporcionales.
- Congruencia: Si son idénticas, por lo que tendrán la misma forma y tamaño.

2. Comparen en grupos sus respuestas y finalmente realicen una puesta en común junto con el profesor. Y a continuación toma apuntes acerca de qué debemos considerar para poder clasificar las figuras como equivalentes, semejantes y congruentes.

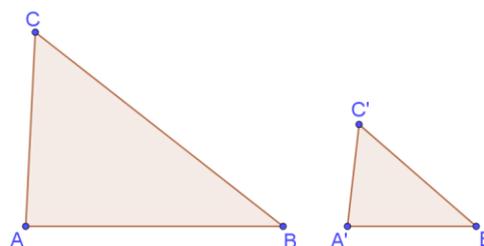
EQUIVALENTES	SEMEJANTES	CONGRUENTES
		

Cuando comparamos dos triángulos que son semejantes encontramos las siguientes características:

Lados proporcionales:



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$$



Ángulos congruentes:

$$\angle A = \angle A' \quad \angle B = \angle B' \quad \angle C = \angle C'$$

A la razón entre los lados proporcionales se le conoce como *razón de semejanza* del triángulo.

Orientaciones al docente

También puede que sea conveniente para el desarrollo de la clase considerar que los vértices de los lados proporcionales son los vértices que forman los mismos ángulos. Por ejemplo:

$$\angle A = \angle A' \quad \angle B = \angle B' \rightarrow \frac{A'B'}{AB} \text{ es una razón de semejanza del triángulo}$$

$$\text{Por otro lado : } \frac{A'C'}{AB} \text{ no es una razón de semejanza del triángulo}$$

Lo anterior enfatiza que a pesar de que dos triángulos sean semejantes, la razón entre dos parejas de lados cualesquiera no necesariamente serán proporcionales, por lo que hay que ser cuidadosos al calcular la razón de semejanza.

Actividad

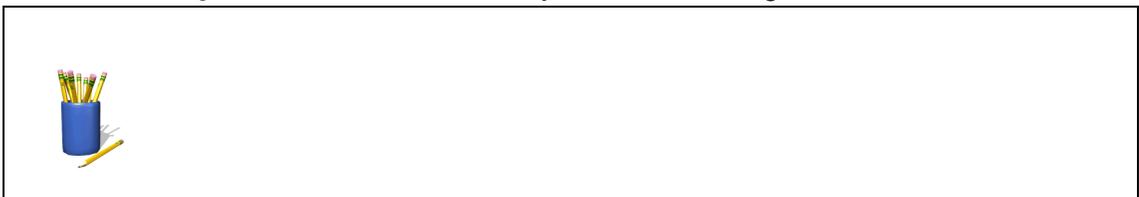
3. En la guía de trabajo está anexo un cuadro que contiene distintos triángulos para las distintas actividades en los cuales tendrás trabajar. Recórtalos y colócalos sobre la mesa.
- I. En la siguiente actividad solo tiene a su disposición un transportador a disposición. (Utiliza “Cuadro de triángulos 1”)
 - a. ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? ¿Por qué?



- II. Ahora solo tienes a disposición una regla para poder medir. (Utiliza “Cuadro de triángulos 2”)
 - b. ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? ¿Por qué?



- c. ¿Cuál es la razón de semejanza de los triángulos?



Orientaciones al docente

Los estudiantes tendrán que utilizar instrumentos de medidas para evaluar si los triángulos son semejantes o no, donde encontrarán que los triángulos B y D son semejantes, en el caso de la actividad I), y en la actividad II) los triángulos A y C, son semejantes.

En la actividad II) es importante que calculen la razón de semejanza de los triángulos y las comparen entre los grupos para concluir que la razón entre las figuras no es igual.

Después de ambas actividades es recomendable hacer una pausa para reconocer las respuestas de distintos grupos de trabajo. Es importante que cada grupo especifique la estrategia utilizada para obtener su respuesta.

Es posible que los estudiantes evidencien dificultades en la simplificación de fracciones, en KA se puede trabajar con la siguiente actividad:

- ⁴Práctica: Simplificar fracciones complicadas

⁴<https://es.khanacademy.org/math/arithmetic-home/negative-numbers/mult-divide-negatives/e/complex-fractions>

III. A continuación, solo tiene a disposición las medidas de algunos ángulos y lados (Utiliza “Cuadro de triángulos 3”)

- a. ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? ¿Por qué?



- b. ¿Cuál es la razón de semejanza de los triángulos?



Orientaciones al docente

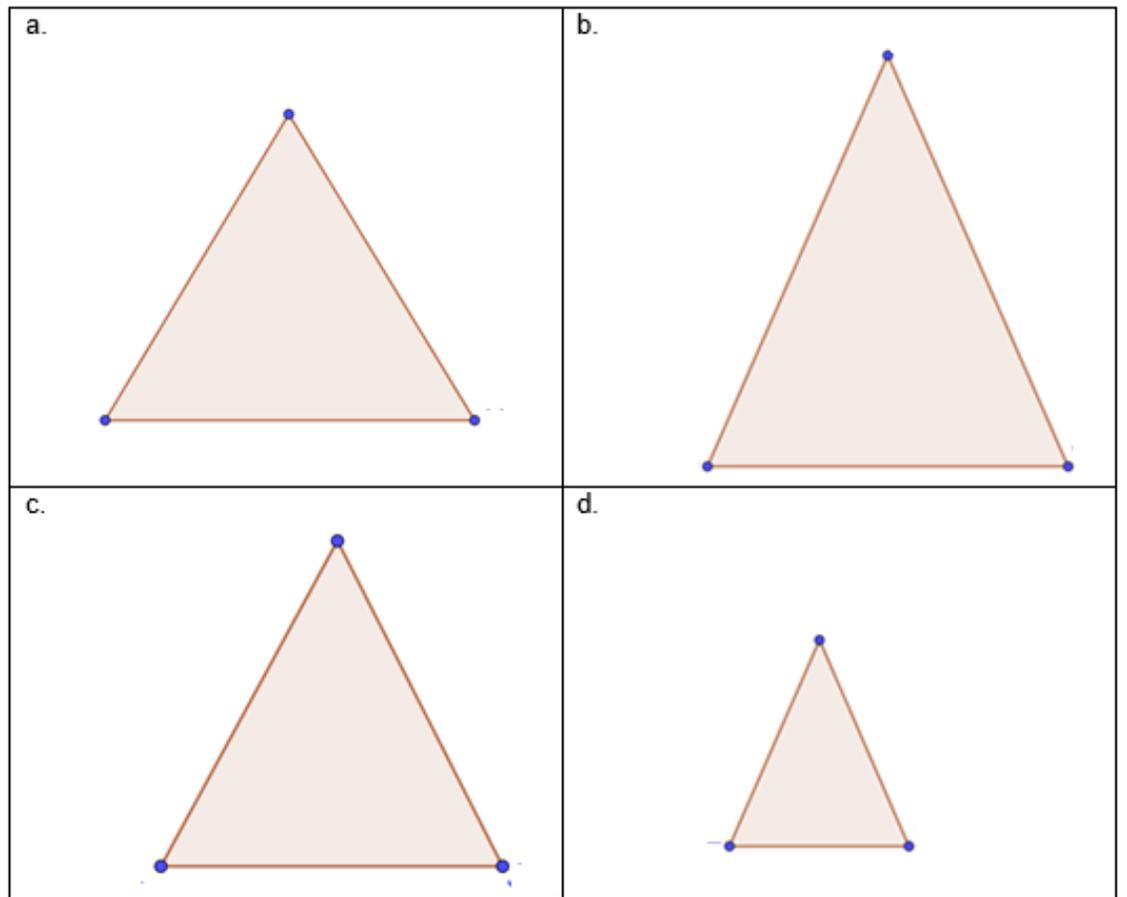
Los estudiantes deberán argumentar por qué los triángulos B y D son semejantes, donde tendrán que reconocer que, al tener un ángulo de igual medida entre dos lados homólogos, entonces el lado restante debe ser homólogo.

Es posible que los estudiantes tengan respuestas variadas del porqué los triángulos son semejantes. Si se observa dificultad a la pregunta existe material complementario en la plataforma KA, además de la que se asigna de forma obligatoria, en la cual se analiza la semejanza a través de transformaciones isométricas y homotecias:

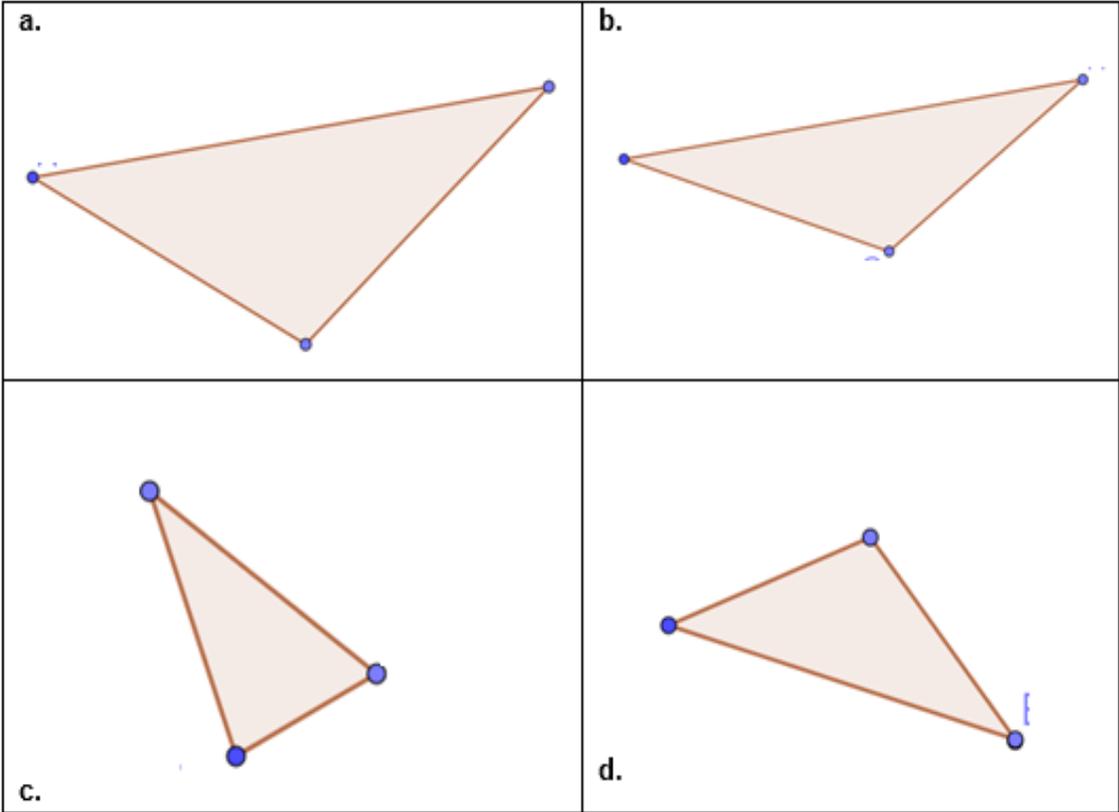
- ⁵Practica: Semejanza y transformaciones.

⁵<https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence/congruent-similar/e/exploring-angle-preserving-transformations-and-similarity>

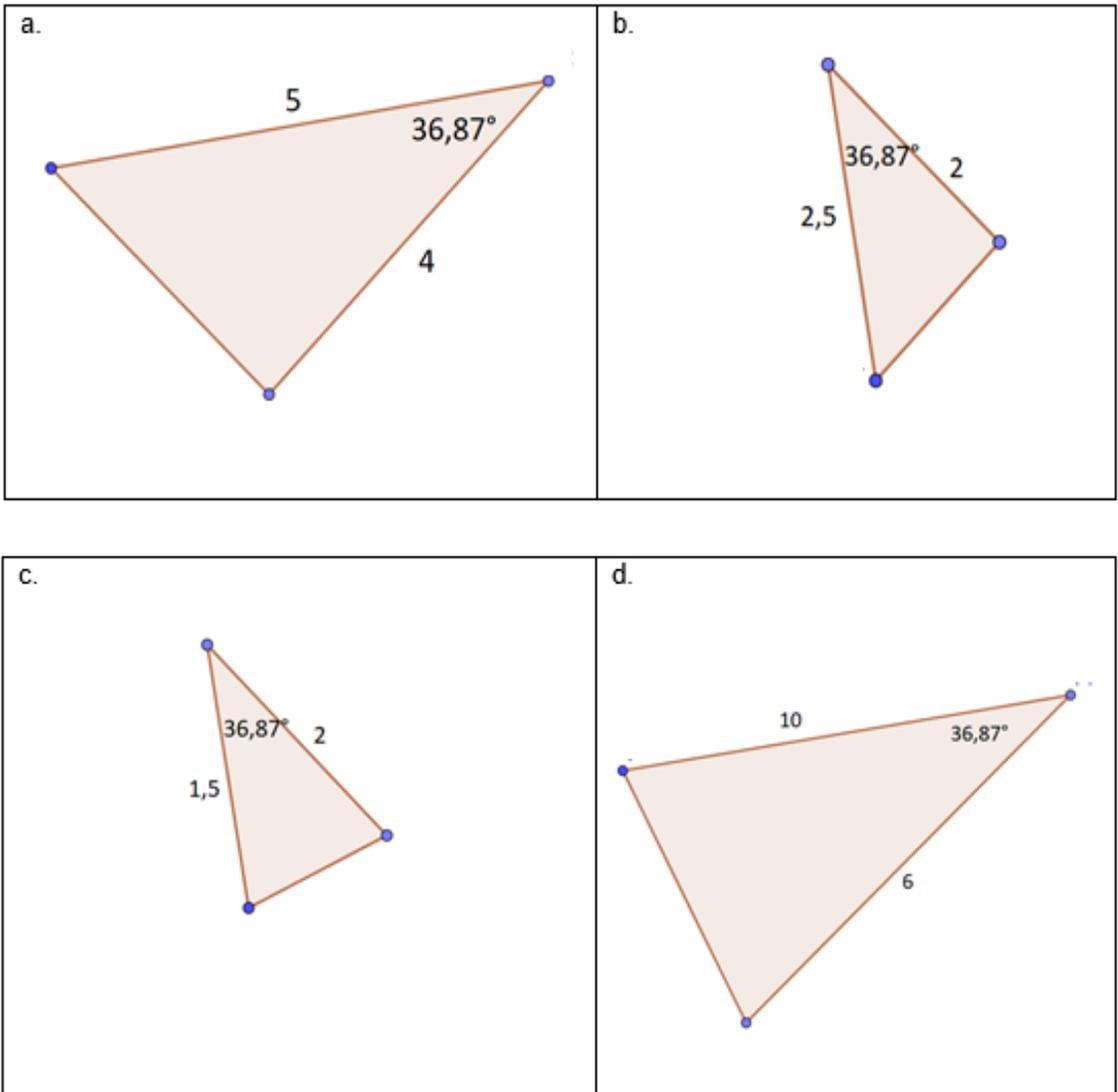
Cuadro de triángulos 1



Cuadro de triángulos 2



Cuadro de triángulos 3



Apéndice 3.5: Guía de actividad clase 5: “Desarrollo histórico de la trigonometría”

Instrucciones:

1. Forma grupos de 4 personas.
2. Justifica cada respuesta según corresponda.
3. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Reconocer la importancia del avance sistemático de la trigonometría en contextos sociales y científicos.

Habilidad a desarrollar:

Argumentar y comunicar

Conceptos previos: *Mapa mental, línea de tiempo.*

PARTE I: HISTORIA TRIGONOMETRÍA

1. A partir del anexo 1: Baeza, O. & Herrera, E.. (2008). Guía 5: ¿Por qué nacieron las razones trigonométricas?. Geometría, más sobre triángulos rectángulos (2° ed., p. 79-86). Santiago, Chile: Zig-Zag S.A, que tiene a disposición, completa la siguiente tabla:

Periodo	
Área de aplicación	
Civilización o país	
Aporte	

2. Dialogue con sus compañeros de grupo respecto a la importancia de aplicación de matemática y la trigonometría en el contexto histórico correspondiente y anote sus percepciones respecto a este.

Orientaciones al docente

Los estudiantes deberán identificar en el extracto los criterios establecidos en la tabla, es importante que cada estudiante tenga a disposición el extracto para que luego lo adjunten al trabajo, además es necesario que subrayen los datos solicitados en el texto. Luego de lo anterior es necesario que los estudiantes reflexionen sobre como la matemática y la trigonometría fue importante en el contexto histórico descrito.

Es importante que los estudiantes registren todos los datos en la tabla ya que estos serán su guía para poder realizar el mapa mental que viene a continuación.

3. Con la información recaudada realice un mapa mental que enlace toda la información recabada. Este mapa mental deberá ser presentado frente al curso donde se expondrá de forma ascendente según la época.

Orientaciones al docente

Es posible que los estudiantes no estén familiarizados con el diagrama “mapa mental”, por lo que se sugiere explicar en qué consiste, antes de realizar la actividad. El docente puede apoyarse del siguiente sitio web, creado por el ingeniero en telecomunicaciones, Emili Rodríguez.

<https://www.coaching-tecnologico.com/los-mapas-mentales/>

Para realizar de una manera ordenada la presentación de los mapas mentales, es necesario construir una línea de tiempo en la que los estudiantes, al ir presentando, adjunten su mapa mental en la época correspondiente, para una mejor visualización del avance sistemático que experimento la trigonometría en su aplicación a ciencia y sociedad.

4. Finalmente escriba según su parecer la importancia del avance sistemático en las ideas matemáticas en la base del desarrollo científico y social.

GUÍA 5

¿POR QUÉ NACIERON LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS?

Una anécdota antes de comenzar

Una de las profesiones que utiliza mucho la trigonometría es la topografía. Los topógrafos utilizan esta rama de la matemática para calcular distancias en base a triángulos.

Uno de los grandes proyectos de levantamiento planimétrico del siglo XIX fue la **Planimetría Trigonométrica** de la India británica. Para este proyecto se utilizaron los mayores *teodolitos* construidos hasta esa fecha. Monstruos con escalas circulares de 36" de ancho, cuyas lecturas se hacían con extraordinaria precisión mediante 5 microscopios. Cada uno con su caja pesaba media tonelada y se necesitaban 12 hombres para trasladarlo. Con estos teodolitos, el proyecto cubrió el país con múltiples cadenas de triángulos en las direcciones norte-sur y este-oeste (las áreas entre las cadenas se dejaron para más tarde) y se necesitaron décadas para completarla.



En 1843 Andrew Scott Waugh se encargó del proyecto como Inspector General y puso especial atención a las montañas del Himalaya del norte de la India. Debido a las nubes y a la niebla, esas montañas se ven raramente desde las tierras bajas, y hasta 1847 no se consiguieron muchas mediciones. Después de obtenerse, los resultados necesitaron ser analizados laboriosamente por computadores en las oficinas de inspección; no eran máquinas sino personas que efectuaban los cálculos trigonométricos.

La historia dice que en 1852 el jefe de los *computadores* fue hacia el director y le dijo: "*Señor, hemos descubierto la mayor montaña del mundo*". Desde una distancia de más de 100

Unidad: Más sobre triángulos rectángulos



millas (160 km), observaron la montaña desde seis estaciones diferentes, y esta "no dio lugar a que el observador sospechara que estaba viendo a través de su telescopio el punto más alto de la Tierra".

Al principio se la designó como **Peak XV** por la inspección, pero en 1856 Waugh la denominó Everest en memoria de **Sir George Everest**, su predecesor en la oficina de jefe de inspectores. Los teodolitos gigantes permitieron descubrir la montaña más alta del mundo. Hoy en día están expuestos en el "*Museum of the Survey of India*" en Dehra Dum (India).

El tiempo pasa y la tecnología avanza. Por ejemplo, la posición de una persona, automóvil u objeto sobre la Tierra se puede localizar de forma muy precisa usando el sistema de posicionamiento global (GPS). Este sistema está formado por 24 satélites en órbita exacta, que están difundiendo constantemente su posición orbital. Un pequeño instrumento electrónico de mano recibe sus señales y nos entrega nuestra posición sobre la tierra con un error de 10 a 20 metros (los militares, patrocinadores del sistema, tienen instrumentos aún más precisos).

Estos instrumentos en sus cálculos usan una gran cantidad de trigonometría, cuyos procesos los realiza la computadora interna del aparato.

(Fragmento extraído y adaptado de <http://www.phy6.org/stargaze/Mtrig1.htm>)



Trigonometría¹

Las primeras aplicaciones de la trigonometría provienen de la navegación, la geodesia² y la astronomía, en los que el principal problema era determinar una distancia inaccesible, es decir, una distancia que no podía ser medida de forma directa, como la distancia entre la Tierra y la Luna por ejemplo.

¹ Trigonometría del griego, *treis* = tres, *gono* = ángulo y *metron* = medida.

² Ciencia matemática que tiene por objeto determinar la figura y magnitud del globo terrestre o de gran parte de él, y construir los mapas correspondientes. (Real Academia Española)

Unidad: Más sobre triángulos rectángulos

Actualmente, se encuentran notables aplicaciones de las funciones trigonométricas en la física y en casi todas las ramas de la ingeniería. Sobre todo en el estudio de fenómenos periódicos, como el flujo de corriente alterna.

La trigonometría se puede separar en dos ramas fundamentales: *la trigonometría plana y la trigonometría esférica*. A continuación se presentamos algunos antecedentes de los orígenes de estas dos ramas.

Orígenes

La trigonometría -aunque no con este nombre- tiene sus primeros indicios ligados a la Astronomía, fue desarrollada por los babilonios; éstos dividieron la circunferencia en 360 partes iguales al considerar inicialmente que el Sol, en su movimiento aparente, describía arcos iguales cada día. Así se originó la medición de ángulos en la unidad "grados sexagesimales".

Los egipcios también hicieron aportes a estos estudios por sus aplicaciones a la astronomía, lo que repercutió en la construcción de monumentos. Establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Incluso en el célebre *papiro de Rhind* aparecen resueltos problemas relativos a pirámides. Por ejemplo, la inclinación de las caras era determinada por un cierto número que corresponde a lo que hoy denominamos una "razón trigonométrica".

El conocimiento de babilonios y egipcios llega a los griegos, los cuales, más atraídos por lo teórico que sus antecesores, lo ordenan y amplían, por ejemplo, el astrónomo **Aristarco de Samos** (310 - 230 a. C.) utiliza rudimentos de trigonometría para relacionar las distancias entre la Tierra, el Sol y la Luna.



Papiro de Rhind

Las culturas babilonia, egipcia y griega antigua, establecieron algunos aspectos prácticos relacionados con la trigonometría:

- La medida de ángulos se hacía en grados sexagesimales (360°).
- Hicieron algunas construcciones para las que se requería la triangulación como, por ejemplo, el túnel de Samos de 1.036 metros. Canalización que tuvo lugar hace 2.500 años por encargo de Policrates al arquitecto Eupalinos bajo el monte Kastrón.
- Orientación de templos de modo que un cierto día del año el Sol iluminara el santuario consagrado a los dioses.

Todos ellos fueron logros técnicos valiosos, pero anecdóticos, carentes de sistematización y, sobre todo, de una teoría matemática que los respalde. Los conocimientos de astronomía de estas culturas se limitaron a aventuradas especulaciones sobre los astros y sus movimientos.

La búsqueda de precisión para prever eclipses y para construir calendarios eficientes les llevó a una sistematización de sus observaciones y al intento de una matematización de las mismas.



Este proceso lo culmina el astrónomo **Hiparco de Nicéia** (190 - 120 a.C.), durante el siglo II a. C. donde usó la división de la circunferencia en 360 partes, tal como los babilonios, y compiló una tabla trigonométrica que llegó hasta 180° con pequeños incrementos, la que da la longitud de cuerdas subtendidas por diversos ángulos del centro dado que corta a una circunferencia de radio r . No se sabe con certeza el valor de r utilizado por Hiparco. Pero esta tabla es similar a la tabla del seno que hoy conocemos.

En astronomía descubrió la precesión de los equinoccios; describió el movimiento aparente de las estrellas fijas cuya medición fue de 46 segundos, muy aproximado al actual de 50,26 segundos. Calculó un periodo de eclipses de 126,007 días y una hora; calculó la distancia a la luna basándose en la observación de un eclipse el 14 de marzo de 190 a.C., su cálculo fue entre 59 y 67 radios terrestres el cual esta muy cerca del real (60 radios). Elaboró el primer catálogo celeste que contenía aproximadamente 850 estrellas diferenciándolas por su brillo en seis categorías o magnitudes (clasificación que aún



Imagen extraída de http://www.unisc.br/deptos/dmat/www/saita_mais.htm

hoy se utiliza), probablemente este trabajo fue utilizado por **Ptolomeo** como base para su propio catálogo celeste. Sobre este último tuvo gran influencia y al rechazar la teoría heliocéntrica de Aristarco de Samos, fue el precursor de los trabajos geocéntricos de Ptolomeo. Muchos historiadores y matemáticos consideran a Hiparco como el fundador de la trigonometría a pesar de que ésta, durante mucho tiempo, constituyó sólo una herramienta de la Astronomía.

Ptolomeo y el Almagesto

En el siglo II d.C., el alejandrino **Claudius Ptolomeo**, con el fin de afrontar con precisión problemas astronómicos, construyó una minuciosa tabla trigonométrica de 0° a 180° con incrementos de medio grado y un error menor que $\frac{1}{3600}$ de unidad, utilizando un $r = 60$, pues los griegos adoptaron el sistema numérico sexagesimal (base 60) de los babilonios. También explicó su método para compilar esta tabla de cuerdas, y a lo largo del libro dio bastantes ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los elementos conocidos. Ptolomeo fue el autor del que hoy se conoce como *teorema de Menelao* para resolver triángulos esféricos, y durante muchos siglos su trigonometría fue la introducción básica para los astrónomos.



En su trabajo agregó la descripción de instrumentos astronómicos, para enumerar estrellas, describir eclipses, entre otros. Todo ello lo incluyó, junto con los conocimientos astronómicos de la época, en su obra "*Sintaxis Matemática*", escrita entre los años 127 al 151 d.C. que, siglos después, fue tan apreciada por los árabes que la llamaron *Al Magesto* (la gran colección). Con ese nombre, *Almagesto*, ha llegado a nosotros.

Culturas india y árabe

Quizás al mismo tiempo que Ptolomeo, los astrónomos de la India habían desarrollado también un sistema trigonométrico basado en la **razón seno** en vez de cuerdas como los griegos. Esta razón seno, al contrario que el seno utilizado en la actualidad, no era una proporción, sino la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para ésta en su tabla. Las tablas trigonométricas de Ptolomeo, así como las de Hiparco, descubrieron lo que actualmente llamamos razón seno. En los tratados de astronomía indios de los siglos V a VII, se exponen las razones seno y coseno. Los indios que destacaron fueron **Aryabhata** (476 - 550) y **Brahmagupta** (578 - 660).



Aryabhata



Al-Huwarizmi

Los árabes tomaron de la cultura india estas razones, así como sus recíprocas, *cosecante* y *secante*, completaron sus características, describieron las razones *tangente* y *cotangente* y demostraron varios teoremas de trigonometría plana y esférica. Utilizaron sus conocimientos trigonométricos en astronomía para medir el tiempo astronómico y para encontrar la dirección a **La Meca**, lo que era necesario para las cinco oraciones diarias requeridas por la ley islámica.

Los árabes que destacan fueron **Al-Huwarizmi** (siglo IX); **Al-Battani** (850 - 929); **Abual-Wafa** (940-998) y **Nasir Al-Din Al-Tusi** (1207 - 1274); este último, además de las contribuciones que hace a la trigonometría, es el primero que la presenta como una disciplina independiente de la Astronomía.

Los científicos árabes también compilaron tablas trigonométricas de gran exactitud. Por ejemplo, las tablas del seno y de la tangente, construidas con intervalos de $\frac{1}{60}$ de grado (un minuto) tenían un error menor que 1 dividido por 700 millones. Además, el astrónomo Nasir Al-Din Al-Tusi escribió el *Libro de la figura transversal*, que fue el primer estudio de las trigonometrías planas y esféricas como ciencias matemáticas independientes.

Occidente

El occidente se familiarizó con la trigonometría árabe a través de traducciones de libros de astronomía arábigos, que comenzaron a aparecer en el siglo XII.

En Europa, la trigonometría renace con **George Peurbach** (1423 - 1461) y su alumno **Johann Müller** (1436 - 1476), quien fue matemático y astrónomo conocido por el nombre latino de *Regiomontanus* nacido en la ciudad de Königsberg. Regiomontanus conoció bien las obras de Arquímedes,

Apolonio, Menéalo y Ptolomeo, e inició la traducción de algunas de ellas, entre las cuales está el "Almagesto".

En su obra "*De triángulis*" presentó la trigonometría independiente de la Astronomía y es el primer tratado en latín que tiene una influencia duradera.

El célebre astrónomo polaco **Nicolás Copernico** (1473 - 1543), en la obra donde planteó el sistema heliocéntrico, incluyó varias secuencias para tratar la trigonometría según el método de Regiomontanus.

Durante el siglo siguiente, el astrónomo alemán **George Joachim Rheticus** (1514 - 1576), conocido como *Rético*, introdujo el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones en vez de longitudes de ciertas líneas.



Johann Müller. Imagen extraída del sitio <http://www.astromia.com/biografias/regiomontanus.htm>



Cabe destacar al francés **Françoise Viète** que sistematizó y amplió los conocimientos de trigonometría de entonces con teoremas que aplicó a la resolución de problemas aritméticos y geométricos. Viète incorporó el triángulo polar en la trigonometría

esférica y encontró fórmulas para expresar las funciones de ángulos múltiples, $\text{sen}(n\theta)$ y $\text{cos}(n\theta)$, en función de potencias de $\text{sen}\theta$ y $\text{cos}\theta$.

Los cálculos trigonométricos recibieron un gran empuje gracias al matemático escocés **John Napier**, quien inventó los *logaritmos* a principios del siglo XVII. También encontró reglas mnemotécnicas para resolver triángulos esféricos, y algunas proporciones (llamadas analogías de Napier) para resolver triángulos esféricos oblicuos.

Casi exactamente medio siglo después de la publicación de los logaritmos de Napier, **Isaac Newton** inventó el *cálculo diferencial e integral*. Uno de los fundamentos del trabajo de Newton fue la representación de muchas funciones matemáticas utilizando series infinitas de potencias de la variable x .

Newton encontró la serie para el $\text{sen } x$ y series similares para el $\text{cos } x$ y $\text{tan } x$. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Por último, en el siglo XVIII, el matemático suizo **Leonhard Euler** definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de *números complejos*. Esto convirtió a la trigonometría en sólo una de las muchas aplicaciones de los números complejos, además, Euler demostró que las propiedades básicas de la trigonometría eran simplemente producto de la aritmética de los números complejos.



Trigonometría esférica

La trigonometría esférica, que se usa ampliamente en la navegación (marítima y aérea) y también en la astronomía. Estudia los *triángulos esféricos*, es decir, figuras formadas por arcos de circunferencias máximas contenidos en la superficie de una esfera.



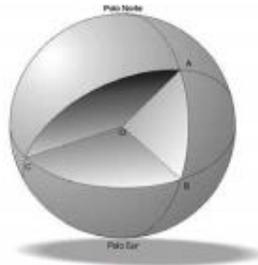
El triángulo esférico, al igual que el triángulo plano, tiene seis elementos: los tres lados a , b , c , y los tres ángulos A , B y C . Sin embargo, los lados de un triángulo esférico son magnitudes angulares en vez de lineales, y dado que son arcos de circunferencias máximas de una esfera, su medida viene dada por el ángulo central correspondiente. Un triángulo esférico queda definido dando tres elementos cualesquiera de los seis, pues, al igual que en la geometría plana, hay fórmulas que relacionan las distintas partes de un triángulo, que se pueden utilizar para calcular los elementos desconocidos.

Unidad: Más sobre triángulos rectángulos

La trigonometría esférica es de gran importancia para la teoría de la proyección estereográfica, en geodesia y es fundamental para los cálculos astronómicos. Por ejemplo, la solución del llamado triángulo astronómico, se utiliza para encontrar la *latitud* y *longitud* de un punto, la hora del día, la posición de una estrella y otras magnitudes.

La **trigonometría esférica**, notablemente más compleja que la plana, aunque, paradójicamente, por las necesidades de la astronomía, se desarrolló antes.

En síntesis, la Trigonometría nació al servicio de la Astronomía desarrollándose primero en relación con la esfera y luego con el plano. Después creció como estudio del triángulo en cuanto a la medida de sus lados y ángulos, para llegar actualmente a considerarse como una parte de la Matemática que se preocupa de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etc.) y de sus aplicaciones al interior de la Geometría, el Álgebra y otras ramas de la Matemática.



Información extraída de: "Matemática plan electivo", B. Orellana
<http://www.infoymate.net/ted/websapi/ted0304/mat/ruiz/index.htm> http://es.encarta.msn.com/encyclopedia_761572350_3/Trigonometria.html

A modo de cierre

La intención de esta lectura es propiciar un espacio de reflexión con los alumnos acerca del desarrollo de conocimiento humano y en particular de la trigonometría. Los factores que intervienen, las personas que van colaborando al pasar de los años (y los siglos) en un desarrollo lento, trabajoso, a veces difícil, pero que sin él no tendríamos varios de los desarrollos que hoy existen.

También se puede reflexionar acerca del "costo" que conlleva el producir conocimiento, y no del monetario, sino del esfuerzo personal que involucra, de las herramientas necesarias, de los desarrollos anteriores que sustentan los descubrimientos y de los desarrollos posteriores. Del tiempo involucrado, etc. La idea es que los alumnos dimensionen de mejor forma la trayectoria que ha recorrido la sabiduría, en particular la trigonometría, a través del tiempo, las culturas y las personas para transformarse en lo que hoy les llega a su sala.

Una actividad sugerida para esta guía es que los alumnos construyan una línea del tiempo donde se indiquen los principales hitos históricos en el desarrollo de la trigonometría hasta la actualidad.

Apéndice 3.6: Guía de actividad clase 6: “Razones trigonométricas”

Instrucciones:

1. Forma pareja con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Construir triángulos rectángulos semejantes y superponer en uno de sus ángulos para relacionar el ángulo con la proporción del cateto opuesto y la hipotenusa (respectivamente, el cateto adyacente y la hipotenusa).
- Determinar razones trigonométricas a partir de la comparación entre dos triángulos rectángulos semejantes.

Habilidad a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Explicar demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.

Conceptos previos: Razones y proporciones

PARTE I: Semejanza en triángulos rectángulos

ACTIVIDAD 1

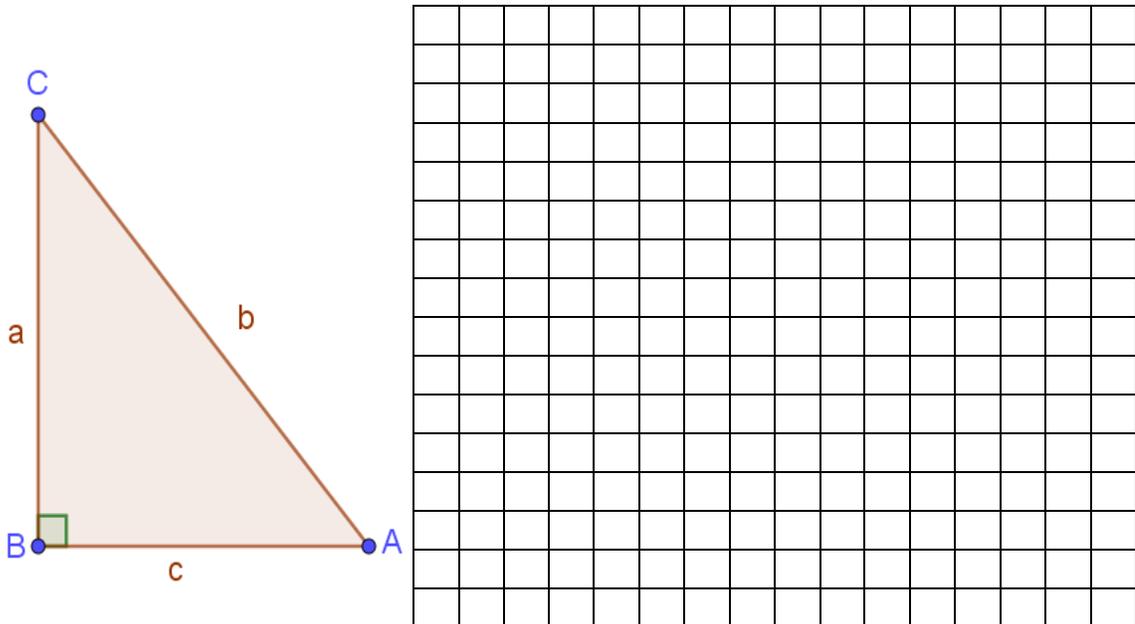
1. Con regla y compás construiremos triángulos rectángulos semejantes y compararlos entre ellos. Para ello hay que seguir los siguientes pasos.

Orientaciones al docente

Se pueden apoyar las instrucciones con la animación realizada por Paulo Gonzales Ogando que muestra los pasos a seguir para construir un triángulo semejante a otro dado: <https://www.geogebra.org/m/UBV5JHNZ>

- Desde uno de los vértices trazar una circunferencia de tal manera que su radio sea menor que los lados del triángulo. Anote los puntos de intersección con la letra F y G.
- Repetir paso anterior en otro vértice, nombrando los puntos de intersección como H e I.

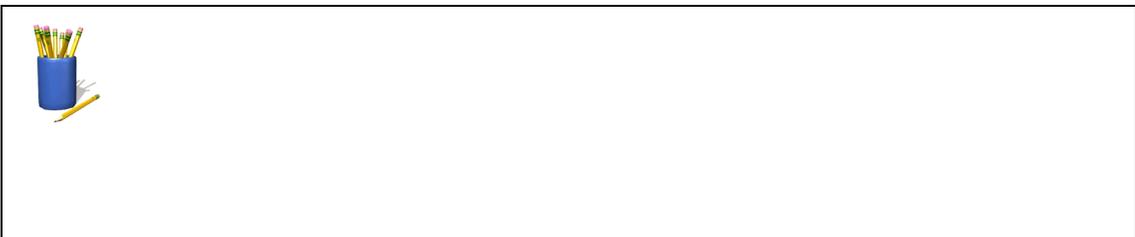
- Dibuje en el espacio un segmento que sea mayor a los lados del triángulo y desde uno de los extremos trace la misma circunferencia del paso uno. Anote el punto de intersección con la letra J
- Repita el paso anterior en el otro extremo del segmento, pero trazando la otra circunferencia.
- Con el compás trazar una circunferencia de radio \overline{FG} con centro en J. anotar los puntos de intersección con la circunferencia.
- Con el compás trazar una circunferencia de radio \overline{IH} con centro en L. anotar los puntos de intersección con la circunferencia.
- Trace las rectas \overline{IH} y \overline{IH} ... ¡Has creado un triángulo semejante!



 La actividad anterior son los pasos para construir cualquier triángulo semejante a partir de uno ya construido. En esta situación específica construiste un triángulo rectángulo semejante a partir de uno ya hecho.

Con el triángulo construido responda las siguientes preguntas:

- Si los lados del triángulo inicial se les denomina a, b y c, y los lados del triángulo construido a', b' y c' según sus lados homólogos ¿cuál es la razón de semejanza de los triángulos?



- b. Según la razón de semejanza anterior, ¿se puede decir que $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$? Escriba un desarrollo que pueda mostrar esta igualdad o negarla.



- c. ¿Qué otras razones entre lados del mismo triángulo se pueden tener y a que son proporcionales?



- d. ¿Cómo interpretarían estas expresiones?



Orientaciones al docente

Al inicio de la actividad se le solicitará a cada estudiante construir en su guía el triángulo solicitado. Es necesario que los estudiantes lo realicen individualmente. Los estudiantes tendrán que reconocer cuáles son los lados homólogos y determinar algebraicamente la razón de semejanza del triángulo como las siguientes:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

A su vez para responder las preguntas b y c, los estudiantes deberán realizar un trabajo algebraico para llegar a las expresiones:

$$\frac{c'}{a'} = \frac{c}{a} \quad \text{o} \quad \frac{a'}{c'} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{c'}{b'} = \frac{c}{b} \quad \text{o} \quad \frac{b'}{c'} = \frac{b}{c}$$

Al terminar esta ronda de preguntas el profesor debe tomar los resultados de los estudiantes y hacer una puesta en común y concluir que la razón de los lados de un triángulo rectángulo se mantiene siempre y cuando se mantenga el ángulo, es decir que para cada ángulo hay una única razón entre lados correspondientes.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS



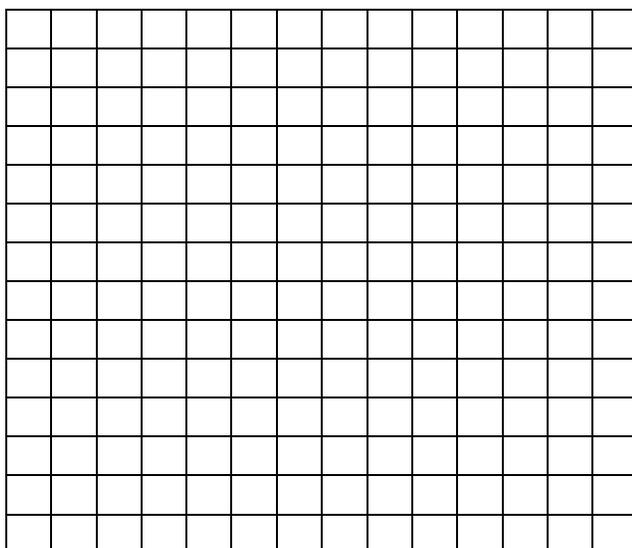
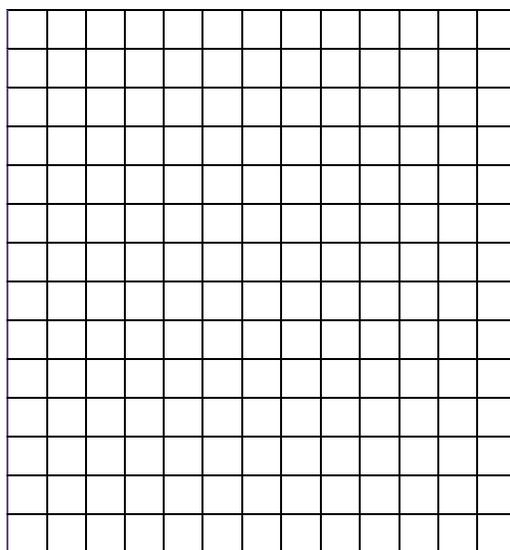
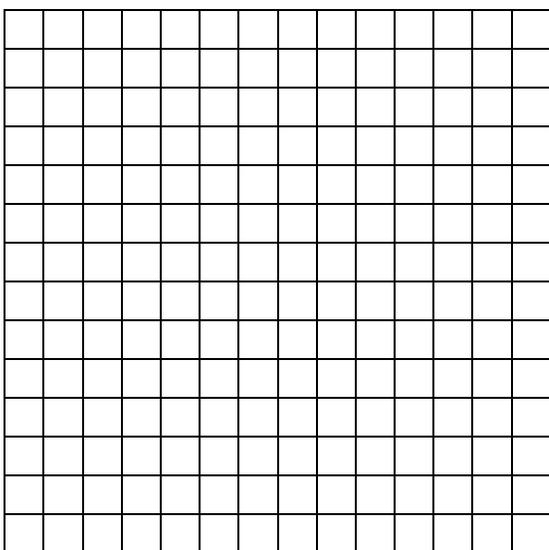
Las anteriores razones se cumplen solo para triángulos rectángulos y estos fueron generalizados con los nombres de SENO, COSENO y TANGENTE inicialmente.

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

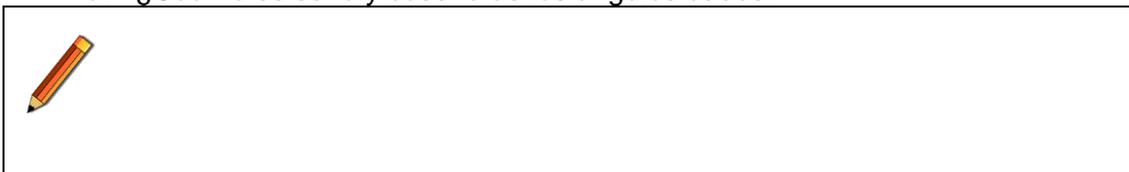
$$\text{tan}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}$$

2. Trabaje individualmente: Construye un triángulo rectángulo cuyo uno de sus ángulos sea 30° , luego, otro triángulo rectángulo cuyo uno de sus ángulos sea 45° y finalmente un triángulo rectángulo cuyo uno de sus ángulos sea 60°

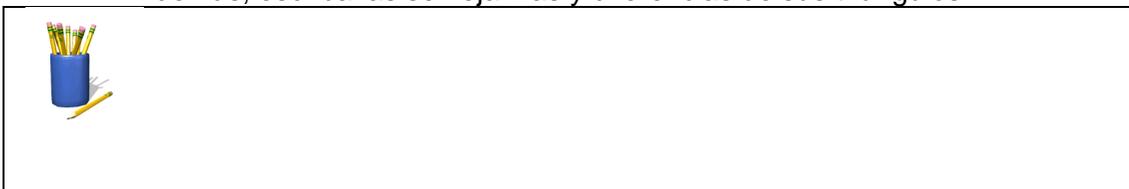


Mide los lados de sus triángulos y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Cuánto es seno y coseno de los ángulos dados?



b. Compare sus respuestas con la de su compañero y escriba las semejanzas. Además, escriba las semejanzas y diferencias de sus triángulos.



Orientaciones al docente

En la actividad 2, los estudiantes tendrán que construir los triángulos individualmente con las condiciones indicadas y hacer sus propias medidas. Al hacer la comparación con sus compañeros, la diferencia entre los triángulos debería ser solo en el tamaño de estos, las razones trigonométricas deberían ser las mismas o similares:

$\text{sen}(30^\circ) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = 0,5$	$\text{cos}(30^\circ) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = 0,866$
$\text{sen}(45^\circ) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = 0,707$	$\text{cos}(45^\circ) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = 0,707$
$\text{sen}(60^\circ) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = 0,866$	$\text{cos}(60^\circ) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = 0,5$

Hacer una puesta en común en esta pregunta, además es importante que al revisar las respuestas, los resultados de las razones trigonométricas de los ángulos sean logrados por la división de las medidas de los lados y no por el cálculo directo en la calculadora (si es posible verificar en la calculadora).



Para determinar ángulos de un triángulo rectángulo, dados sus lados, se necesita aplicar las razones trigonométricas inversas.

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}\right) \qquad \alpha = \text{cos}^{-1}\left(\frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}\right) \qquad \alpha = \text{tan}^{-1}\left(\frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}\right)$$

Estas razones trigonométricas inversas nos sirven para determinar los ángulos para esas razones.

Orientaciones al docente

Es recomendable dejar estos problemas para la clase con K.A, debido a que los estudiantes solo deben aplicar. Además, es recomendable proponer a los estudiantes corroborar lo anterior con las medidas de los lados del triángulo construido.

Apéndice 3.7: Laboratorio de KA – clase 7

Esta clase se planifica y organiza según el segundo levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 4 y 6 .
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 3.8: Guía de actividad clase 8: “Aplicación de razones trigonométricas”

Instrucciones:

1. Formar parejas con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante cualquier dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Resolver problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas.

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas o gráficos.

Resolver problemas

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Buscar patrones.
 - Simplificar el problema y buscar el resultado.

Conceptos previos: Razones trigonométricas, Teorema de Pitágoras.

PARTE I: APLICACIONES DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

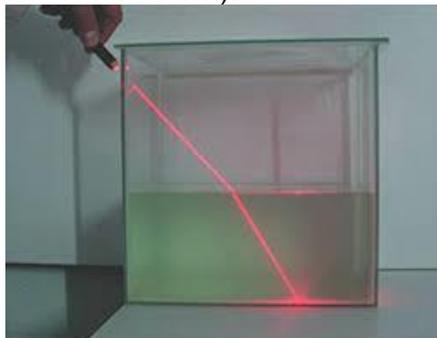
En la guía sobre las razones trigonométricas se nombraron las distintas aplicaciones que tiene la trigonometría en la cotidianidad, como el planeo de un avión, entre otros. Por tanto, también es importante considerar que la trigonometría es útil para analizar fenómenos como la refracción de la luz. Analicemos la siguiente situación:

1. La ley de Snell dice que la razón $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$ llamada *índice de refracción*, es constante para una misma frecuencia de la luz y depende de los medios en los que se experimente. (i = índice de incidencia, r = índice de refracción).

Quando la luz pasa de un medio menos denso a uno más denso o viceversa, cambia su dirección.

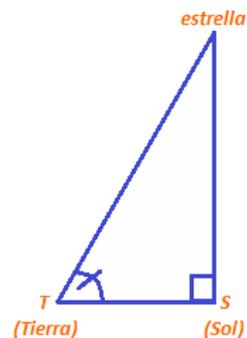
Esto puede comprobarse en el agua o a través de un lente. Este fenómeno se denomina *refracción* y puede observarse en la figura siguiente.

Si el índice de refracción de la luz en el agua es 1,34. Completa la tabla:



Ángulo incidencia	de	5°	10°	15°	30°	40,9°
Ángulo refracción	de					

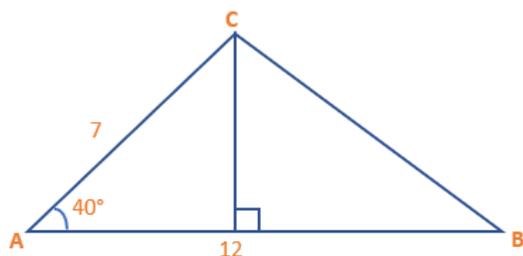
2. En una cierta época, la Tierra, el Sol y una estrella se ubican formando un triángulo rectángulo. Si $\sphericalangle S = 90^\circ$, $\sphericalangle T = 89^\circ$ y la distancia de la Tierra al Sol es 150 millones de kilómetros, calcula la distancia a la estrella.



3. Una fuerza de 8 N se aplica en un punto O con ángulo de 40° con respecto a la horizontal. Calcula las componentes horizontal y vertical de la fuerza.

NOTA: Dibuja el esquema de la situación descrita

4. Calcula el área del triángulo ABC



5. Un avión vuela 800 km hacia el norte y luego cambia de rumbo y vuela 400 km en la dirección 45° hacia el noroeste. Calcula la distancia entre el punto de partida y el punto de llegada.

NOTA: Dibuja el esquema de la situación descrita

6. En un triángulo se conocen $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ y $c = 12 \text{ cm}$. Calcula γ , a y b.

NOTA: Dibuja el esquema de la situación descrita

Orientaciones al docente

Los problemas son resueltos en parejas por los estudiantes aplicando lo trabajado durante toda la unidad. Si existe alguna dificultad mientras se trabaja en la guía, el docente deberá ir resolviendo estas dudas y registrándolas para asignar futuros trabajos complementarios en la plataforma KA.

Apéndice 3.9: Olimpiadas Trigonómicas 1 – clase 9

En esta clase se trabajan problemas matemáticos en los que se debe utilizar los contenidos vistos durante la unidad para poder responderlos. Para esto, la actividad se propone de la siguiente manera:

- Los estudiantes deben formar grupos de 3.
- Se les presenta el primer problema el cual tendrán entre 10 a 15 minutos (dependerá lo que el docente estime conveniente) para poder realizarlo.
- Una vez terminado el tiempo, los equipos entregan su desarrollo al docente para su posterior revisión y el problema se responde en al frente de la clase con su respectivo desarrollo.
- Se repite el proceso hasta terminar la hora.

Cada ejercicio resuelto de forma correcta suma un total de 2 puntos, los que tengan un desarrollo con ciertos errores asociados, son calificados con 1 punto y, finalmente se considera 0 puntos si se entrega en blanco o con un desarrollo incoherente al ejercicio planteado.

Al final de la actividad los equipos hayan logrado un cierto intervalo de logro van a contar con una recompensa en la evaluación final del proceso.

Para las olimpiadas trigonométricas 1, se consideran los problemas planteados en el programa de estudio de II Medio, los cuales se encuentran entre las páginas 135 a 139, es decir los ejercicios 3, 4 ,5 ,6 ,7 ,8, 9 y 10

Apéndice 3.10: Laboratorio de KA – clase 10

Esta clase se planifica y organiza según el tercer levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases anteriores.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 3.11: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 11

En la clase de evaluación de portafolio, el docente tiene el objetivo de trabajar las actividades pendientes de los estudiantes que por algún motivo se hayan atrasado durante el proceso, también es un tiempo destinado a concluir el desarrollo de las actividades mínimas propuestas en KA, en el caso de tener trabajo sin finalizar. También es posible continuar avanzando con las actividades complementarias propuestas en KA, ya sea para reforzar o profundizar contenidos.

Apéndice 3.12: Guía de actividad clase 12: “Radianes y círculo unitario”

Instrucciones:

1. Formar parejas con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Reconocer el radian como otro sistema de medidas de ángulo.
- Analizar componentes de un punto en un plano cartesiano a través de razones trigonométricas.

Habilidad a desarrollo:

Argumentar y comunicar

- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.

Conceptos previos: Circunferencia, Arco de circunferencia.

PARTE I: RADIANES

1. Antes de comenzar la actividad respondan las siguientes preguntas:

a. ¿Qué es una circunferencia?

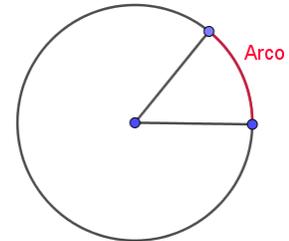


b. ¿A qué se le conoce como arco de una circunferencia? Puedes apoyarte en un dibujo.



Orientaciones al docente

Los estudiantes tendrán que recordar ideas sobre la circunferencia e indicar que un arco es una fracción de la circunferencia y representarlo en un modelo gráfico como muestra la figura:



Un material que puede complementar con el estudio del ángulo en la circunferencia es el siguiente:

- ¹Práctica: Ángulos de circunferencia

¹<https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-angle/angles-in-circles/e/angles-in-circles?modal=1>

Actividad 1

2. Si se construye una circunferencia, se pueden trazar ángulos entre dos puntos pertenecientes a estas y que el vértice del ángulo es el centro.

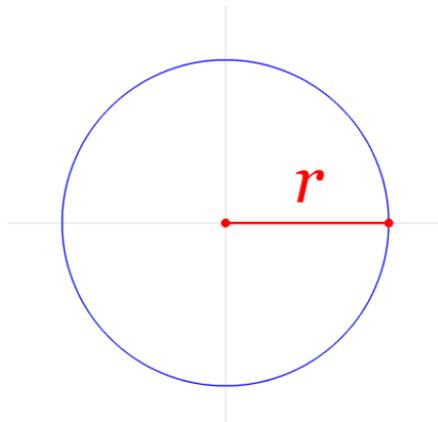


Figura 1

- Construya un círculo de radio entre 3 a 7 centímetros.
- Corte un trozo de hilo con la misma medida del radio y colóquelo en el arco de la circunferencia, como aparece en la Figura 2.
- Marque los puntos de inicio y final del arco. A continuación, trace segmentos desde los dos puntos marcados hasta el centro de la figura y Marque el ángulo como 1 rad.

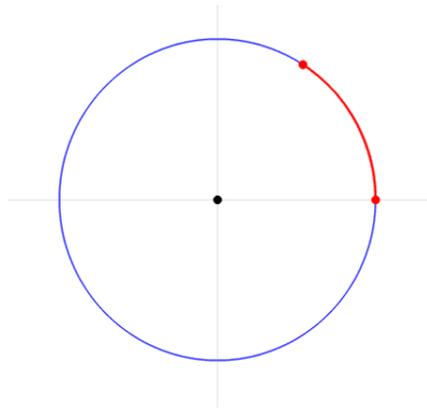


Figura 2


 El radian es otro sistema de medida de ángulo en el cual se presenta como unidad de medida cuando el arco sustentado por el ángulo presentado como central de la circunferencia, tiene igual medida que el radio. *Es decir que usted acaba de marcar en su circunferencia 1 radian de ángulo.*

➤ Marque además 2 radianes en su circunferencia.

a. ¿Cuántas veces cabe el radio en la mitad de la circunferencia?



b. ¿Qué relación tiene con el sistema sexagesimal?



c. A continuación, complete la siguiente tabla (recuerde siempre expresar todo en función de π):

Radian	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{4}$
Sexagesimal	180°	90°	45°	30°	60°	270°	360°	225°

Orientaciones al docente

En general la actividad apunta a que los estudiantes trabajen con un nuevo sistema de medida, en este caso el radian, el cual se trabaja en el inicio de la actividad. Luego, es necesario que encuentren que el radio solo cabe 3 veces y una porción en la mitad de la circunferencia. En esto el docente debe introducir el concepto de número π y que este representa al ángulo de media circunferencia. Para que en la pregunta b, los estudiantes puedan llegar a afirmar que 180° equivale a π radianes.

Finalmente, en la tabla, la mayoría de las transformaciones de grados sexagesimales a radianes de la tabla anterior, se pueden hacer mentalmente, pero en el caso de los 225° , es posible que no puedan transformarlo fácilmente. Es recomendable mostrarle dos formas posibles de solución, como la suma de $180^\circ + 45^\circ$ para que los estudiantes puedan observarlo en el plano cartesiano, o bien aplicando una proporción entre los ángulos.

Las dificultades que podrían presentar los estudiantes en esta actividad deberían ser presentadas anteriormente en la actividad de proporción, por lo tanto, ya se debería haber trabajado. Aun así, en caso de visualizarlos en esta actividad, asignar la tarea complementaria:

- ²Practica: Fracciones equivalentes. (modelos de fracciones)
- ³Practica: Fracciones equivalentes.

²<https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/visualizing-equivalent-fractions?modal=1>

³https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-fractions/pre-algebra-visualizing-equiv-frac/e/equivalent_fractions?modal=1

PARTE II: CIRCULO UNITARIO

Actividad 2

Materiales:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------|
| ✓ Papel Milimetrado. | ✓ Compás. |
| ✓ Transportador. | ✓ Calculadora. |

3. A continuación, trabajarás sobre una circunferencia llamada círculo unitario o goniómetro métrico con el objetivo de analizarlo y encontrar características en él. Para esto:
 - Construya una circunferencia de Radio 1 en un plano cartesiano tal que el centro de la circunferencia esté en el origen del plano.
 - Dibuja un punto en la circunferencia.
 - Haga un segmento desde el punto de la circunferencia hasta el centro de ésta.

a. ¿Cómo obtendrías las coordenadas del punto?



Orientaciones al docente

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes tengan la noción de que se pueden obtener las coordenadas de un punto a través de razones trigonométricas. Es posible que los estudiantes respondan que para obtener las coordenadas del punto sea midiendo con regla, esto genera algunas imprecisiones, así que es bueno que los estudiantes al dibujar el punto midan el ángulo y aplicar razones trigonométricas para un cálculo más exacto. Además, es bueno aconsejar que los ángulos los predispongan antes de hacer el punto, por ejemplo; 30° 45° o 60° .

b. Supongamos que el punto tenga coordenadas (x,y) ¿Qué coordenadas representan el $\text{Sen}(\alpha)$ y $\text{Cos}(\alpha)$?



c. ¿Para qué valores del ángulo el Seno y el Coseno se hace 0?



d. ¿Para qué valores el Seno y el Coseno se hace 1?



- e. ¿Cuáles serían las coordenadas de un punto escritas en razones trigonométricas, si el radio de la circunferencia es distinto de 1?



Orientaciones al docente

En esta actividad los estudiantes deberán utilizar razones trigonométricas para determinar las componentes horizontales y verticales en un círculo unitario y analizarlas como evolucionan a medida que cambia el ángulo en la circunferencia. Finalmente, los estudiantes deben llegar a la expresión:

$$r\text{Sen}(\alpha) = y$$

$$r\text{Cos}(\alpha) = x$$

Apéndice 3.13: Laboratorio de KA – clase 13

Esta clase se planifica y organiza según el primer levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 12.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 3.14: Guía de actividad clase 14: “Representación de vectores”

Instrucciones:

1. Formar tríos con tus compañeros.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- Caracterizar un vector
- Representar vectores utilizando seno y coseno.

Habilidades a desarrollar:

Argumentar y comunicar

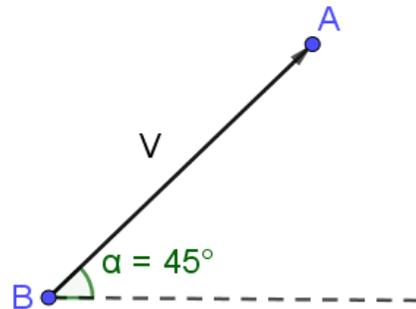
- Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.

Conceptos previos: Razones trigonométricas, desplazamiento y plano cartesiano.

PARTE I: CARACTERÍSTICAS DE LOS VECTORES.

El vector es un segmento dirigido que tiene tres características fundamentales:

- Módulo: Corresponde al tamaño del segmento dirigido.
- Dirección: Corresponde a la inclinación de la recta, y representa al ángulo entre ella y un eje horizontal imaginario.
- Sentido: Corresponde al hacia donde apunta la flecha. Eventualmente se le asigna valores negativos o positivos dependiendo del sistema de referencia.



En la física se utilizan vectores para poder representar algunas magnitudes físicas, como por ejemplo la velocidad, desplazamiento, fuerza, entre otras.

1. Con la información anterior escriban una frase cotidiana o ficticia que se refiera a cada una de las características del vector.

❖ Ejemplo: “Aviso policial: vehículo marca Toyota modelo Supra se da a la fuga por la carretera 5 Norte, hacia el Sur, va a unos 140 [km/hr] aproximadamente.”

Luego entre dos grupos evalúan la frase del otro y evalúan el trabajo del otro, indicando cosas que falten y ayudando a complementar la frase ya descrita. Luego se presentará la frase enfrente del curso indicando donde se encuentran las características del vector en la frase, correcciones y complementos realizados en el trabajo con otro grupo.

Orientaciones al docente

El docente puede solicitar a los estudiantes que identifiquen las tres características de los vectores en la frase de ejemplo, donde “la carretera 5 Norte” representa la dirección, “hacia el sur” representa el sentido y “140[km/hr]” representa la magnitud,

Al estar evaluando esta actividad, es recomendable hablar de las magnitudes escalares, con el fin de diferenciar éstas con las magnitudes vectoriales respecto a la interpretación y entrega de información que entregan ambos.

Por último, al finalizar la actividad es importante explicarles las características de los vectores a través del dibujo del recuadro.

PARTE II: COMPONENTES DE UN VECTOR

2. Con ayuda de una cuerda o un objeto similar dibujar un plano cartesiano en el piso del lugar. A continuación:

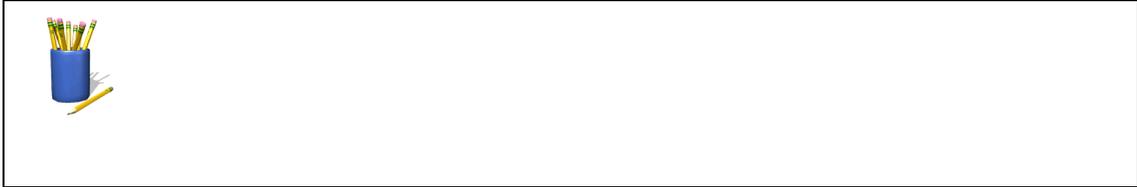
- Cada grupo escoge un integrante que se parará en cualquier punto de plano.
- Una vez se diga “ya” el estudiante tiene que caminar hasta que se diga “pare”.
- Los otros estudiantes registran cuantos pasos se movió en el Vertical y Horizontal para cada situación.
- Una vez contados los pasos, modelar el movimiento en un plano cartesiano dibujado en el cuaderno, dibujando cada uno de los vectores desplazamientos.
- Escoja 3 de los vectores para su posterior análisis.

Luego de la actividad, responder: (recuerde responder todo en función a los pasos)

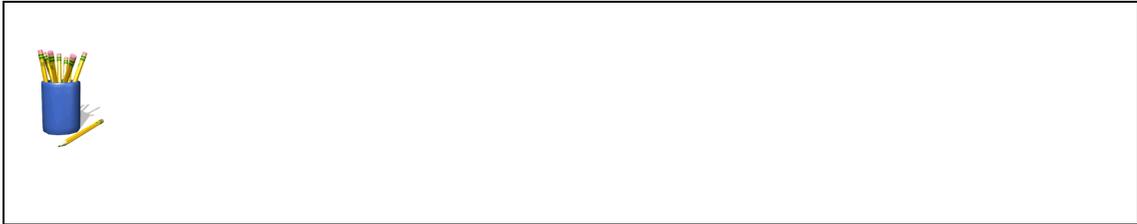
- ¿Cuáles son las componentes de los vectores desplazamiento?



- ¿Cómo calcularías el módulo vector desplazamiento?



- Calcule el ángulo del desplazamiento ¿Cómo lo hizo?



- ¿Cuáles serían cada una de las componentes de los vectores?



- ¿Cuáles son las características de sus vectores?



Orientaciones al docente

Los estudiantes trabajarán en sus respectivos grupos registrando todos los datos solicitados para luego interpretarlos a través de las preguntas. Para una mejor interpretación es necesario que cuando los estudiantes estén caminando durante la actividad, lo hagan a pasos constantes, es decir, que avancen siempre la misma distancia con cada paso. Es importante que el docente monitoree el cumplimiento de las instrucciones, incluso repitiendo el registro de los datos desde el inicio si es necesario, y asistir a los estudiantes tengan que registrar las mediciones tanto en la componente vertical, como en la horizontal

Luego de haber respondido las primeras tres preguntas, es necesario realizar una puesta en común donde repasaran los pasos que han ido trabajando en la actividad, con el fin de entender que es lo que están realizando para una mejor interpretación y finalmente obtener a las expresiones:

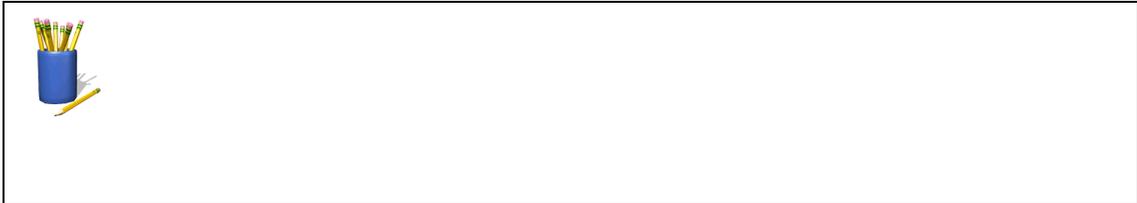
- $x^2 + y^2 = |\vec{v}|^2$, para el cálculo del módulo del vector
- $\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{|\vec{v}|}\right)$ o $\alpha = \text{cos}^{-1}\left(\frac{x}{|\vec{v}|}\right)$ para el ángulo del vector.

Finalmente indicaran las características de cada uno de los vectores.

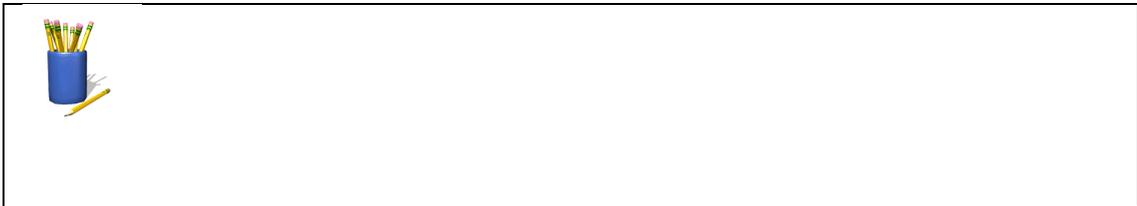
Es posible que puedan tener complicaciones al calcular el módulo del vector, pero esto se trabajará en el trabajo obligatorio de KA.

Espere al profesor para seguir realizando la actividad. A continuación, compare con otros grupos y responda las siguientes preguntas:

- ¿Los vectores de desplazamiento son equivalentes? ¿Por qué?



- Si no ¿qué se debe cumplir para que sean equivalentes?



Orientaciones al docente

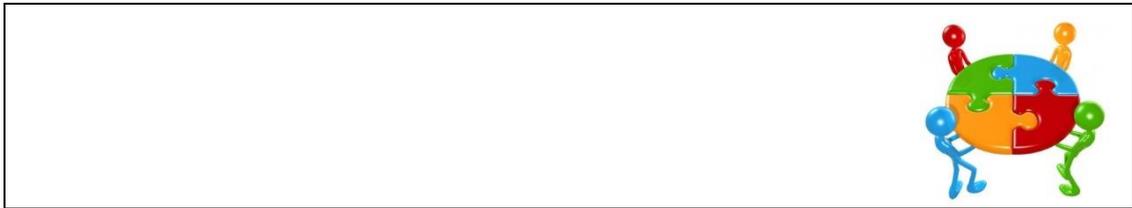
El objetivo de la siguiente actividad, es que los estudiantes puedan analizar si los vectores tienen iguales características o no, con el fin de saber si son equivalentes. Es muy posible que ningún vector sea equivalente a otro en la actividad, por la incertidumbre presentadas en las mediciones que no son precisas, bajo esta premisa los estudiantes tendrán que evaluar cuales son las condiciones que se deben cumplir para que los vectores sean equivalentes. Esto es:

- que todas las componentes y características del vector sean iguales

Finalmente hacer una puesta en común con las conclusiones que pueden tener los estudiantes como, por ejemplo:

- Como obtener módulo de vectores.
- Como escribir la dirección del vector.
- Que es lo que le da sentido al vector.

En general...



Apéndice 3.15: Guía de actividad clase 15: “Descomposición y composición de vectores”

Instrucciones:

1. Trabajar individualmente a menos que la actividad indique lo contrario.
2. Resuelva cada pregunta y problema en el espacio señalado.
3. Justifica cada respuesta según corresponda.
4. Archivar la guía finalizada en el portafolio.

Orientaciones al docente

Esta instrucción es a modo de sugerencia relevante. El profesor debe tener en cuenta las particularidades de cada estudiante, por lo que debe estar atento de que algunos estudiantes necesiten el trabajo en pares, con el fin de optimizar mejor el trabajo realizado.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

- *Utilizar las razones trigonométricas para componer (descomponer) vectores.*

Habilidad a desarrollar:

Argumentar y comunicar

- *Explicar:*
 - *Soluciones propias y los procedimientos utilizados.*
 - *Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.*

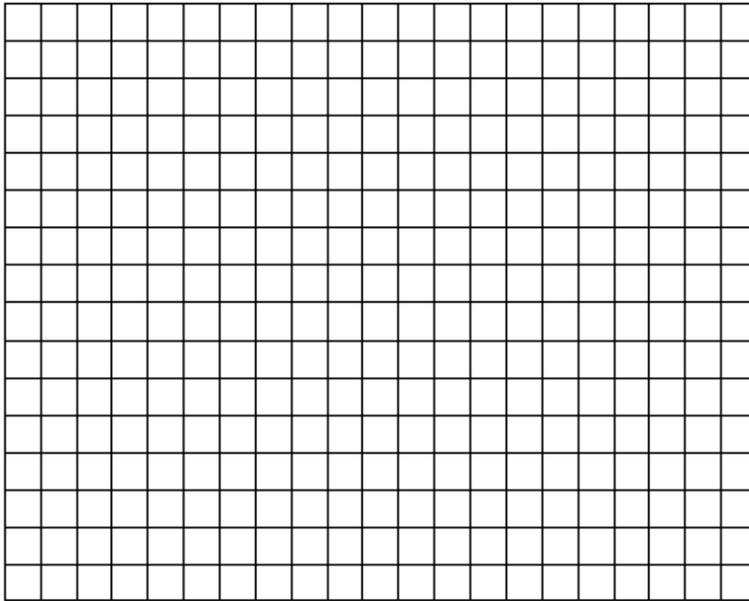
Representar

- *Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad*

Conceptos previos: *Razones trigonométricas, vectores.*

PARTE I: TRASLACION AL ORIGEN

En la guía anterior se conocieron los vectores equivalentes



1. En el recuadro realice los siguientes pasos:

- Dibuje un plano cartesiano.
- Dibuje dos vectores cualesquiera que no inicie en el origen en el plano, anotando su punto inicial y punto final.

a. ¿Cuál serían las coordenadas de los vectores equivalentes a ambos vectores respectivamente, que inicien en el origen?



b. ¿Qué procedimiento matemático se podría hacer para escribir cualquier vector equivalente a otro para que inicie en el origen?



Orientaciones al docente

La actividad se realizará de forma individual donde los estudiantes deberán construir vectores para su posterior trabajo. Al inicio de la actividad los estudiantes deberán escribir las coordenadas del vector equivalente con inicio en el origen para luego llegar a su expresión matemática.

Se recomienda al docente hacer una puesta en común para llegar a que la forma de escribir el vector equivalente es restando las coordenadas finales con las iniciales de vector, esto servirá, además, para aplicarlo en la actividad previa. Responder estas preguntas con una lluvia de ideas de parte de los estudiantes, ya que pueden existir dificultades para encontrar la respuesta y es necesario que los estudiantes lleguen a la expresión:

Si el inicio del vector es (x_i, y_i) y el final del vector es (x_f, y_f)

Las coordenadas del vector equivalente, con origen en el $(0,0)$, sería

$$(x_f - x_i, y_f - y_i)$$

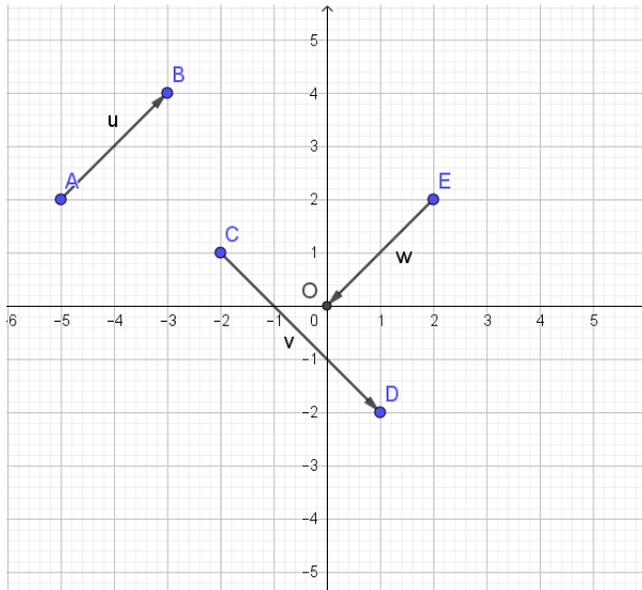
Si existen problemas se puede complementar con la siguiente actividad en KA donde los estudiantes pueden relacionar con la distancia entre dos puntos:

- ¹Practica: La distancia entre dos puntos.

¹https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem/pythagorean-theorem-distance/e/distance_formula?modal=1

Cuando tienes un vector en el plano que no parte en el origen y escribes uno de sus equivalentes, lo que haces básicamente es trasladar el vector en otro sector del plano, es decir que en este caso su traslación fue hacia el origen. Sabiendo esto:

2. Traslade los siguientes vectores al origen



$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (-3 - (-5), 4 - 2) \\ \mathbf{u} &= (2, 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= (1 - (-2), -2 - 1) \\ \mathbf{v} &= (3, -3) \end{aligned}$$

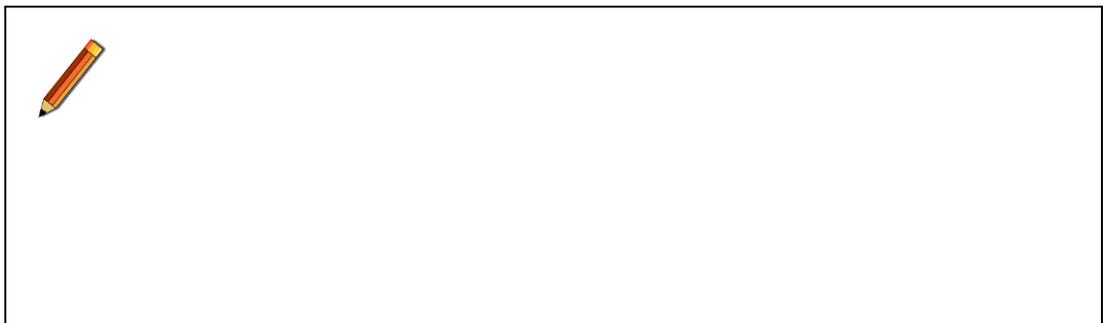
$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= (0 - 2, 0 - 2) \\ \mathbf{w} &= (-2, -2) \end{aligned}$$

PARTE II: DESCOMPOSICIÓN DE VECTORES

Ustedes saben que cada vector tiene sus respectivas componentes cartesianas (Actividad 9, Parte 2), con las cuales puedes determinar la dirección del vector e incluso hasta su módulo, pero ¿Cómo calcularías sus componentes si solo tuvieras el módulo y la dirección del vector en un ejemplo?

3. Para poder responder la respuesta anterior, te invitamos a realizar los siguientes pasos:
- Dibuja un plano cartesiano y un vector que parta desde el origen y de modulo un número entero, distinto de 0 y 1.
 - Mida con un transportador la dirección del vector.

a. Calcule los componentes del vector:



Orientaciones al docente

Es importante que relacionar esta actividad con lo hecho en la guía anterior, cuando determinaron componentes de puntos pertenecientes a una circunferencia de radio 1, es decir, utilizar las razones trigonométricas para lograr calcular las componentes del vector

Lo que acabas de hacer es la descomposición de un vector en sus vectores “X” e “Y”, esta descomposición se utiliza generalmente en el área de física, por ejemplo, para poder determinar cuáles son los efectos de una fuerza diagonal sobre un cuerpo tanto en su movimiento vertical, como en el horizontal.

4. Escriba una expresión algebraica para determinar las componentes de cualquier vector solo sabiendo modulo y dirección.



5. Para que dirección del vector alguna de las componentes del vector es 0.



Orientaciones al docente

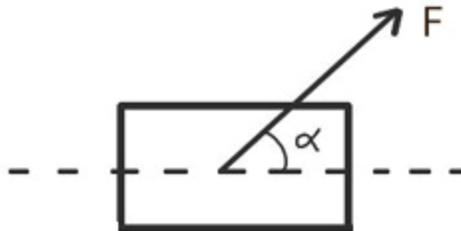
El estudiante tendrá que obtener la expresión algebraica para calcular las componentes de cualquier vector:

$$\begin{aligned} |\vec{v}|\text{Sen}(\alpha) &= y \\ |\vec{v}|\text{Cos}(\alpha) &= x \end{aligned}$$

Bajo estas expresiones determinar cuándo las componentes se hacen 0 que es similar a lo que se trabajó en el círculo unitario. En caso de presentar problemas acudir a estos problemas.

PARTE II: APLICACIÓN DE VECTORES

6. Se sabe que en la física se utilizan los vectores para representar magnitudes físicas y un caso especial de ésta es la fuerza. La fuerza es una magnitud física vectorial y representa toda causa capaz de cambiar el estado de reposo o movimiento a velocidad constante, es decir, que en la aplicación de la fuerza existe una aceleración.



Supongamos que el módulo de la fuerza aplicada es de 50 [N] y el ángulo de elevación de 60° . A continuación, responda:

- a. ¿Cómo se movería el objeto al aplicarle tal fuerza? (determine según su dirección)

- b. ¿Cuáles son las componentes del vector?

- c. ¿Cómo se interpretaría, en el movimiento de la caja, los valores de la descomposición del vector?

Orientaciones al docente

El objetivo de la actividad es analizar la descomposición de vectores e interpretarla según la situación descrita.

El estudiante tendrá que analizar el movimiento que tendrá la caja al aplicarle la fuerza en esa dirección, la cual será en diagonal de forma recta. Además, también deberá interpretar la descomposición de vectores, por lo que se recomienda asesoría del profesor de física en caso de existir alguna dificultad.

$$|\vec{v}|\text{Sen}(\alpha) = y$$

$$|\vec{v}|\text{Cos}(\alpha) = x$$

Apéndice 3.16: Olimpiadas Trigonómicas 2 – clase 16

En esta clase se trabajan problemas matemáticos en los que se debe utilizar los contenidos vistos durante la unidad para poder responderlos. Para esto, la actividad se propone de la siguiente manera:

- Los estudiantes deben formar grupos de 3.
- Se les presenta el primer problema el cual tendrán entre 10 a 15 minutos (dependerá lo que el docente estime conveniente) para poder realizarlo.
- Una vez terminado el tiempo, los equipos entregan su desarrollo al docente para su posterior revisión y el problema se responde en al frente de la clase con su respectivo desarrollo.
- Se repite el proceso hasta terminar la hora.

Cada ejercicio resuelto de forma correcta suma un total de 2 puntos, los que tengan un desarrollo con ciertos errores asociados, son calificados con 1 punto y, finalmente se considera 0 puntos si se entrega en blanco o con un desarrollo incoherente al ejercicio planteado.

Al final de la actividad los equipos hayan logrado un cierto intervalo de logro van a contar con una recompensa en la evaluación final del proceso.

Para las olimpiadas trigonométricas 2, se consideran los problemas planteados en el programa de estudio de II Medio, los cuales se encuentran entre las páginas 141 a 146, es decir los ejercicios 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Apéndice 3.17: Laboratorio de KA- clase 17

Esta clase se planifica y organiza según el cuarto levantamiento de información que haya realizado el docente por medio de la plataforma Khan Academy, por tanto, responde a las necesidades que se evidencian en la ejercitación de cada estudiante, asignando así, las prácticas, vídeos, entre otros, que sean útiles para su trabajo individual.

En esta clase se prioriza que los estudiantes:

- Refuercen los contenidos y habilidades menos desarrolladas en las clases 14, 15 y 16.
- Trabajen de forma individual y apliquen lo visto en las clases presenciales.
- Manifiesten si consideran necesario que el docente asigne más problemas adicionales.
- Utilicen exclusivamente el tiempo para avanzar en su trabajo en la plataforma.

Habilidad a desarrollar:

Resolver Problemas:

- Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - Usar herramientas computacionales.
 - Simplificar el problema y estimar el resultado.
 - Buscar patrones.

Apéndice 3.18: Resolución de guías y actividades de KA pendientes/Evaluación de portafolio – clase 18

En la clase de evaluación de portafolio, el docente tiene el objetivo de trabajar las actividades pendientes de los estudiantes que por algún motivo se hayan atrasado durante el proceso, también es un tiempo destinado a concluir el desarrollo de las actividades mínimas propuestas en KA, en el caso de tener trabajo sin finalizar. También es posible continuar avanzando con las actividades complementarias propuestas en KA, ya sea para reforzar o profundizar contenidos.

Apéndice 4: Cuadros de resumen

Apéndice 4.1: Cuadro de resumen 1 “Teorema de Pitágoras”

Cuadro de resumen 1 “Teorema de Pitágoras”

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivo:

Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Describe las características generales de los triángulos.

Lado	Ángulo

2. Pega el triángulo rectángulo utilizado en la parte II de la guía de actividades 1.

3. Escribe la expresión algebraica del teorema de Pitágoras.

Apéndice 4.2: Cuadro de resumen 2 “Razones y proporciones”

Cuadro de resumen 2
 “Razones y proporciones”

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivo:
 Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Define los siguientes conceptos y señala un ejemplo de aplicación en cada caso

Conceptos	Definición	Aplicación
Razón	_____ _____ _____ _____	
Proporción	_____ _____ _____ _____	

2. ¿Qué importante tiene en la geometría la aplicación de los conceptos de razón y proporción? Señala dos situaciones.

Situación 1	Situación 2
_____ _____ _____	_____ _____ _____

Apéndice 4.3: Cuadro de resumen 3 “Criterios de semejanza de triángulos”

Cuadro de resumen 3
“Criterios de semejanza de triángulos”

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

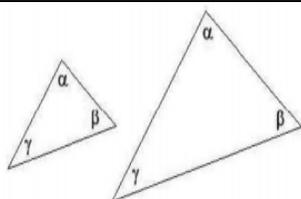
Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

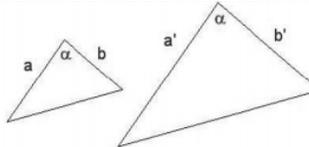
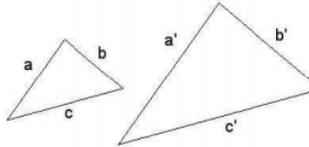
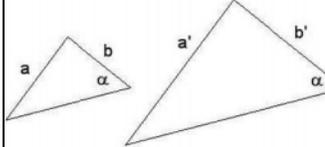
Objetivo:
Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Clasifica las figuras geométricas bajo las siguientes características:

Equivalentes	Semejantes	Congruentes

2. Define los criterios de semejanza de triángulos.

Criterios	Definición	Figura
AAA	<p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	

LAL	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	
LLL	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	
LLA	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

Apéndice 4.4: Cuadro de resumen 4 “Desarrollo histórico de la Trigonometría”

Cuadro de resumen 4
“Desarrollo histórico de la Trigonometría”

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivo:
Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Describe 3 hitos de la trigonometría desarrollados por otro grupo, considerando período, año de aplicación, civilización o país y aporte.

	1	2	3
Período			
Año de aplicación			
Civilización o país			
Aporte	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

2. A partir del trabajo realizado en la clase, comenta acerca de la importancia del avance sistemático en las ideas matemáticas como base del desarrollo científico y social.

<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

Apéndice 4.5: Cuadro de resumen 5 “Razones trigonométricas”

**Cuadro de resumen 5
“Razones trigonométricas”**

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivo:

Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Dibuja un triángulo rectángulo, indicando sus catetos, hipotenusa y ángulo recto.



2. A partir de la figura anterior, menciona las razones trigonométricas con la respectiva relación de sus lados y ángulos.

Razones trigonométricas		

Apéndice 4.6: Cuadro de resumen 8 “Radianes y Círculo Unitario”

**Cuadro de resumen 8
“Radianes y Círculo Unitario”**

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivos:

Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Define:

Concepto	Definición
Circunferencia	_____ _____
Arco de la circunferencia	_____ _____
Radián	_____ _____
Sistema sexagesimal	_____ _____

2. ¿Qué coordenada representa en un plano cartesiano el $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$?. Menciona.

Apéndice 4.7: Cuadro de resumen 9 “Representación de Vectores”

Cuadro de resumen 9
“Representación de Vectores”

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivo:

Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Define con tus palabras un vector y su utilidad en el área de la ciencia.

2. ¿Con que expresión algebraica calculas el módulo de un vector cualquiera?

Apéndice 4.8: Cuadro de resumen 10 “Descomposición y composición de vectores”

Cuadro de resumen 10
“Descomposición y composición de vectores”

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha ____/____/____

Instrucciones:

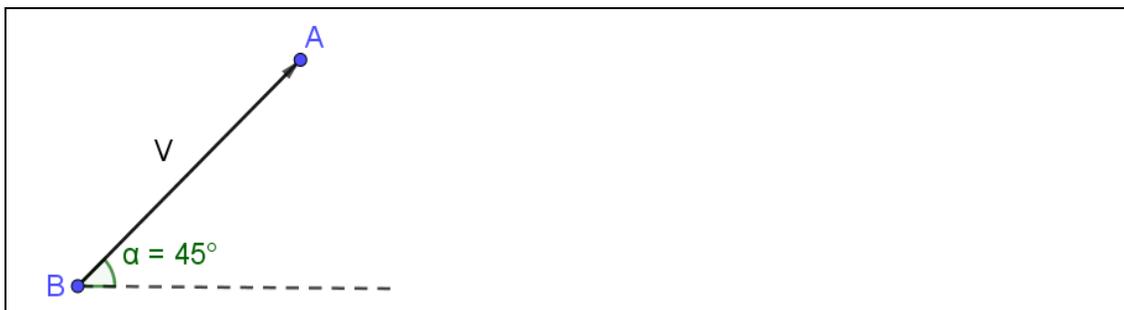
1. El desarrollo del cuadro resumen es individual.
2. Archivar cuadro resumen finalizado en el portafolio.

Recordar que, ante una dificultad, no dudar acercarse al profesor. Aproveche su material.

Objetivo:

Resumir el contenido abordado en la actividad para contar con un material a disposición de consulta constante en el desarrollo de la unidad de Trigonometría.

1. Si las componentes del vector “V” son (x,y) , escriba la expresión algebraica para calcular:
 - a) Módulo.
 - b) Ángulo.
 - c) Componente.



2. Si del vector anterior el Punto B tiene coordenadas (x_i, y_i) el punto A tiene coordenadas (x_f, y_f) , escriba la expresión algebraica para calcular:
 - a. Módulo.
 - b. Ángulo.
 - c. Componentes.

Apéndice 5: Encuesta de validación

Encuesta de validación propuesta didáctica.

Para comenzar, por favor complete los siguientes datos personales:

Nombre:	
Títulos y grados:	
Tipo de establecimiento en el cual se desempeña:	
Años de experiencia docente:	
¿Usa TIC en la enseñanza de la matemática?	
¿Ha enseñado el contenido de trigonometría en segundo/tercero medio en los últimos cinco años?	

En su calidad de evaluador experto, sus valoraciones y observaciones representan una gran utilidad para mejorar la propuesta didáctica que articula las clases presenciales con actividades asignadas en plataforma virtual Khan Academy en la unidad de trigonometría en segundo medio según el currículum nacional.

Agradecemos de antemano la acogida y el tiempo utilizado para revisar el material entregado.

Instrucciones: Marque con una cruz la valoración correspondiente a cada indicador según usted considere pertinente. Considere que algunos ítems requieren especificación de acuerdo a su respuesta.

Luego de revisar las actividades propuestas, evalúe según la siguiente escala:

O: Optimo S: Satisfactorio B: Básico I: Insuficiente

1) Validación de secuencia didáctica

Indicador	I	B	S	O
1. Las actividades de la clase están desarrolladas de forma clara				
2. Es posible implementar las actividades en el contexto de la educación chilena.				
3. Las actividades son acordes y abordables al tiempo estipulado. (2 horas pedagógicas – 1 hora y 30 minutos)				
Comentarios:				

2) Validación de diseño y presentación de guías

Indicador	I	B	S	O
1. Las instrucciones generales son claras y de fácil comprensión.				
2. La presentación de la guía resulta llamativa y estimula a trabajar en ella debido a su diseño.				
3. Los títulos asignados a cada guía son coherentes con las actividades propuestas.				
4. La redacción y el lenguaje utilizado es claro y apto para el nivel de segundo año medio.				
5. Las imágenes incorporadas en las guías son útiles para orientar a los estudiantes en el desarrollo de las actividades.				
6. Las actividades propuestas son adecuadas para realizarse en la sala de clases.				
7. El desarrollo de la guía está acorde al tiempo asignado por el docente (dependiendo de las actividades señaladas)				
Señale la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores:				
Comentarios:				

3) Validación de guías

Indicador	I	B	S	O
1. El material es coherente con el desarrollo de los conceptos a trabajar en la clase.				
2. La complejidad de las actividades y las preguntas son abordables en el nivel de segundo año medio.				

3. Las instrucciones sugeridas para el trabajo colaborativo facilitan y promueven la participación.				
4. La redacción y lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.				
5. Las actividades propuestas están planteadas en relación a los objetivos de la clase.				
6. El planteamiento de la actividad favorece el desarrollo de las habilidades matemáticas.				
7. El contenido matemático no cuenta con errores conceptuales.				
Señale la(s) guía(s) con mayor deficiencia según los indicadores anteriores:				
Comentarios:				

4) Validación de laboratorios KA

Indicador	I	B	S	O
1. La complejidad de las preguntas es acorde al nivel de segundo año medio.				
2. Los ejercicios propuestos son apropiados para el tiempo a disposición (según cada clase)				
3. El contenido abordado en los ejercicios es acorde a lo tratado en las actividades en clases.				
4. Los ejercicios favorecen el desarrollo de al menos una habilidad matemática.				
5. La redacción y lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.				
Comentarios:				

5) Validación de Olimpiadas Trigonómicas

Indicador	I	B	S	O
1. La actividad promueve el trabajo colaborativo.				
2. La complejidad de las preguntas es acorde al nivel de segundo medio.				
3. Los ejercicios propuestos son apropiados para el tiempo a disposición (según cada clase)				

4. El contenido abordado en los ejercicios es acorde a lo tratado en las actividades en clases.				
5. Los ejercicios favorecen el desarrollo de al menos una habilidad matemática.				
6. La redacción y el lenguaje son claros y no dan pie a interpretaciones erróneas.				
Señale la(s) olimpiada(s) trigonométricas con mayor deficiencia según los indicadores anteriores:				
Comentarios:				

6) Validación de evaluaciones

Indicador	I	B	S	O
1. Las rúbricas están acorde a la estrategia utilizada para abordar la unidad temática.				
2. El lenguaje y redacción de las rúbricas es claro y preciso.				
3. Las dimensiones de las rúbricas de evaluación están de acuerdo al trabajo desarrollado por el estudiante.				
4. Los niveles de desempeño reflejan el tipo de trabajo desarrollado por el estudiante.				
5. Las rúbricas evalúan el continuo trabajo del estudiante durante el desarrollo de la unidad.				
6. Las rúbricas de evaluación permiten observar las habilidades matemáticas que se esperan fomentar en la unidad temática.				
Comentarios:				

7) Validación de orientaciones al docente

Indicador	I	B	S	O
7. Resultan ser suficientes para llevar a cabo la implementación de la propuesta en el aula				
8. El lenguaje y redacción es claro y no permite interpretaciones erróneas.				
9. Facilitan el rol de guía del docente para el trabajo que realizan los estudiantes				

10. Incluyen material de apoyo en K.A que ayuden a trabajar los indicadores de logro que no han alcanzado los estudiantes, respecto a cada OA.				
11. Incluyen material de apoyo en K.A que ayuden a trabajar las habilidades menos desarrolladas según los indicadores de logro señalados en cada OA.				
Señale la(s) guía(s) con orientaciones al docente con mayor deficiencia según los indicadores anteriores:				
Comentarios:				

8) Validación del uso de plataforma virtual Khan Academy

Indicador	I	B	S	O
1. La plataforma virtual es de fácil acceso e inscripción.				
2. La plataforma virtual tiene un diseño agradable como plataforma de enseñanza.				
3. El material a disposición es accesible y de fácil localización.				
4. La plataforma virtual favorece un monitoreo constante al trabajo de los estudiantes.				
5. La plataforma educativa cuenta con las herramientas necesarias para incentivar el trabajo individual.				
6. La forma de uso de la plataforma virtual es simple de entender y está libre de interpretaciones erróneas.				
Comentarios:				

9) Opinión

- ¿Qué adaptaciones harías a la secuencia didáctica y/o material?
- ¿Crees que el uso Khan Academy optimiza el tiempo invertido en la aplicación del contenido? ¿Cómo?
- Según lo señalado en la propuesta, ¿utilizaría esta metodología en sus clases de trigonometría? (opcional)
- Apreciaciones finales (opcional)