

**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIA**  
**Departamento de Física**



**CARACTERIZACIÓN DEL CONCEPTO DE VELOCIDAD PRESENTE EN  
TEXTOS DE ESTUDIO Y PROPUESTA DE TRABAJO PARA MEJORARLO.**

**ANDRÉS IGNACIO BEVILACQUA INOSTROZA**  
**MIGUEL ANIBAL CABRERA FUENTES**

**Profesor guía: Joaquim Barbé Farré**

Seminario para obtener el grado de  
Licenciado en Educación de Física y  
Matemática

**Santiago - Chile**  
**2015**

265903 © Andrés Ignacio Bevilacqua Inostroza, 2015.

Miguel Anibal Cabrera Fuentes, 2015.

Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial Chile 3.0

**CARACTERIZACIÓN DEL CONCEPTO DE VELOCIDAD PRESENTE EN TEXTOS DE ESTUDIO Y PROPUESTA DE TRABAJO PARA MEJORARLO.**

**Andrés Ignacio Bevilacqua Inostroza**

**Miguel Anibal Cabrera Fuentes**

Este seminario de grado fue elaborado bajo la supervisión del profesor guía Sr. Joaquim Barbé Farré y ha sido aprobada por los miembros de la comisión calificadora, Sra. Leonor Huerta Cancino y Sra. Barbara Ossandon Buljvic.

---

Sr. Joaquim Barbé Farré  
Profesor Guía

---

Sra. Leonor Huerta Cancino  
Profesora Correctora

---

Sra. Babara Ossandon Buljvic  
Profesora Correctora

---

Sra. Yolanda Vargas Hernández  
Directora del Departamento de Física

## **Resumen**

En este seminario de grado, se estudia un problema relacionado con el concepto de velocidad. Existen dificultades de parte de los estudiantes para comprender este concepto ya que se presentan confusiones relacionadas con su definición.

Se plantea un marco epistemológico de referencia para poder realizar distintos análisis y resolver problemáticas que se trabajarán.

Mediante el análisis de textos de estudio de física de enseñanza media así como textos de física utilizados en la educación superior se pretende comprobar si esta confusión está presente en dichos textos.

Se estudian situaciones problemáticas contextualizadas con el fin de encontrar una manera de trabajar el concepto de velocidad sin que se generen confusiones.

Como producto del análisis de textos y el estudio de situaciones problemáticas contextualizadas, se genera una propuesta de trabajo cuyo fin es reflexionar sobre el concepto de velocidad.

Finalmente se concluye que los textos de enseñanza media presentan conceptos que no tienen sentido dentro de la física y esta situación también ocurre en algunos textos utilizados en enseñanza superior.

## **Palabras clave**

Velocidad Instantánea, velocidad promedio, velocidad media, marco epistemológico de referencia.

**Abstract**

In this grade's seminary, it's studied a problem related to the concept of velocity. There are some difficulties in the students to understand this concept because there are confusions related to its definition.

An epistemological framework is proposed to be able make different analysis and to be able to solve problems that will be worked.

To prove if this confusion its present in physics textbooks used in secondary school and in college, they will be analyzed in detail.

Contextualized problematic situations will be studied to find a way to work the concept of velocity without generating more confusions.

As a result of both, the analysis of textbooks and the study of contextualized problematic situations, a work proposal is created with the purpose of think over the concept of velocity

Finally, it is concluded that the textbooks used in secondary school teaches some concepts that make no sense in the context of physics and this situation also happens in some textbooks used in college.

**Key Words**

Instant velocity, average velocity, middle velocity, epistemological framework.

<b>Tabla de contenidos</b>	
<b>Resumen</b> .....	<b>i</b>
<b>Palabras clave</b> .....	<b>i</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>ii</b>
<b>Key Words</b> .....	<b>ii</b>
<b>Tabla de contenidos</b> .....	<b>1</b>
<b>Índice de Ilustraciones</b> .....	<b>4</b>
<b>Índice de Tablas</b> .....	<b>6</b>
<b>Índice de Gráficos</b> .....	<b>7</b>
<b>1. Antecedentes y planteamiento del problema.</b> .....	<b>8</b>
1.1 Contexto.....	8
1.2 Antecedentes .....	9
1.3. Problema .....	10
1.4 Justificación.....	11
1.5 Pregunta de Investigación .....	13
1.5.1 Hipótesis .....	13
1.6 Objetivos .....	14
<b>2. Marco Teórico y Metodología de Investigación.</b> .....	<b>15</b>
2.1 Marco Teórico .....	15
2.1.1 Marco Epistemológico de Referencia.....	15
2.1.2 Organización Física.....	16
2.1.3 Obstáculo Epistemológico .....	16
2.1.4 Transposición Didáctica .....	18
2.1.5 La vigilancia epistemológica.....	19
2.1.6 Los momentos del estudio.....	20
2.2 Metodología de investigación .....	21
2.2.1 Tipo de investigación.....	21
2.2.2 Etapas de la investigación.....	21
2.2.2.1 Seleccionar los textos de estudio .....	21

2.2.2.2 Establecer un Marco Epistemológico de Referencia .....	22
2.2.2.3 Analizar los textos de estudio seleccionados .....	22
2.2.2.4 Plantear situaciones problemáticas contextualizadas .....	23
2.2.2.5 Crear propuesta de trabajo.....	23
2.2.2.6 Evaluar propuesta de trabajo .....	23
<b>3. Marco Epistemológico de Referencia.....</b>	<b>24</b>
<b>4. Análisis de Textos Escolares y Universitarios. ....</b>	<b>25</b>
4.1 Análisis textos escolares .....	25
4.1.1 Texto de primer año medio edición bicentenario, editorial Santillana.....	25
4.1.1.1 Ejercicios Propuestos .....	30
4.1.2 Texto de segundo año medio 2013 Bicentenario, editorial Santillana. ....	32
4.1.3 Retomando el Marco Epistemológico de Referencia.....	34
4.2 Análisis de textos universitarios. ....	35
4.2.1 Velocidad según Física para la ciencia y la tecnología, volumen 1, Paul Tipler.....	35
4.2.1.1 Resumen de conceptos.....	38
4.2.1.2 Problemas planteados.....	38
4.2.2 Velocidad en Física para Ciencias e Ingeniería, séptima edición, Raymond Serway y John Jewett .....	42
4.2.2.1 Resumen del Serway .....	42
4.2.2.2 Problemas propuestos por el Serway.....	43
4.2.3 Velocidad en Física, volumen 1: mecánica, Marcelo Alonso y Edward J. Finn .....	44
4.2.4 Definición de Velocidad en Física Volumen 1: Mecánica, radiación y calor, Richard Feynman .....	46
4.3 Caracterización de los textos de enseñanza Media y Universitaria.....	48
4.3.1 Aspectos a considerar en el proceso de categorización.....	48
4.3.2 Naturalistas .....	48
4.3.3 Teoricistas .....	50
4.3.4 Tecnicistas .....	51
<b>5. Estudio de situaciones problemáticas contextualizadas. ....</b>	<b>53</b>
5.0 Características de las problemáticas.....	54

5.1 Competencias de Natación .....	55
5.1.1 Primer caso: Missy Franklin – 200 metros espalda .....	55
5.1.2 Segundo caso: Katie Ledecky – 400 metros libre .....	60
5.1.3 Competencia 400 metros combinado Individual Masculino.....	64
5.2 Competencias de Atletismo.....	69
5.2.0 Dimensiones de la pista y caso preliminar .....	70
5.2.1 Primer caso: David Rudisha – Carrera 800 metros planos.....	72
5.2.2 Segundo caso: Usain Bolt – Carrera 100 metros planos.....	77
5.3 Ideas finales sobre las situaciones problemáticas contextualizadas .....	80
<b>6. Propuesta de trabajo.....</b>	<b>81</b>
6.1 Justificación metodológica de la guía.....	81
6.2 Evaluación de la propuesta de trabajo .....	82
<b>7. Conclusiones.....</b>	<b>84</b>
<b>Bibliografía .....</b>	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
<b>Anexo 1: Tablas comparativas de texto .....</b>	<b>1</b>
<b>Anexo 2: Taller: Reflexionando sobre la velocidad como magnitud física.....</b>	<b>1</b>
<b>Anexo 3: Pauta para el docente .....</b>	<b>1</b>
<b>Anexo 4: Encuesta de apreciación de la propuesta de trabajo.....</b>	<b>1</b>



## Índice de Ilustraciones

### Ilustraciones del capítulo 2

Ilustración 2.1: Esquema del proceso de Transposición Didáctica .....	19
Ilustraciones del capítulo	4
Ilustración 4.1: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 25	122
Ilustración 4.2: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 250	25
Ilustración 4.3: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 122	26
Ilustración 4.4: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 123	27
Ilustración 4.5: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 123	27
Ilustración 4.6: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 131	28
Ilustración 4.7: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 131	28
Ilustración 4.8: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 136	29
Ilustración 4.9: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 137	29
Ilustración 4.10: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 138	30
Ilustración 4.11: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 139	30
Ilustración 4.12: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 140	31
Ilustración 4.13: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 96	32
Ilustración 4.14: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 97	33
Ilustración 4.15: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 99	33
Ilustración 4.16: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 99	34

Ilustración 4.17: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 21 .....	36
Ilustración 4.18: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 22 .....	37
Ilustración 4.19: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 23 .....	37
Ilustración 4.20: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 39 .....	38
Ilustración 4.21: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 39 .....	38
Ilustración 4.22: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 40 .....	39
Ilustración 4.23: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 41 .....	39
Ilustración 4.24: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 42 .....	40
Ilustración 4.25: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 44 .....	40
Ilustración 4.26: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 44 .....	41
Ilustración 4.27: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008, página 22 .....	42
Ilustración 4.28: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008,, página 43 .....	43
Ilustración 4.29: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008,, página 43 .....	43
Ilustración 4.30: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008, página 93 .....	44
Ilustración 4.31: Alonso & Finn, Física, 1971, página 89 .....	45
Ilustración 4.32: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-6 .....	46
Ilustración 4.33: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-8 .....	46
Ilustración 4.34: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-8 .....	47
Ilustración 4.35: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-9 .....	47
Ilustración 4.36: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-8 .....	49
Ilustración 4.37: Rossi, Apuntes de física, 1924.....	49
Ilustración 4.38: Gettys, Keller, & Skove, Física Clásica y moderna 1991, página 33 .....	50
Ilustración 4.39: Gettys, Keller, & Skove, Física Clásica y moderna 1991, página 33 .....	50
Ilustración 4.40: Giancoli, Física Principios con Aplicaciones, 2009, página 22.....	51
Ilustración 4.41: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 40.....	52
Ilustración 4.42: Giancoli, Física Principios con Aplicaciones, 2009, página 23.....	52
Ilustraciones del capítulo 5	
Ilustración 5.1: Ejemplo de atletismo (Zitzewitz & Neff).....	54
Ilustración 5.2: Ejemplo de natación (Sears, Zemansky, Young, & Freedman, Física Universitaria) .....	54
Ilustración 5.3: Diagrama que muestra las dimensiones de una piscina olímpica.....	55
Ilustración 5.4: Dimensiones pista de atletismo .....	69

## Índice de Tablas

### Tablas del capítulo 1

Tabla 1.1: Aprendizajes esperados relacionados con velocidad presentes en los distintos niveles de educación básica y media .....	8
---	---

### Tablas del capítulo 5

Tabla 5.1: Tiempos obtenidos por Missy Franklin .....	55
Tabla 5.2: Módulo de las velocidades media obtenida por Missy Franklin .....	56
Tabla 5.3: velocidades promedio obtenidas por Missy Franklin .....	57
Tabla 5.4: Estimación del módulo de las velocidades instantáneas obtenidas por Missy Franklin .....	58
Tabla 5.5: comparación de velocidades de Missy Franklin .....	59
Tabla 5.6: Tiempos obtenidos por Katie Ledecky .....	60
Tabla 5.7: Tiempos obtenidos por Katie Ledecky .....	61
Tabla 5.8: Velocidades promedio obtenidas por Katie Ledecky .....	62
Tabla 5.9: Estimación del módulo de las velocidades instantáneas obtenidas por Katie Ledecky .....	63
Tabla 5.10: Tiempos obtenidos en competencia 400 metros combinados individual masculino, juegos panamericanos Toronto 2015 .....	65
Tabla 5.11: Longitud de las cuerdas de los distintos carriles de la pista de atletismo .....	70
Tabla 5.12: Resultados final femenina 400 metros planos, Juegos Panamericanos Toronto 2015 .....	71
Tabla 5.13: Velocidades media obtenidas por las finalistas .....	71
Tabla 5.14: Tiempos obtenidos por David Rudisha .....	72
Tabla 5.15: Módulo de las velocidades medias obtenidas por David Rudisha .....	72
Tabla 5.16: Velocidades promedio obtenidas por David Rudisha .....	73
Tabla 5.17: Estimación del módulo de las velocidades instantáneas obtenidas por David Rudisha .....	74
Tabla 5.18: comparación de velocidades de David Rudisha .....	75
Tabla 5.19: Tiempo obtenido por Usain Bolt .....	77
Tabla 5.20: comparación de velocidades de Usain Bolt .....	77
Tabla 7.1: Categorización de los libros trabajados .....	85

## Índice de Gráficos

### Gráficos del capítulo 5

Gráfico 5.1: Velocidad media con respecto al tiempo, Missy Franklin .....	56
Gráfico 5.2: Velocidad promedio con respeto al tiempo, Missy Franklin .....	57
Gráfico 5.3: Estimación del módulo de la velocidad instantánea con respecto al tiempo, Missy Franklin .....	58
Gráfico 5.4: Comparación de las velocidades con respecto al tiempo, Missy Franklin. ....	59
Gráfico 5.5: Módulo de la velocidad media con respecto al tiempo de Katie Ledecky .....	61
Gráfico 5.6: Velocidad promedio con respecto al tiempo de Katie Ledecky .....	62
Gráfico 5.7: Estimación del módulo de la velocidad con respecto al tiempo de Katie Ledecky...	63
Gráfico 5.8: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, Katie Ledecky .....	64
Gráfico 5.9: Comparación de velocidades medias con respecto al tiempo, competencia masculina 400 metros combinados .....	65
Gráfico 5.10: Comparación de velocidades medias con respecto a la distancia recorrida, competencia masculina 400 metros combinados.....	66
Gráfico 5.11: Comparaciones de velocidades con respecto a la distancia recorrida, competencia masculina 400 metros combinados .....	67
Gráfico 5.12: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, competencia masculina 400 metros combinados .....	68
Gráfico 5.13: Módulo de la velocidad media con respecto al tiempo, David Rudisha .....	73
Gráfico 5.14: velocidad promedio con respecto al tiempo de David Rudisha.....	74
Gráfico 5.15: Estimación del módulo de la velocidad instantánea con respecto al tiempo de David Rudisha.....	75
Gráfico 5.16: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, David Rudisha .....	76
Gráfico 5.17: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, Usain Bolt .....	77
Gráfico 5.18: Desempeño de Usain Bolt en competencia de 100 metros planos. Fuente: How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study, 2009.....	78

## 1. Antecedentes y planteamiento del problema.

### 1.1 Contexto

Dentro del estudio de la física, la velocidad es, sin dudas, un concepto importante ya que aparece en sus distintas ramas. Se estudia principalmente en cinemática, sin embargo, está presente en dinámica, óptica, acústica, fluidos, electromagnetismo, entre otras áreas de la física.

En ese sentido, al estudiar distintas áreas de la física, el concepto de velocidad aparece de una u otra forma (por ejemplo, para calcular el caudal en fluidos, ver el cambio de un medio a otro en ondas, ver la variación del momentum, etc). Resulta evidente entonces, que un mal aprendizaje de este concepto, conllevará a problemas para comprenderla cuando sea aplicada en otros contextos.

Dentro del contexto de la enseñanza media y básica, el concepto de velocidad aparece principalmente en los siguientes niveles y unidades:

Tabla 1.1: Aprendizajes esperados relacionados con velocidad presentes en los distintos niveles de educación básica y media

Nivel	Unidad	Contenido	Objetivo de aprendizaje o Aprendizaje esperado
4º básico	Unidad 1: fuerza y movimiento	Efectos de las fuerzas en el cambio de movimiento (rapidez dirección del movimiento)	OA 12: Demostrar, por medio de la investigación experimental, los efectos de la aplicación de fuerzas sobre objetos, considerando cambios en la forma, la rapidez y la dirección del movimiento, entre otros.
1º medio	Unidad 3: descripción del movimiento; elasticidad y fuerza.	Relatividad del movimiento en relación con la velocidad o la adición de velocidades.	AE 01: Justificar la necesidad de introducir un marco de referencia de coordenadas para describir el movimiento de los cuerpos. AE 02: Describir investigaciones científicas clásicas asociadas al concepto de relatividad del movimiento, valorando el desarrollo histórico de conceptos y teorías.
2º medio	Unidad 1: los movimientos y sus leyes	El itinerario como tabla, gráfico o función. Las velocidades media e instantánea en movimientos uniformes y uniformes acelerados. Los gráficos posición- tiempo, velocidad-tiempo y aceleración- tiempo. La caída libre y el lanzamiento vertical.	Describir gráficamente, cualitativa y cuantitativamente movimientos rectilíneos uniformes y movimientos rectilíneos con aceleración constante.

Teniendo esto en cuenta, es que se trabajará, en primera instancia, con textos de primer y segundo año de enseñanza media, ya que es en estos cursos donde se presenta el concepto

formalmente, es decir, se enseña la velocidad con sus fórmulas y características. Luego, se utilizarán textos de física utilizados como referencia para la creación de estos libros y como material de estudio para estudiantes de enseñanza superior para crear una propuesta destinada para su enseñanza.

## **1.2 Antecedentes**

Durante años, se han realizado diversas investigaciones sobre la comprensión de la física por los alumnos, existiendo ciertas concepciones alternativas, comunes a los alumnos de diferentes nacionalidades, medios socioculturales, niveles de enseñanza y edades respecto al concepto de velocidad.

McDermont (2009) presenta un resumen del estado actual de la investigación sobre la comprensión conceptual y la resolución de problemas en mecánica, recopilando los resultados de distintas investigaciones, teniendo como criterio para elegir las, el grado de aplicación de los resultados para la formación de los docentes y su relativo acceso a los físicos de todos los países.

Se destacan aquellos estudios relacionados con cinemática; el primero, que buscaba saber si los estudiantes (inscritos en el curso de introducción a la física) eran capaces de aplicar correctamente los conceptos de posición, velocidad y de aceleración en una dimensión, en movimientos de objetos reales. Dicha investigación mostró que una quinta parte de los estudiantes confundían los conceptos de velocidad y de posición. Esto, podía atribuirse, señala la autora, a la utilización de un criterio de posición para determinar la velocidad relativa.

Otro estudio (Reif & Allen, 1992 citado por McDermont), sobre la comprensión de los estudiantes de los movimientos en dos dimensiones, donde se mostraba, a cinco estudiantes que seguían un curso de introducción a la física y a cinco profesores de física, los diagramas de trayectoria de objetos que se desplazan. Se le preguntaba a los participantes si los objetos aceleraban, desaceleraban o se desplazaban a velocidad constante, seguidamente debían dibujar los vectores velocidad para los puntos indicados. En esta experiencia, los estudiantes fueron medianamente exitosos en esta tarea, mientras que los profesores experimentaron las mismas dificultades. Al analizar la forma como esos dos grupos trataron esas tareas permitió a los investigadores identificar los conocimientos subyacentes y el saber hacer exigido para obtener los resultados correctos.

Es así como la misma autora señala: “La persistencia de ciertas dificultades en mecánica ha sido demostrada no solamente a partir de estudios detallados conducidos a escala, sino igualmente a partir de la utilización, en gran escala, de instrumentos concebidos para evaluar la comprensión conceptual. Esto ha servido de herramienta para informar a los profesores que numerosos alumnos que triunfan en los exámenes eminentemente cuantitativos, podrían tener serias dificultades conceptuales.” (McDermott L. C., 2009, págs. 2-3)

### 1.3. Problema

En el saber científico, la velocidad se define formalmente como:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \hat{u}_t = \frac{ds}{dt} \hat{u}_t$$

Luego, para poder definir la velocidad utilizando la posición, se define lo que es la velocidad media, por lo que este último concepto tiene como propósito el poder definir la velocidad usando el desplazamiento en vez de la posición, esto es posible ya que  $|\Delta \vec{r}| \sim \Delta s$ , situación en la cual la velocidad media es una buena aproximación de la velocidad.

El problema surge en enseñanza media, debido a que los estudiantes aun no tienen los conocimientos de cálculo diferencial, y por ello, se opta por enseñar la velocidad media mencionando que cuando se utilizan tiempos pequeños, la velocidad media corresponde a la velocidad instantánea. El problema es que, por una parte, se deja de lado que en realidad la definición formal de velocidad depende de la longitud de la trayectoria dividido por el tiempo y no de la variación de la posición (divido por el tiempo). Por otra parte, se institucionaliza y valida la noción de velocidad media sin considerar la trayectoria recorrida, aun cuando dicha trayectoria sea conocida. Ello da lugar a situaciones paradójales, en las que, por ejemplo, el módulo de la velocidad media de un determinado móvil, es cero siendo que dicho móvil nunca ha estado en reposo en el intervalo de tiempo considerado. El típico ejemplo es un móvil dando vueltas en un circuito cerrado, donde la velocidad media entre dos instantes de tiempo cuando el móvil pasa por un mismo punto del circuito, siempre va a ser cero, independientemente de la velocidad que lleve el móvil en ese instante y de la velocidad promedio del móvil a lo largo de la carrera.

Uno de los grandes peligros a la hora de institucionalizar el concepto de velocidad media es perder la razón de ser de dicho concepto en la física “sabia”, como medio para construir la velocidad y no como un fin en sí mismo. Otro peligro es el de perder las precauciones necesarias a considerar a la hora de utilizar dicho concepto.

Este trabajo tiene como propósito evidenciar esta confusión en textos de física de enseñanza media y establecer si los textos más utilizados en los primeros años de universidad aclaran dicha confusión, y luego de eso se creará una propuesta que pretende evitar tal confusión. En los siguientes párrafos se explicará cual es la justificación de este seminario de grado.

#### 1.4 Justificación

La velocidad es un concepto clave para la descripción y análisis del movimiento de cuerpos y sistemas. También, es fundamental en los principios de conservación de la energía y del momentum.

Al enseñar este concepto, se aborda desde una perspectiva espacio-temporal, es decir, para definirlo se toman como referentes los conceptos posición y desplazamiento en función del tiempo.

“A pesar de la importancia que este concepto tiene en el estudio de la cinemática, en la mayoría de los textos y cursos introductorios de física no se dedica el tiempo suficiente para garantizar su comprensión por parte de los estudiantes, ni se diseñan y ponen en práctica las estrategias adecuadas para tal fin.” (Chacón & Rodríguez, 2003)

Por su parte, Chacón y Rodríguez (2003) señalan que, pese a que este concepto es abordado en los cursos introductorios de física, los estudiantes logran un bajo entendimiento de este. La formalización del concepto velocidad solo considera el movimiento como cambio de posición en un cierto tiempo. Convirtiéndose estos en los únicos referentes para evidenciar y analizar el movimiento de los cuerpos.

También mencionan que el lenguaje utilizado para referirnos al movimiento nos da a entender que este no es algo perteneciente a los cuerpos, si no que un estado en el que se encuentran, ya que no es adecuado decir «el cuerpo tiene movimiento», sino «el cuerpo está en movimiento». Esto implica que, es necesario identificar una propiedad variable, a través de la cual, se dé cuenta de los diferentes estados de movimiento que puede llegar a tener un cuerpo. Esto ya está presente en el lenguaje cotidiano del estudiante: al hablar de que tan rápido o lento se mueve un cuerpo, queda en evidencia que el estado de movimiento de los cuerpos varía en cada instante.

En diversos estudios, los docentes han reconocido que la confusión generalizada entre posición y cambio en la posición, entre instante de tiempo e intervalo de tiempo son las primeras dificultades que los alumnos deben afrontar para lograr el aprendizaje conceptual del movimiento (Arons, 1990).

Investigaciones en el aprendizaje de la física también han establecido firmemente que la comprensión de los conceptos de posición, tiempo, velocidad y aceleración es difícil y sujeta a múltiples concepciones previas que interfieren en el proceso de aprendizaje. Las dificultades de aprendizaje comienzan con la asimilación y diferenciación de las ideas de valor de la posición en un instante dado y de cambio de posición en un intervalo de tiempo. El interpretar los conceptos de velocidad y aceleración involucra sucesivos procesos de abstracción e interpretación de cocientes. Como resultado, los estudiantes no asocian velocidad instantánea con un instante de tiempo, ni discriminan entre velocidad y cambio en velocidad, usando por ello indistintamente las diferentes variables (McDermott L. C., 1984).



De igual manera, en estudios realizados en Argentina, se ha mostrado que los alumnos que ingresan a carreras de tipo científico tecnológico de la Universidad Nacional de San Luis tienen un muy pobre conocimiento conceptual de la cinemática y de su representación mediante gráficas (Guidugli, Villegas, Porasso, & Benegas, 2001).

Teniendo todo esto presente, no es ilógico pensar que existan problemas similares en nuestro país, es por esto que en el presente seminario de grado se tomará como punto de partida que estos problemas existen y se planteará una propuesta de trabajo a modo de remediar dichas dificultades.

## **1.5 Pregunta de Investigación**

Este seminario de grado, tiene como propósito responder las siguientes preguntas ¿Qué es la velocidad? ¿Cómo se explica este concepto en textos de estudio de primer y segundo año medio? ¿Cómo se presenta en textos de estudio de enseñanza superior? ¿Qué medidas se pueden tomar para explicar este concepto de manera adecuada?

### **1.5.1 Hipótesis**

Para este seminario de grado, se considerarán las siguientes hipótesis de investigación.

#### **Hipótesis 1.**

El concepto de velocidad presente en los textos de estudio de Enseñanza Media no es coherente con la noción real de este concepto.

#### **Hipótesis 2.**

El concepto de velocidad presente en los textos de estudio física utilizados como material de apoyo en la educación superior es coherente con la noción real de este concepto.

#### **Hipótesis 3.**

El estudio de determinadas situaciones problemáticas contextualizadas, cuidadosamente seleccionadas, permitirá confrontar el concepto de velocidad del Marco Epistemológico de Referencia con el propuesto en la mayoría de textos escolares.

En la medida que se fue desarrollando el trabajo, en vista de resultados obtenidos, resultó necesario modificar la hipótesis 3, esta nueva hipótesis será llamada Hipótesis 3.1

#### **Hipótesis 3.1.**

El estudio de determinadas situaciones problemáticas contextualizadas, cuidadosamente seleccionadas, permitirá confrontar el concepto de velocidad del Marco Epistemológico de Referencia con el propuesto en la mayoría de textos escolares así como el propuesto en textos de educación superior.

## **1.6 Objetivos**

### **1.6.1 Objetivo General**

Este seminario de grado, tiene como objetivo principal el caracterizar las nociones de velocidad presente en textos de estudios de Enseñanza Media y textos de física utilizados en la educación superior, indagar si existe coherencia entre lo planteado en la enseñanza media con respecto a los textos de enseñanza superior, y plantear una propuesta de trabajo, basada en dos situaciones problemáticas contextualizadas cuyo estudio permita esclarecer dicho concepto.

### **1.6.2 Objetivos Específicos**

Los objetivos específicos de este seminario de grado son los siguientes:

- Establecer un Marco Epistemológico de Referencia que caracterice epistemológicamente la noción de velocidad en la “Mecánica Clásica”
- Caracterizar el concepto de velocidad presente en textos de estudio de primer y segundo año medio, así como algunos textos universitarios.
- Plantear una propuesta de trabajo centrado en el estudio de dos situaciones problemáticas contextualizadas que permita reconstruir una noción de velocidad coherente con la noción de la “mecánica clásica” expresada en el Marco epistemológico de Referencia y con la realidad física.

## 2. Marco Teórico y Metodología de Investigación.

### 2.1 Marco Teórico

#### 2.1.1 Marco Epistemológico de Referencia.

Para poder analizar un problema didáctico, en este caso en el concepto de velocidad, es necesario poder observar, describir y analizar las praxeologías involucradas en los diferentes procesos de estudio, mediante «modelo epistemológico de referencia».

Según Fonseca, Gascón y Oliveira (2014), para formular un problema didáctico, siempre se verá involucrado de manera más o menos explícita, una interpretación del ámbito de la actividad científica que está en juego. De este modo, cuando se enuncia algún problema didáctico donde se habla de la enseñanza o el aprendizaje de conceptos como velocidad, inevitablemente se sustenta una interpretación (un modelo, aunque sea muy impreciso) de la actividad científica que acompaña a dicha noción o ámbito de la ciencia escolar en la institución en cuestión. También postulan que en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante, TAD) es imprescindible explicitar dicho modelo para que el problema didáctico pueda ser formulado como un auténtico problema científico. Esta explicitación es fundamental en la respuesta que se propone en cada caso a una dimensión básica del problema didáctico denominada "dimensión epistemológica del problema" y es materializada en un *modelo epistemológico de referencia* (abreviadamente, MER). Los otros aspectos o dimensiones del problema didáctico, así como las posibles respuestas a los mismos, se sustentan forzosamente en el MER del ámbito de la actividad científica que está en juego. En general, la estructura de los MER que construye la TAD es "una red de praxeologías matemáticas o científicas cuya dinámica comporta ampliaciones y completaciones progresivas" (Ruiz-Munzón, Bosch & Gascón, 2011 citado por Fonseca, Gascón, & Oliveira, 2014). Para describir un marco epistemológico de referencia, suele hacerse mediante una red de preguntas y respuestas donde éstas tienen estructura praxeológica.

Señalan que en los MER elaborados hasta la fecha en el ámbito de la TAD, la *modelización matemática o científica* juega un papel esencial, ya que las praxeologías que estructuran el MER suelen cumplir la siguiente condición: cada nueva praxeología no sólo amplía y completa relativamente a la praxeología anterior, sino que además puede considerarse como un *modelo matemático* de ésta. Dicha relación estructural y dinámica entre las praxeologías que constituyen un MER es coherente con el postulado de la TAD según el cual "toda actividad matemática puede interpretarse como una actividad de modelización" (Chevallard, Bosch & Gascón, 1997 citado por Fonseca, Gascón, & Oliveira, 2014).

Es por esto que es necesario explicar con claridad el papel que juega un MER en la formulación de un problema didáctico en el ámbito de la TAD, considerando como se conceptualizan los modelos físicos en esta teoría.

Finalmente, es importante situar cada MER en relación a otros MER de los que de alguna manera depende y, en especial, de los MER más amplios que lo contienen.

### **2.1.2 Organización Física**

Chevallard (1999) plantea en la Teoría Antropológica de lo didáctico (TAD) que el saber matemático se construye como respuesta al estudio de cuestiones problemáticas, siendo el resultado de un proceso de estudio.

La TAD identifica lo didáctico con todo lo relativo al estudio, englobando las nociones de enseñanza y aprendizaje que comúnmente son utilizadas en la cultura pedagógica, refiriéndose a todo aquello que realiza una institución determinada para dar respuestas a las preguntas o para realizar las tareas problemáticas que se plantean.

Dentro de esta teoría, propone la noción de organización praxeológica matemática o simplemente organización matemática como un modelo básico para describir el conocimiento matemático. Dicha organización corresponde a la concepción del trabajo matemático como estudio de tipos de problemas o tareas problemáticas.

Teniendo esto en cuenta, y de manera análoga a lo propuesto por Chevallard, se entenderá la Organización Física como una modelización estática del trabajo físico resultante de la articulación de los distintos componentes de la TAD (tareas, técnicas, tecnología y teoría). Esta articulación está acompañada de un saber práctico (praxis) en el cual aparecen las tareas y las técnicas. A su vez, esta praxis estará determinada por un discurso que la explica y justifica de manera teórica llamado logos, en el cual aparecen elementos teóricos y tecnológicos que permiten justificar dicha praxis.

### **2.1.3 Obstáculo Epistemológico**

Bachelard (1948) plantea que un obstáculo epistemológico son aquellas causas de estancamiento, inercia e incluso retroceso, en el acto mismo de conocer. Esto, hace referencia a todas aquellas ideas o conocimientos que nacen en el diario vivir, en lo empírico y que se transforman en axiomas de verdad. Mas, no considera que sean algo innecesario, o que se deban evitar, por el contrario, son parte fundamental del 'espíritu científico', ya que es imposible eliminar los conocimientos usuales de un golpe. Además, nos dice que "En la vida científica los problemas no se plantean por sí mismos. (...) Para un espíritu científico todo conocimiento es una respuesta a una pregunta. Si no hubo pregunta, no puede haber conocimiento científico." (p. 16).

En ese sentido, los distintos obstáculos epistemológicos no se deben entender como barreras indestructibles, sino como oportunidades para aprender.

Franco Vázquez (2013), presenta tres tipos de obstáculos epistemológicos presentes en la enseñanza de la física; la experiencia básica y el obstáculo pedagógico (descritos por Bachelard) y un tercero que se podría llamar el lenguaje común.

La experiencia básica, es un obstáculo epistemológico ya que los estudiantes traen “conocimientos” adquiridos a partir de sus vivencias, los cuales responden a las apreciaciones del sentido común.

La experiencia básica, se convierte entonces en pieza fundamental para formar conceptos científicos en los estudiantes. Son el punto de partida para la adquisición de nuevos conceptos, para esto, es necesario que el docente los identifique para luego construir y ponga en acción, situaciones que pongan en conflicto las ideas previas de los estudiantes.

El obstáculo pedagógico, hace referencia a que al enseñar ciencias, existen dificultades en la comprensión de conceptos que se presentan ya que estos exigen un nivel de comprensión, ampliación e investigación que muchos docentes carecen. Así mismo, que algunos docentes se consideren maestros en algunas áreas de las ciencias, se convierte en un obstáculo pedagógico, tanto para la comprensión propia de los conceptos, como para su enseñanza. Es necesario que el docente analice críticamente antes de enseñar, para poder así, transmitir los conceptos de manera adecuada.

El lenguaje común es un obstáculo epistemológico ya que muchas palabras de uso cotidiano, tienen un significado diferente o más específico en la ciencia. Por tanto, el docente debe indagar sobre los significados que tienen los estudiantes acerca de cada uno de los conceptos a enseñar, ya que muchas veces los significados que expresan los estudiantes sobre esas palabras no concuerdan con la realidad científica, o a lo más, se acercan en cierto grado a la definición científica. Un ejemplo de esto, es el concepto de peso, que en el lenguaje cotidiano no se diferencia de la masa, pero desde la ciencia, cada concepto tiene un significado diferente.

#### **2.1.4 Transposición Didáctica**

En la enseñanza de la ciencia, es necesario poder realizar una transformación al conocimiento científico para adaptarlo a la enseñanza escolar, por ello nace el concepto de Transposición didáctica, desarrollado por Yves Chevallard. Sin embargo, en un contexto histórico la paternidad del concepto es atribuido a Michel Verret. Él sostiene que didáctica es la transmisión de aquellos que saben a aquellos que no saben. De aquellos que han aprendido a aquellos que aprenden (Verret, 1975, citado en Gómez, 2005).

“El ‘trabajo’ que transforma un Objeto de saber a enseñar en un Objeto de enseñanza, es denominado la Transposición Didáctica” (Chevallard, 1991)

En este proceso aparecen los llamados Saberes, el primero es el llamado Saber Sabio. Este saber es desarrollado en los centros o institutos de investigación, laboratorios, Universidades, etc. No está necesariamente vinculado con la enseñanza escolar. Es un saber especializado; logrado a partir de un conjunto o procedimientos que se llevaron a cabo en algún lugar, espacio y tiempo. Su reconocimiento y la defensa de los valores son sostenidos por una cultura científica y se encuentran vinculados a otras áreas de interés: política, economía, tecnología, etc.

El saber científico no puede ser enseñado en la forma como se encuentra redactado en los textos técnicos-científicos y esto constituye un obstáculo a considerar en el proceso de aprendizaje. Por lo cual, es transformado en un Saber a Enseñar, el cual ocupa lugar en los programas de estudio (currículo). Se trata de un saber ligado a una forma didáctica que sirve para presentar el saber al estudiante. Mientras el saber científico se presenta en textos técnicos, el saber a enseñar se limita casi siempre a libros didácticos, programas y otros materiales de apoyo. En el paso del saber científico al saber enseñado, ocurre la creación de un modelo teórico que va más allá de los propios límites del saber matemático. A partir de esta teoría surgen los materiales de apoyo pedagógico, es decir, existe la predominancia de una teoría didáctica cuya finalidad se orienta hacia el trabajo del docente.

Finalmente, este Saber a Enseñar, por la mediación de instituciones y personas, se convierte después en el Saber Enseñado. Así, el proceso de enseñanza resulta finalmente en el verdadero objeto del saber enseñado, esto es, aquél saber registrado en el plano de aula del docente, que no coincide necesariamente con la intención prevista en los objetivos programados al nivel del saber a enseñar. Este saber está ubicado en los Sistemas Didácticos, los cuales, corresponden propiamente a la relación ternaria: profesor-estudiante-saber.

Por lo que el esquema del proceso de Transposición Didáctica sería el siguiente:

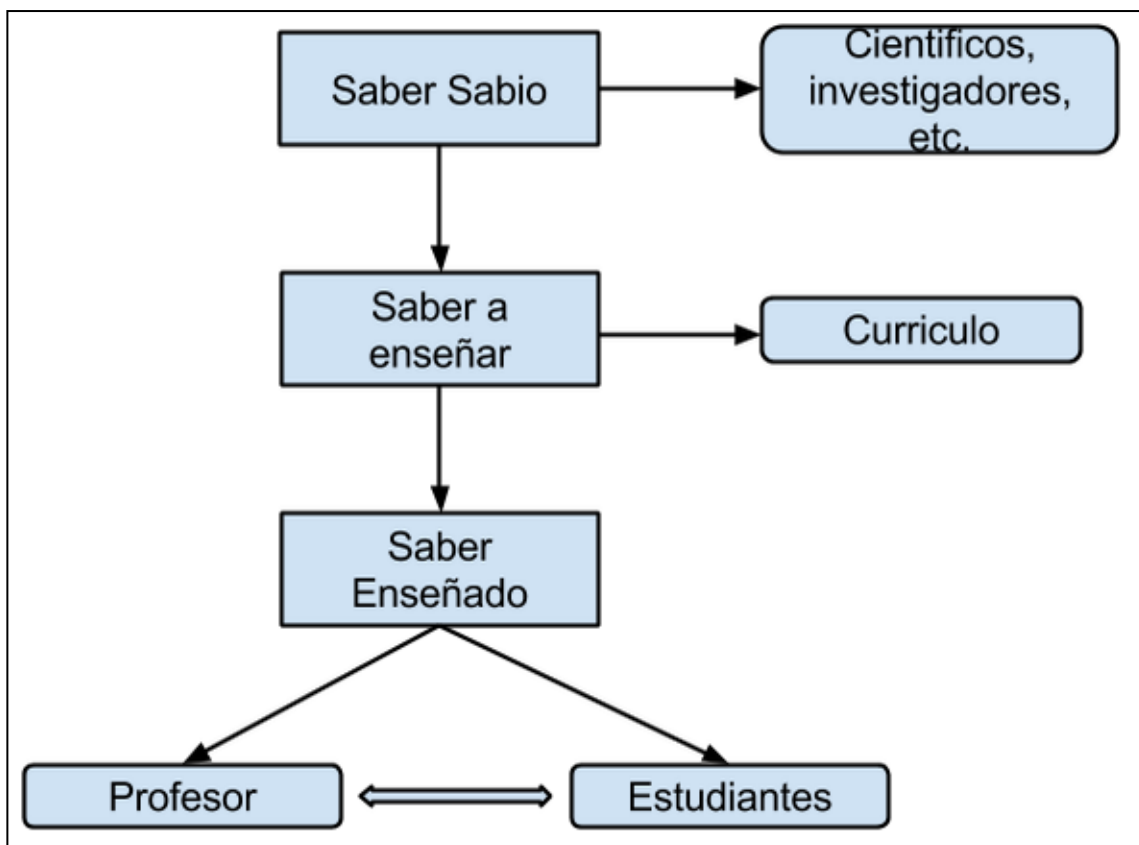


Ilustración 2.1: Esquema del proceso de Transposición Didáctica

En resumen, el proceso de transposición didáctica se centra en las transformaciones adaptativas, metodológicas y didácticas que sufre un contenido (saber sabio), cuyo resultado será un contenido que dará lugar a un objeto de enseñanza (saber enseñado) en un sistema didáctico, del cual serán partícipes el profesorado, el estudiantado y el saber de la rama del conocimiento en específico que se quiera enseñar.

### 2.1.5 La vigilancia epistemológica

Al momento de realizar una transposición didáctica, es necesario que esta tenga coherencia con respecto al “saber sabio”. Para que esto sea posible, el docente debe reflexionar sobre su propia práctica, es decir ejercer su vigilancia epistemológica.

Dice Chevallard (1991) “recapacitar, tomar distancia, interrogar las evidencias, poner en cuestión las ideas simples, desprenderse de la familiaridad engañosa de su objeto de estudio.” Y ejemplifica “Así, cuando el docente diga: "Hoy les he mostrado  $a^2 - b^2$ " el didacta se preguntará: "¿Cuál es este objeto de enseñanza que el docente rotula como " $a^2 - b^2$ "? ¿Qué relación entabla con el objeto matemático al que implícitamente refiere?", explicando que donde el enseñante ve el objeto designado como enseñable y el objeto de la enseñanza, tal como lo ha moldeado la transposición didáctica, el didacta plantea la cuestión de la adecuación:



¿no hay acaso conversión de objeto? Y en ese caso, ¿cuál?

Para Chevallard, la duda sistemática es una condición necesaria para romper con la ilusión de la transparencia de su universo de enseñanza, donde todo parece estar dado y controlado, esto lo plantea, ya que los docentes al ser enfrentados a la transposición didáctica presentan distintas reacciones, negación (“el reconocimiento de la transposición didáctica supone resquebrajar su participación armoniosa en el funcionamiento didáctico”), aceptación entusiasta (“La resistencia también puede invertir su curso, hacerse aceptación entusiasta (...) y es así cómo se corrigen las equivocaciones. Entonces, a la inversa, se asignará al concepto el territorio más vasto, la legitimidad más extensa”) o banalización (“El concepto será en apariencia, fríamente admitido, como si fuera obvio. Simplemente se considera que un día se ha agregado una nueva palabra a las de la tribu. (...) donde el concepto está vaciado, pierde su fuerza y puesto a funcionar en los enunciados más nimios, carece finalmente de objeto propio.”)

Para poder ejercitar la vigilancia epistemológica es necesario que los docentes tomen conciencia de los niveles de intervención que existen entre el conocimiento erudito y el aprendido, que logren discriminar y superar, entre las posibles reacciones, aquellas que adoptan, con el fin de poder mejorar sus prácticas.

#### **2.1.6 Los momentos del estudio**

Dentro del texto *Estudiar matemáticas*. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje (Chevallard, Bosch, & Gascón, 1998) se plantea que, dentro la enseñanza existen distintos momentos de estudio, los cuales se relacionan directamente con la obra a estudiar dentro de la Teoría antropológica de lo didáctico (En este caso, se relacionarán con la organización física). Dichos momentos son presentado y explicados brevemente, teniendo así los siguientes momentos:

El momento del primer encuentro, hace referencia a los objetos físicos que constituyen un tipo de problemas. Como su nombre lo indica, los estudiantes se enfrentan por primera vez a este tipo de objetos o problemas.

En el momento exploratorio, los estudiantes exploran determinados tipos de problemáticas tratando de construir una técnica adecuada para poder abordarlas.

Durante el momento del trabajo de la técnica, los estudiantes dominan, ponen a punto y crean nuevas técnicas físicas.

El momento tecnológico-teórico hace referencia, como indica su nombre, a los dos niveles de justificación de la práctica física, es decir, los estudiantes trabajan las tecnologías y teorías de la organización física.

Los momentos de institucionalización y evaluación se refieren, a la obra física en su conjunto, se diferencian en que en el primero, se formaliza lo aprendido por los estudiantes, mientras que el segundo evalúa lo aprendido por ellos.

## **2.2 Metodología de investigación**

### **2.2.1 Tipo de investigación**

Este seminario de grado utilizó una metodología del tipo cualitativa descriptiva, ya que se a describirá lo observado en los distintos textos de estudio seleccionados, en base a esto se analizará y obtendrán conclusiones. Y a partir de esto construir la propuesta destinada a profesores de enseñanza media.

### **2.2.2 Etapas de la investigación**

Este seminario de grado está dividida en seis partes, explicadas a continuación.

#### **2.2.2.1 Seleccionar los textos de estudio**

En primer lugar, se seleccionará todo el material que sirva para crear nuestro marco teórico y marco epistemológico de referencia.

Luego se seleccionarán los textos de estudio que resulten útiles de analizar para este seminario. Ya que se busca caracterizar la noción de velocidad presente en textos de estudio, se comenzará analizando los textos de estudio de primer y segundo año medio. Luego de esto, se analizarán los textos utilizados como material de apoyo en los cursos de física de los primeros años de educación superior.

De este modo, es que se eligieron, en primera instancia los siguientes textos:

- Física 1° año medio Santillana, edición bicentenario: Este libro fue elegido, ya que, según la opinión popular, al compararlo con otros textos de primer año medio utilizados en las escuelas de enseñanza media, es el más completo texto de estudio, ya que posee una mayor cantidad de ejercicios que los entregados por el gobierno, por lo tanto tiene más material de observación.
- Física 2° año medio Santillana, edición bicentenario: Fue elegido por la misma razón que el anterior texto, así como para poder ver como se continúa el estudio del concepto de velocidad.
- Física para ciencias e ingeniería, séptima edición – Rymond Serway y John Jewett: Se analizará este texto, pues es parte de la bibliografía de los textos de enseñanza media estudiados, además de ser parte de los libros más utilizados en los cursos de física de educación superior.
- Física para la ciencia y la tecnología, volumen uno – Paul Tipler : Este libro fue elegido porque es parte de los textos utilizados en primer año de la carreras de física.
- Física, volumen 1: mecánica – Marcelo Alonso y Edward J. Finn: Este libro es parte de las referencias utilizadas en el libro de enseñanza media y es además utilizado en los primeros años de enseñanza universitaria.

- Física Volumen 1: Mecánica, radiación y calor – Richard Feynman: Este texto no se usa tan a menudo en la enseñanza de la física, pero es sabido que conceptualmente es bueno, así que sería interesante ver su visión del concepto de velocidad.

De manera adicional, se seleccionarán una extensa lista de libros presentes en la biblioteca del Departamento de Física, utilizando como parámetro para elegirlos, si incluían un capítulo o apartado referente al concepto de velocidad, específicamente en el contexto de mecánica.

#### **2.2.2.2 Establecer un Marco Epistemológico de Referencia**

Utilizando la Teoría Antropológica de la Didáctica, se creará un Marco Epistemológica de Referencia, con el cual se pretende responder la siguiente pregunta fundamental: ¿Qué es la velocidad? Para esto, se comenzará desde nuestro conocimiento y se profundizará en base a los distintos textos de apoyo utilizados.

Este Marco epistemológico de referencia será de vital importancia para nuestro seminario de grado, pues será la piedra angular para los análisis que se realizarán sobre el concepto de velocidad, tanto en textos de estudio de enseñanza media, así como en textos de educación superior.

#### **2.2.2.3 Analizar los textos de estudio seleccionados**

Una vez seleccionados los textos para este seminario de grado, se utilizará nuestro marco epistemológico de referencia como base para analizar los distintos textos de estudio.

Se describirá de qué forma es presentado el concepto de velocidad y qué tipo de problemáticas se estudian, para luego analizar la forma en que definen, trabajan y ejemplifican la velocidad en los distintos textos, viendo si existe coherencia dentro de estos y con nuestro marco epistemológico de referencia, esto, con el fin de saber cómo se presenta este concepto en la enseñanza media.

Al notar que existen algunas contradicciones en los textos de enseñanza media, por lo que se revisarán textos de estudio utilizados como material de referencia en la educación superior, que además fueron utilizados para crear los textos de enseñanza media.

Nuevamente, se describirá y analizarán estos textos, con el mismo propósito, saber cómo es presentado el concepto de velocidad. Además, se revisarán otros textos de enseñanza superior para buscar patrones presentes en los textos de estudio al momento de presentar el concepto de velocidad.

#### **2.2.2.4 Plantear situaciones problemáticas contextualizadas**

En esta etapa, se trabajarán problemáticas que ayuden a comprender el concepto de velocidad. Para esto, se buscarán problemas que puedan ser analizados detalladamente con el fin de trabajar una correcta noción de velocidad. Estas situaciones, servirán para ejemplificar algunos problemas existentes sobre la noción de velocidad y como trabajarla, presente en algunos textos de estudio. Al mismo tiempo, servirán para incluirlos en la propuesta de trabajo.

En primera instancia, se trabajarán problemáticas cuyos movimientos sean en una dimensión, como suele trabajarse en la enseñanza media, para facilitar así el análisis de las distintas velocidades.

Luego, se trabajarán problemáticas cuyos movimientos ocurran en dos dimensiones, de este modo, se lograrán observar que los errores producidos por la velocidad media no solo ocurren en una dimensión, y además, se podrán mostrar problemas que no son trabajados con tanta profundidad en la enseñanza media.

Durante el análisis de los distintos casos, se comentará las posibles ventajas o desventajas de utilizar algunos de estos problemas, considerando que se busca lograr un correcto aprendizaje sobre el concepto de velocidad.

#### **2.2.2.5 Crear propuesta de trabajo**

En vista de todo lo realizado, se creará una propuesta de trabajo, enfocada en las distintas temáticas trabajadas, buscando obtener como resultado, una concepción de velocidad acorde al marco epistemológico de referencia planteado.

La propuesta de trabajo que planteada tomará la forma de un taller reflexivo, es decir, este taller contará con una serie de actividades cuyo objetivo final sea reflexionar sobre el concepto de velocidad, como se ha estudiado y qué sentido tiene haberlo estudiado de esta manera.

Esta propuesta de trabajo no será puesta en práctica, pero se evaluará por expertos, así mismo, se deja abierta ante la posibilidad de ser continuada por otro estudio.

#### **2.2.2.6 Evaluar propuesta de trabajo**

Para saber si la propuesta de trabajo tiene sentido, es necesario que sea evaluada. Para esto, se buscarán expertos para que la evalúen, utilizando una pauta de apreciación. Además, se da el espacio para comentarios que permitan, si fuese necesario, mejorar esta propuesta. Los expertos a elegir, deben tener conocimientos de física, especialmente del concepto de velocidad y deben haber ejercido la docencia, idealmente, en enseñanza media.

### 3. Marco Epistemológico de Referencia.

En el marco epistemológico de referencia, se definirá el concepto de Velocidad, con el cual se establecerá como referencia en el análisis de los textos.

**La velocidad**  $\vec{v}$  es igual al valor límite de la proporción  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  conforme t tiende a cero:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \hat{u}_t = \frac{ds}{dt} \hat{u}_t$$

Donde:

s = Largo de la trayectoria

t = Tiempo

Donde la dirección del vector es una tangente a la trayectoria.

Cuando se cuenta con la información de la distancia recorrida durante un tiempo determinado, se calcula lo que se llama la Velocidad Promedio.

**La Velocidad Promedio**  $\langle |\vec{v}| \rangle$  de una partícula, es una cantidad escalar, que se define como la distancia total recorrida dividida entre el intervalo de tiempo total requerido para recorrer dicha distancia.

$$\langle |\vec{v}| \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A continuación, utilizando este Marco epistemológico, se analizarán los textos seleccionados en la metodología.

#### 4. Análisis de Textos Escolares y Universitarios.

En este capítulo se revisarán algunos textos escolares y se relacionarán con lo estudiado en el marco epistemológico de referencia. Luego, se revisarán los textos universitarios con el mismo propósito. Finalmente se buscará establecer un patrón dentro de varios textos universitarios y escolares, para indicar las principales características que presenta el concepto de velocidad en ellos.

##### 4.1 Análisis textos escolares

Se iniciará este capítulo analizando dos textos escolares de primero y segundo año medio, para ello, se incluirán imágenes de los textos, para mostrar de manera fiel lo que aparece en estos.

##### 4.1.1 Texto de primer año medio edición bicentenario, editorial Santillana

Primero presentan la definición de Velocidad media:

## 6. El vector velocidad

La velocidad media  $\vec{v}_m$  es un vector que representa la variación de la posición de un cuerpo en el tiempo, es decir, la razón entre el desplazamiento de un cuerpo  $\Delta\vec{r}$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que emplea en dicho desplazamiento.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$

En el Sistema Internacional de Unidades, la velocidad media se mide en **m/s** y su valor numérico o módulo es la rapidez media.

Calculemos la velocidad media de un ciclista que demora 20 segundos en avanzar desde la posición inicial  $\vec{r}_i = +50 \hat{x}$  m hasta la final  $\vec{r}_f = +10 \hat{x}$  m.

Ilustración 4.1: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 122

Lo primero que se nota es que no se establecen restricciones para el uso de este concepto, por ello podría ser utilizado en situaciones en donde no entrega información útil del movimiento. Además menciona que la rapidez media corresponde al módulo de la  $\vec{v}_M$ , pero si uno observa el glosario de este mismo libro uno encuentra la siguiente definición:

**Rapidez media (p. 122):** corresponde a la razón entre la distancia que recorre un móvil y el intervalo de tiempo que emplea en recorrerla.

Ilustración 4.2: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 250

Por lo que no deja claro al lector qué es en realidad rapidez media.

Luego se presenta un ejemplo que es utilizado para presentar el concepto de velocidad instantánea:

La velocidad media se estima como el cambio de posición en el intervalo de tiempo, es decir:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{(10 \hat{x} \text{ m} - 50 \hat{x} \text{ m})}{(20 \text{ s} - 0 \text{ s})} = -2,0 \hat{x} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso, el movimiento es unidimensional, en la dirección horizontal, y el signo negativo indica su sentido, es decir, opuesto a la orientación del sistema de coordenadas.

Si pensamos, por ejemplo, en una competencia ciclística, es muy difícil que durante la carrera los competidores mantengan su velocidad constante. Lo más probable es que esta cambie varias veces durante el trayecto. Al finalizar la competencia podemos calcular la velocidad media del ciclista ganador, dividiendo el desplazamiento por el tiempo empleado. Pero, si reducimos el intervalo  $\Delta t$ , es decir,  $\Delta t = 2 \text{ s}$ ,  $\Delta t = 1 \text{ s}$ ,  $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ ... cada vez, obtendremos la velocidad del ciclista en instantes de tiempo más pequeños; si  $\Delta t$  se acerca a cero, obtendremos una velocidad instantánea.

Ilustración 4.3: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 122

Acá la forma de definir la velocidad instantánea no está errada, en el sentido que coincide con el Marco epistemológico planteado, pues se utiliza la velocidad media indicando que cuando  $\Delta t$  tiende a cero son iguales, además el trayecto es una línea recta por lo que no hay problema, el detalle es cuando se utiliza en situaciones en donde  $\vec{v}_M$  pierde sentido. En este ejemplo, la  $\vec{v}_M$  estima bien el tiempo del competidor, pero, ¿qué pasa si se considera una competencia de atletismo de 400 metros?, ¿y si se considera que se da una vuelta completa a la pista? Si se elige calcular su velocidad usando  $\vec{v}_M$ , resulta un valor absurdo, que no corresponde con el promedio real de la velocidad usando la trayectoria, por tanto, no sirve en todas las competencias.

Luego establecen la relación entre velocidad media e instantánea, mencionando que cuando tiende a cero, son iguales. Para ejemplificar utilizan el siguiente ejemplo:

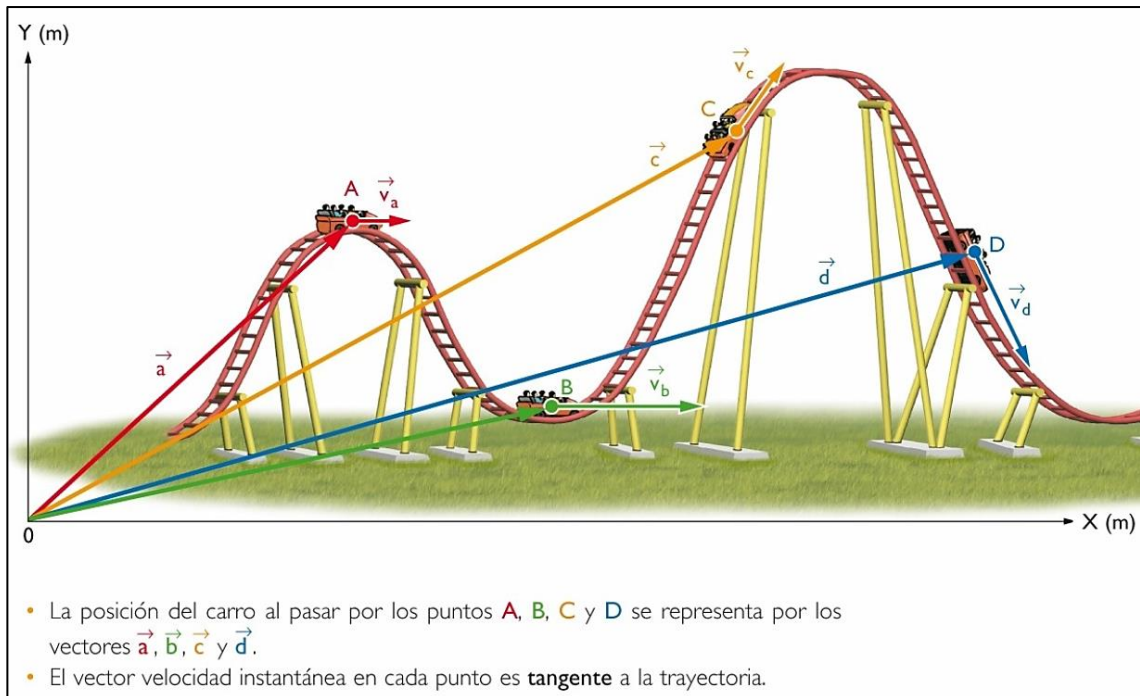


Ilustración 4.4: Jimenez Robledo, Física 1º año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 123

Observa el esquema de la montaña rusa y luego responde:

1. Representa el desplazamiento entre los puntos A y D.
2. Calcula la rapidez media del carro si desde A a D se desplaza 650 m en 60 s.
3. ¿La velocidad instantánea puede ser mayor que la velocidad media? Justifica.
4. ¿La suma de las distancias recorridas en los tramos AB, BC, CD será menor, igual o mayor que el valor del desplazamiento entre AD?

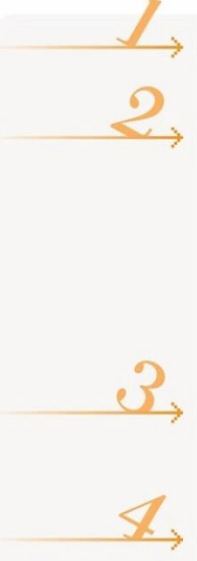
Ilustración 4.5: Jimenez Robledo, Física 1º año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 123

El distinguir  $\Delta s$  de  $|\Delta \vec{r}|$  debiera servir para cuestionar bajo que condiciones  $\vec{v}_M$  tiene sentido como magnitud física. Sin embargo, es utilizado en la mayoría de los textos para distinguir  $\vec{v}_M$  de  $\vec{v}_i$ , hecho que provoca mucha confusión que se acrecienta cuando  $\vec{v}_M$  se usa en ejemplos en donde no tiene sentido.

Otro ejemplo es el siguiente:



Durante el tramo final de una maratón, los corredores se mueven en una trayectoria recta. Uno de ellos es fotografiado cuando se encuentra en  $\vec{r}_1 = 56 \text{ m}$  respecto a la meta. Exactamente 12 segundos después es fotografiado en  $\vec{r}_2 = 8 \text{ m}$  respecto de la meta. ¿Cuál es el desplazamiento del corredor entre cada fotografía?, ¿cuál es la velocidad media en este intervalo de tiempo?



- Es un problema de movimiento. Se debe calcular el desplazamiento y la velocidad media del corredor en los 12 segundos del tramo final de la carrera.
- Se define un sistema de coordenadas unidimensional, cuyo origen se encuentra en la meta. El corredor se aproxima a la meta y por lo tanto, sus posiciones inicial y final durante el intervalo de tiempo son negativas respecto a la meta, es decir:
 
$$\vec{r}_1 = -56 \hat{x} \text{ m (posición inicial)}$$

$$\vec{r}_2 = -8,0 \hat{x} \text{ m (posición final)}$$

$$\Delta t = 12 \text{ s}$$
- El desplazamiento del corredor se obtiene de su definición:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- La velocidad media es el desplazamiento dividido por el tiempo:  $\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$
- Reemplazando en las ecuaciones, se tiene:
 
$$\text{desplazamiento: } \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-8 \hat{x} \text{ m} - (-56 \hat{x} \text{ m})) = (-8,0 + 56) \hat{x} \text{ m} = 48 \hat{x} \text{ m}$$

$$\text{velocidad media: } \Delta \vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{48 \hat{x} \text{ m}}{12 \text{ s}} = 4,0 \hat{x} \text{ m/s}$$

Ilustración 4.6: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 131

Donde se puede utilizar la velocidad media para estimar la velocidad dado a que la trayectoria se sabe que es rectilínea y el atleta no se devuelve, lo curioso de este hecho es que los ejemplos de ejercicios resueltos por el autor siempre son cuando tiene sentido utilizar  $\vec{v}_M$ , pero se deja propuesto a los estudiantes ejemplos donde no es posible usarlo como magnitud física, como en el siguiente ejemplo donde se pide calcular velocidad media en un problema que no debería, pues evidentemente dará un módulo que no aproxima para nada la velocidad del móvil, además no sirve de nada la dirección ni el sentido pues no da información de su devolución ni su detención, así que no me describe el movimiento, por lo que no corresponde usar  $\vec{v}_M$ .

Un jeep avanza hacia el este 100 km en 50 minutos, se detiene durante 10 minutos y luego recorre 70 km hacia el oeste en otros 30 minutos. ¿Cuál fue su velocidad media?

Ilustración 4.7: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 131

Este es el resumen de los conceptos, se define Velocidad directamente como el desplazamiento en el tiempo, o sea que es equivalente a la Velocidad Media, sin indicar en qué condiciones se puede expresar de esta manera, por ello se pierde el verdadero concepto de Velocidad como un concepto local y a diferencia del MER no lo define utilizando la trayectoria del móvil.

La **distancia recorrida** corresponde al módulo del vector desplazamiento.

La variación de la posición, es decir, el desplazamiento de un cuerpo en el tiempo, corresponde al **vector velocidad**.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$

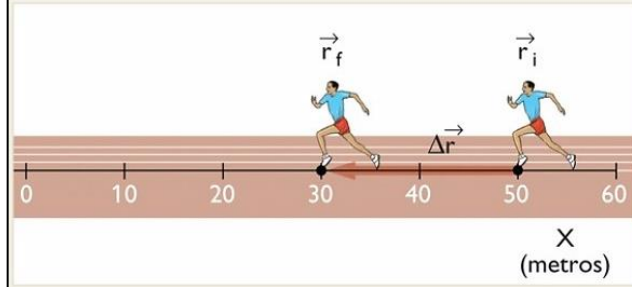


Ilustración 4.8: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 136

Lo que más llama la atención, es que luego se afirma que dependiendo del intervalo de tiempo, puede llamarse Velocidad Media o Instantánea, al final entonces no queda claro realmente lo que es Velocidad, ¿acaso es velocidad media o instantánea, o ambas?, lo que a un estudiante posiblemente le cause una confusión.

Cuando se define en un período amplio de tiempo se habla de **velocidad media**. En cambio, si el intervalo de tiempo se acerca a cero hablamos de **velocidad instantánea**. (Págs. 122 y 123)

Ilustración 4.9: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 137

#### 4.1.1.1 Ejercicios Propuestos

En este ejemplo, se pide calcular la velocidad en el primer tramo y el segundo tramo, lo que no deja claro es lo siguiente, dado a lo que se ha leído en el libro ¿Qué calcularán los estudiantes?, ¿Velocidad Media, Rapidez Media? Pues al preguntar abiertamente la velocidad en un tramo deja de lado que la velocidad en si es un concepto local, además ni siquiera indica si la velocidad del atleta es constante, así que no se asegura que la velocidad media por tramos coincidirá la velocidad del movimiento.

Un atleta nada a lo largo del primer carril de una piscina olímpica, recorriendo 50 metros en 20 segundos. El recorrido de vuelta lo realiza en 22 segundos. ¿Cuál es su velocidad en el primer tramo, en el segundo tramo y la rapidez media durante todo el recorrido?

Ilustración 4.10: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 138

Este problema es útil para realizar una comparación de lo que pasa con la velocidad de Bolt en los distintos tramos, comparar en que tramos es más rápido o lento, en esta situación dada a que la trayectoria es recta si es posible utilizar la velocidad media, aunque con la velocidad promedio se puede hacer exactamente lo mismo obteniendo la misma información.

En las Olimpiadas de Beijing 2008, Usain Bolt obtuvo el oro olímpico en los 100 metros planos al llegar a la meta en 9,69 segundos. En la tabla 2 se muestra el tiempo registrado durante la carrera cada 10 metros.

Tabla N° 2

Tiempo (s)	Distancia (m)
1,85	10
2,87	20
3,78	30
4,65	40
5,50	50
6,32	60
7,14	70
7,96	80
8,79	90
9,69	100

Fuente: [www.sportsscientists.com](http://www.sportsscientists.com)

- ¿Cuál fue la velocidad media del atleta?
- Calcula la velocidad cada 10 m; ¿se mantiene constante? Justifica.
- Grafica la velocidad en función del desplazamiento, ¿cuál es la rapidez máxima alcanzada?

Ilustración 4.11: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 139

Lo que es contradictorio en el siguiente ejercicio es que se pregunte por la Velocidad promedio, debido a que en ninguna parte del libro se definió este concepto como tal, entonces un estudiante al enfrentarse a este problema no sabría que tendrá que calcular, no deja claro que es lo que hay que calcular, ¿acaso es la rapidez media o la velocidad media?

En el gráfico se muestra la posición de dos automóviles respecto al tiempo. Los puntos de cada trayectoria están representados por círculos y cruces, respectivamente.



- Describe la posición de cada auto en  $t = 0$  minutos.
- ¿Cuál es la posición de los autos en  $t = 25$  minutos y en  $t = 35$  minutos?
- En  $t = 50$  minutos, ¿a qué distancia entre sí se encuentran los vehículos?
- ¿Cuál es la velocidad promedio de cada auto?
- ¿Cuál es la velocidad de cada auto en los últimos 5 minutos del recorrido?

Ilustración 4.12: Jimenez Robledo, Física 1° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 140

A continuación se analizará el texto bicentenario de segundo medio.

#### 4.1.2 Texto de segundo año medio 2013 Bicentenario, editorial Santillana.

En el inicio se realiza un recordatorio de los conceptos estudiados en primero medio, Pero a diferencia del texto anterior, comienza explicando lo que es rapidez media y la instantánea, de hecho, la Rapidez instantánea no aparecía en el otro libro, y además lo definen de manera distinta (en el otro libro lo definieron como el módulo de la Velocidad media), por lo que uno ya encuentra contradicciones en los conceptos.

**Rapidez media** ( $v_m$ ): es una magnitud escalar que establece una relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerla. La expresión que relaciona estas variables es la siguiente:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t}$$

Si la distancia recorrida por el atleta en 2 horas es de 12 km. Entonces, la rapidez media del atleta se calcula de la siguiente manera:

$$v_m = \frac{12 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Por lo tanto, la rapidez media del atleta durante la maratón es de 6 km/h.

**Rapidez instantánea** ( $v_{inst}$ ): es una magnitud escalar que corresponde a la rapidez que tiene un móvil en un instante  $t$  o en un punto. Se determina mediante la distancia recorrida en un intervalo de tiempo muy pequeño, cercano a cero. Por ejemplo, la rapidez instantánea del atleta se puede determinar a partir de la distancia recorrida en un intervalo de tiempo menor a un segundo.

Ilustración 4.13: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 96

Luego se define velocidad media y la instantánea, por lo menos ahora no la mencionan como Velocidad como en el libro anterior (Ilustración 4.14).

**Velocidad media** ( $\vec{v}_m$ ): es una magnitud vectorial que relaciona el desplazamiento efectuado por el móvil, con el intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) empleado en realizarlo. Su carácter vectorial está dado por el vector desplazamiento, por lo tanto, la velocidad media tendrá la misma dirección y sentido que este. Se obtiene utilizando la siguiente expresión:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

En el caso del atleta, el vector desplazamiento está dirigido hacia el Este, por lo tanto, su velocidad media también tiene ese sentido. Por ejemplo: si analizamos el viraje en U del atleta, el módulo de la velocidad y la dirección son constantes, pero el sentido varía (4).

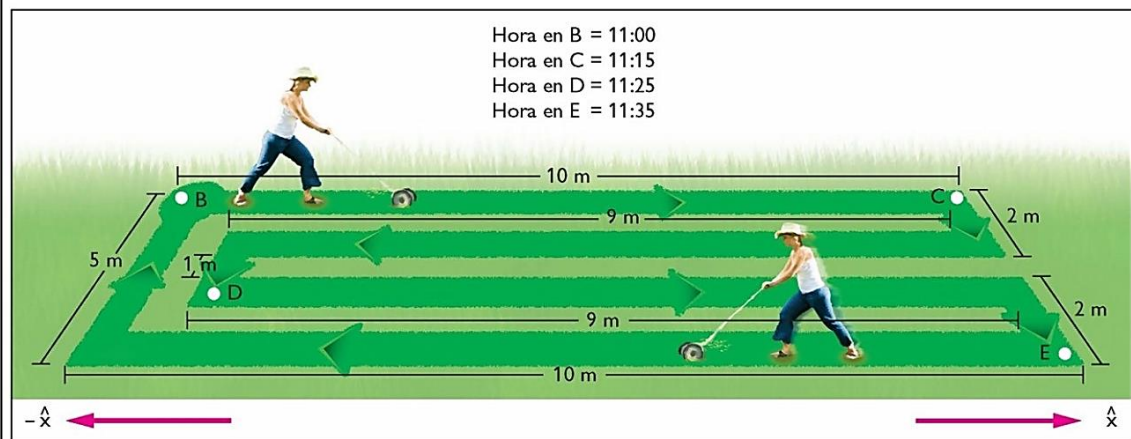
**Velocidad instantánea** ( $\vec{v}_{inst}$ ): es aproximadamente la velocidad en un punto del recorrido, determinada por el desplazamiento en un intervalo muy pequeño de tiempo. Tanto la rapidez como la velocidad se miden en m/s en el SI.



Ilustración 4.14: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 97

Ahora se plantean ejercicios para aplicar estos conceptos, en el segundo ejemplo se plantea en un momento calcular la velocidad media en posiciones en donde uno ya sabe que la trayectoria seguida no coincide con la variación de posición, entonces ya pierde el sentido utilizar velocidad media, para eso es mejor utilizar la velocidad promedio, que es más adecuado para esta situación, me sirve realmente para estimar como fue la velocidad en ese tramo y no la velocidad media.

Un jardinero corta el césped de un jardín con una cortadora. Comienza en el punto B a las 11:00 y termina en el mismo lugar donde comenzó, a las 11:40. A partir de esta información y observando el esquema, responde:



- compara el módulo del vector desplazamiento y la distancia recorrida por el jardinero.
- ¿cuál es la rapidez media del jardinero durante todo su recorrido?
- si la velocidad del jardinero en el punto C es de  $0,5 \hat{x}$  m/s, en el punto D es de  $1 \hat{x}$  m/s y en el punto E es de  $-0,5 \hat{x}$  m/s, ¿cuál es la velocidad media entre los puntos CD y entre los puntos DE?
- en los casos anteriores, ¿cuál es la aceleración media del jardinero en cada tramo?, ¿el jardinero acelera o desacelera?

Ilustración 4.15: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 99

Ahora se plantea una situación donde se pretende que los alumnos comprendan la relación entre velocidad y rapidez, pero esto no se hizo previamente, generalmente se estudia como si fueran conceptos distintos y no la rapidez como módulo de la velocidad, por ello no se entiende como pueden los alumnos hacer esta relación si ni siquiera se los relaciono anteriormente ni se explicó que es lo que significa rapidez.

¿Qué significa que la rapidez de un automóvil sea de 90 km/h? Si quisiéramos expresar esta rapidez como velocidad, ¿qué más necesitamos saber?

Ilustración 4.16: Jimenez Robledo, Física 2° año medio, Edición Bicentenario, 2013, página 99

Este concepto de velocidad media, es utilizado en la enseñanza media, debido a que se utiliza de referencia libros como el Tipler o el Serway, donde el concepto de Velocidad media es sacado de su contexto de uso y es aplicado en situaciones donde supuestamente tiene sentido, lo que hace que la enseñanza del concepto de velocidad sea más confuso para los estudiantes. En este análisis, se nota que en los textos escolares apareció lo que es velocidad media, por ello a continuación se indicara que es este concepto, con ello tenerlo también como referencia en el estudio de los textos universitarios.

#### 4.1.3 Retomando el Marco Epistemológico de Referencia

Retomando lo que se vio en el Marco epistemológico de Referencia, se encontró que en estos textos escolares es muy común utilizar Velocidad Media para explicar la definición de velocidad. La **Velocidad Media** es un constructo cuyo único propósito es poder definir la velocidad instantánea a partir de  $\Delta\vec{r}$  en vez de la trayectoria.

$$\vec{V}_M = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Esto es posible debido a que cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $|\Delta\vec{r}| \rightarrow \Delta s$ , o sea:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La ventaja de esto es que la dirección de  $\Delta\vec{r}$ , en ese caso, también coincide con la tangente a la trayectoria  $\hat{u}_t$ . De este modo está clara la ventaja de definir la velocidad instantánea como:

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Si se quiere calcular el promedio de la velocidad, tiene sentido utilizar  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ , en cambio  $\frac{\Delta |\vec{r}|}{\Delta t}$  sólo tiene sentido cuando  $|\Delta \vec{r}| \sim \Delta s$  de lo contrario no es posible otorgar sentido alguno a la utilizar la  $\vec{v}_M$  como una aproximación de  $\vec{v}$ .

Otro concepto que apareció es el de Rapidez, que es una magnitud escalar y se define como la magnitud de la velocidad. El concepto rapidez en el español significa según la RAE:

**Rapidez.**

(De *rápido*).

1. f. Velocidad impetuosa o movimiento acelerado.
2. f. Cualidad de rápido.

Que no tiene mucha relación con el concepto físico aquí planteado, lo que sucede es que en el inglés, existe la palabra speed para diferenciar al módulo de la velocidad, de hecho cuyo significado en español es Velocidad, al traducirlo al español, entonces se trató de hacer lo mismo, traduciendo speed como rapidez, siendo que estos conceptos son distintos, de hecho rapidez en inglés se traduce como quickness. Por lo que al final la este concepto físico de rapidez nace en la traducción al inglés de los libros de ciencia y de hecho no es necesario, cuando uno dice “el auto va a una velocidad de 80 km/hr” se entiende a que se refiere al módulo de la velocidad y no es necesario llamarlo de otra manera. A continuación utilizando en base el Marco Epistemológico y lo dicho anteriormente, se revisaran los siguientes cuatro textos universitarios.

#### **4.2 Análisis de textos universitarios.**

Se procederá a analizar los siguientes textos universitarios:

- Física para ciencias e ingeniería, Séptima Edición – Rymond Serway y John Jewett
- Física para la ciencia y la tecnología, Volumen Uno – Paul Tipler
- Física, Volumen 1: Mecánica – Marcelo Alonso y Edward J. Finn
- Física Volumen 1: Mecánica, Radiación y Calor – Richard Feynman

##### **4.2.1 Velocidad según Física para la ciencia y la tecnología, volumen 1, Paul Tipler**

Para comenzar, este libro define lo que es velocidad media como el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo en ese trayecto, luego definen el Módulo de la velocidad media, que lo definen como el cociente entre la distancia total recorrida dividido en el



tiempo total, lo que no tiene sentido llamarlo así porque si uno calcula el módulo de la velocidad media como se definió anteriormente dan valores distintos, entonces conceptualmente es muy contradictorio, además lo que llaman módulo de la velocidad media corresponde en realidad lo que se conoce en el MER como la velocidad promedio.

Esto queda más evidente con el ejemplo que propone, que es el siguiente:

**EJEMPLO 2.3 | Módulo de la velocidad media en una carrera**

Un corredor recorre 100 m en 12 s; luego da la vuelta y recorre 50 m más despacio en 30 s y en dirección al punto desde el que inició su movimiento. ¿Cuál es el valor del módulo de la velocidad media y el de la velocidad media para toda su trayectoria?

**Planteamiento del problema** Utilizaremos las definiciones de módulo de la velocidad media y velocidad media, recordando que el *módulo de la velocidad media* es la *distancia* total dividida por  $\Delta t$ , mientras que la *velocidad media* es el *desplazamiento neto* dividido por  $\Delta t$ .

(a) 1. El módulo de la velocidad media es igual a la distancia total dividida por el tiempo total:  $\text{Módulo de la velocidad media} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

2. Calcular la distancia total recorrida y el tiempo total:  $s = s_1 + s_2 = 100 \text{ m} + 50 \text{ m} = 150 \text{ m}$   
 $t = 12 \text{ s} + 30 \text{ s} = 42 \text{ s}$

3. Utilizar  $s$  y  $t$  para hallar el módulo de la velocidad media:  $\text{Módulo de la velocidad media} = \frac{150 \text{ m}}{42 \text{ s}} = \boxed{3.57 \text{ m/s}}$

(b) 1. La velocidad media es el cociente del desplazamiento neto  $\Delta x$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$ :  $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

2. El desplazamiento neto es  $x_f - x_i$ , en donde  $x_i = 0$  es la posición inicial y  $x_f = 50 \text{ m}$  es la posición final:  $\Delta x = x_f - x_i = 50 \text{ m} - 0 = 50 \text{ m}$

3. Utilizar  $\Delta x$  y  $\Delta t$  para hallar la velocidad media:  $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50 \text{ m}}{42 \text{ s}} = \boxed{1.19 \text{ m/s}}$

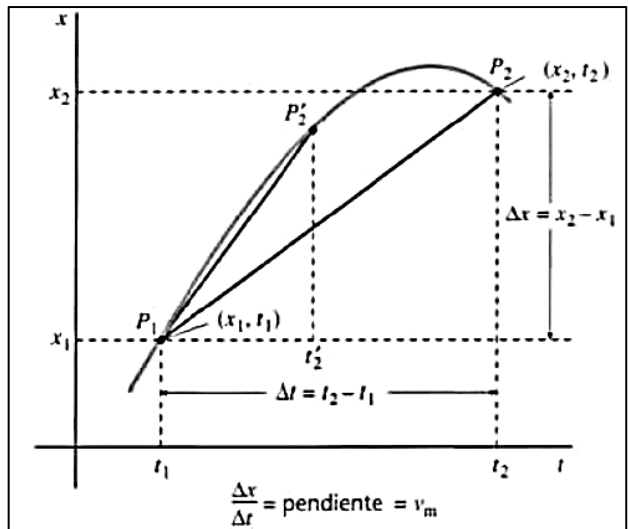
**Figura 2.3**

**Comprobar el resultado** La marca mundial de una carrera de 100 m está algo por debajo de los 10 s, es decir, 10 m/s es aproximadamente la velocidad máxima que puede obtenerse. El resultado de 3.57 m/s para el módulo de la velocidad media en (a) es razonable, ya que el corredor fue mucho más lentamente durante un tercio de su recorrido. Si el resultado obtenido hubiera sido 35.7 m/s tendríamos razón para pensar que algo había fallado en el cálculo.

Ilustración 4.17: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 21

Como se observa en el ejemplo planteado, el utilizar la velocidad media como cálculo de la velocidad del corredor no tiene sentido en esta situación, dado a que se sabe que el corredor se devuelve y su trayectoria en este caso no coincide con el cambio de posición. Además se calcula tanto la velocidad media, como el módulo de la velocidad media, la primera usando el desplazamiento y la segunda con la distancia recorrida y lo curioso es que no coinciden, siendo que una se llama el módulo de la otra.

Luego se explica lo que significa gráficamente la velocidad media, usando el siguiente gráfico:



**Figura 2.4** Gráfico de  $x$  en función de  $t$  para una partícula que se mueve en una dimensión. Cada punto de la curva representa la posición  $x$  en un tiempo determinado  $t$ . Se ha dibujado una línea recta entre las posiciones  $P_1$  y  $P_2$ . El desplazamiento  $\Delta x = x_2 - x_1$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_2 - t_1$  se indican en la figura. La línea recta entre  $P_1$  y  $P_2$  es la hipotenusa del triángulo de lados  $\Delta x$  y  $\Delta t$  y la relación  $\Delta x/\Delta t$  es su pendiente. En términos geométricos, la pendiente es una medida de la inclinación de la recta.

Ilustración 4.18: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 22

Lo que pierde sentido en este ejemplo es que teniendo dos puntos, se elige el más lejano para estudiar la velocidad media y no se dice nada de la medición del punto  $P_2'$ , que como punto más cercano a  $P_1$  ofrece una mayor aproximación a la velocidad en  $P_1$ .

A continuación se explica lo que es el concepto de Velocidad Instantánea, como:

La velocidad instantánea es el límite de la relación  $\Delta x/\Delta t$  cuando  $\Delta t$  se aproxima al valor cero.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{pendiente de la línea tangente a la curva } x \text{ función de } t \quad (2.4)$$

DEFINICIÓN —VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Este límite se denomina **derivada** de  $x$  respecto a  $t$ . La notación usual para la derivada es  $dx/dt$ :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.5)$$

Ilustración 4.19: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 23

En donde se nota que a diferencia de lo descrito en el Marco epistemológico, esta es definida usando el desplazamiento y no la trayectoria del móvil.

#### 4.2.1.1 Resumen de conceptos

<b>Velocidad</b>	
<b>Velocidad media</b>	$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
<b>Velocidad instantánea</b>	$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

Ilustración 4.20: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 39

<b>Módulo de la velocidad media</b>	$= \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}} = \frac{s}{t}$
-------------------------------------	--

Ilustración 4.21: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 39

En estas ilustraciones, 4.20 y 4.21 persiste la contradicción de llamar módulo de la velocidad a la velocidad promedio, además no deja claro que significa realmente Velocidad como concepto.

#### 4.2.1.2 Problemas planteados

En los dos primeros ejemplos (Ilustración 4.22) se nota que el autor quiere que el lector entienda que a pesar de que un objeto se mueva, su velocidad media puede dar cero. Estos ejemplos sirven en realidad para entender porqué no se puede utilizar en estas situaciones, pues qué sentido tiene que a pesar de que el objeto se haya movido, su velocidad media es cero, no entrega ninguna información respecto al movimiento del cuerpo, por ello no debiese presentar este tipo de casos que lleva a más confusión, al no utilizar este concepto de manera adecuada.

**1** ● ¿Cuál es la velocidad media del recorrido de “ida y vuelta” de un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba y que vuelve a caer en el mismo sitio desde donde ha sido lanzado?

**2** ● **SSM** Un objeto lanzado verticalmente hacia arriba vuelve al suelo  $T$  segundos más tarde. Su altura máxima es  $H$  metros y su altura en el momento de soltarlo es despreciable. Su velocidad media durante estos  $T$  segundos es (a)  $H/T$ , (b)  $0$ , (c)  $H/2T$ , (d)  $2H/T$ .

Ilustración 4.22: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 40

Lo que llama la atención, dados a los ejemplos anteriores y en los siguientes, es que tratan de dejar claro que la velocidad media puede dar cero, y tratan de dar un sentido, siendo que en sí no lo tiene ya que no otorga información relevante alguna en esos casos en que la trayectoria es distinta al cambio de posición.

**14** ● ¿Tiene sentido la siguiente afirmación? “La velocidad media del coche a las 9 de la mañana fue 60 km/h”.

**15** ● **SSM** ¿Es posible que la velocidad media de un objeto sea cero durante algún intervalo aunque su velocidad media en la primera mitad del intervalo no sea cero? Razonar la respuesta.

**16** ● El diagrama de la figura 2.25 representa la trayectoria de un objeto que se mueve en línea recta a lo largo del eje  $x$ . Suponiendo que el objeto se encuentra en el origen ( $x_0 = 0$ ) en  $t_0 = 0$ , ¿qué punto de la figura representa el instante de tiempo en que el objeto está más lejos de su punto de partida? (a) A (b) B (c) C (d) D (e) E

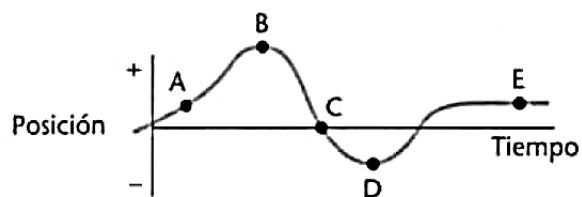


Figura 2.25 Problema 16

**17** ● Si la velocidad instantánea no se modifica, ¿variarán las velocidades medias en diferentes intervalos?

**18** ● Si  $v_m = 0$  para cierto intervalo de tiempo  $\Delta t$ , ¿debe ser cero la velocidad instantánea en algún punto de este intervalo? Razonar la respuesta mediante un esquema que presente una curva de  $x$  en función de  $t$  con un  $\Delta x = 0$  en algún intervalo  $\Delta t$ .

Ilustración 4.23: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 41

Se repite nuevamente el ejemplo de lanzamiento vertical, se nota el énfasis en que el lector entienda que la velocidad media puede dar cero a pesar de que se haya movido, lo erróneo es que no tiene caso utilizar la velocidad media en estos casos, así que no es adecuado convencer con tantos ejemplos de que si tiene sentido.

**24** ● Calcular el módulo de la velocidad media en función de la velocidad inicial  $v_0$  del movimiento de ida y vuelta de un objeto que, desde el suelo, se lanza hacia arriba, alcanza una altura  $H$  y cae en el mismo sitio de donde había salido  $T$  segundos más tarde.

Ilustración 4.24: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 42

En este libro es en el que se nota un mayor esfuerzo en que el lector entienda la diferencia de la velocidad media con respecto a las otras definiciones, como en el siguiente ejemplo, cuya intención es se entienda que dependiendo del caso la velocidad media puede dar distintos valores y en el último caso hasta cero, estos mismos ejemplo se nota que no otorga ninguna información relevante, solo sirve para confundir, utilizando este conceptos en situaciones en donde no tiene sentido su uso según el MER.

**49** ● SSM Un atleta corre 2,5 km en línea recta en 9 min y luego tarda 30 min en volver andando al punto de partida. (a) ¿Cuál es la velocidad media durante los primeros 9 minutos? (b) ¿Cuál es la velocidad media durante el tiempo que camina? (c) ¿Cuál es la velocidad media a lo largo de todo el recorrido? (d) ¿Cuál es el valor del módulo de la velocidad media para todo el recorrido?

Ilustración 4.25: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 44

57 ● **Índice** La figura 2.33 muestra la posición de una partícula en función del tiempo. Determinar la velocidad media en los intervalos de tiempo  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  indicados en la figura.

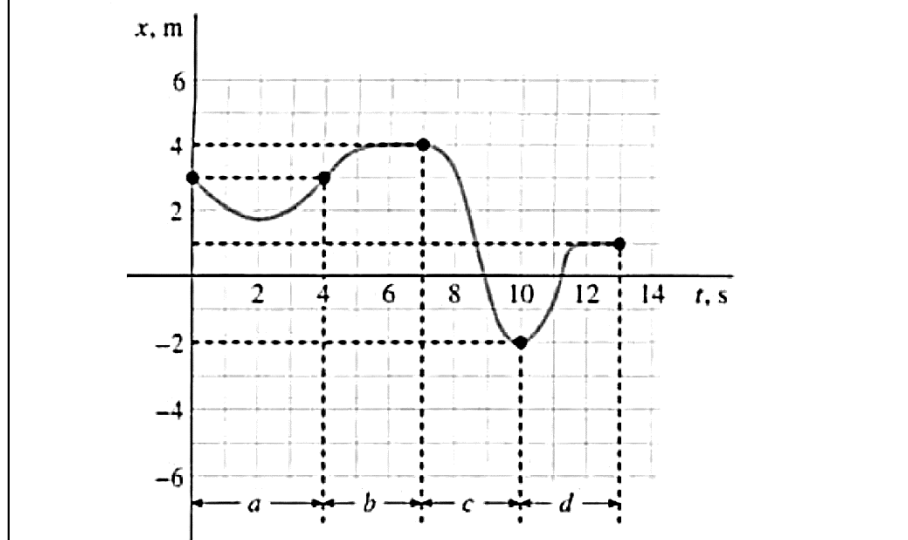


Ilustración 4.26: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 44

#### 4.2.2 Velocidad en Física para Ciencias e Ingeniería, séptima edición, Raymond Serway y John Jewett

Para comenzar, este texto comienza el concepto Velocidad promedio, que lo define como el desplazamiento dividido en el intervalo de tiempo, lo que es distinto a lo indicado en el MER, pues esto es en realidad lo que se conoce como Velocidad media.

$$\vec{v}_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Además Por eso mismo no tiene mucho sentido el ejemplo que se expone a continuación, pues plantea situaciones donde se suponen se aplica el concepto de velocidad media (que se menciona como velocidad promedio) y no debería ser utilizado:

**Pregunta rápida 2.1** ¿Bajo cuáles de las siguientes condiciones la magnitud de la velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es más pequeña que la rapidez promedio durante algún intervalo de tiempo? a) una partícula se mueve en la dirección  $+x$  sin regresar, b) una partícula se mueve en la dirección  $-x$  sin regresar, c) una partícula se mueve en la dirección  $+x$  y luego invierte la dirección de su movimiento, d) no existen condiciones para que esto sea cierto.

Ilustración 4.27: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008, página 22

Luego se presenta el concepto de Velocidad Instantánea que se indica que es la velocidad de una partícula en un instante específico, que la definen como:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Por último mencionan que el concepto de velocidad corresponde a la velocidad instantánea, y que la rapidez instantánea es la magnitud de la velocidad, la pregunta es, ¿Era necesario estudiar de esa manera la velocidad, para llegar a su definición formal? Pues con tanto concepto asociado hace más alejar a las personas la noción de velocidad.

##### 4.2.2.1 Resumen del Serway

**Es de notar en el resumen lo siguiente:**

A la velocidad media la llaman la velocidad promedio, siendo que la velocidad media no pretende ser un promedio, sino la aproximación de la velocidad en intervalos de tiempo

pequeños. Definen velocidad instantánea usando la velocidad media, pero no menciona que la verdadera definición depende de la trayectoria del móvil, por eso queda la sensación que la velocidad depende de la posición y no de la trayectoria.

La **velocidad promedio** de una partícula durante cierto intervalo de tiempo es el desplazamiento  $\Delta x$  dividido entre el intervalo de tiempo  $\Delta t$  durante el que ocurre dicho desplazamiento:

$$v_{x, \text{prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.2)$$

La **rapidez promedio** de una partícula es igual a la relación de la distancia total que recorre al intervalo de tiempo total durante el que recorre dicha distancia:

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \quad (2.3)$$

Ilustración 4.28: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008.,, página 43

La **velocidad instantánea** de una partícula se define como el límite de la proporción  $\Delta x/\Delta t$  conforme  $\Delta t$  tiende a cero. Por definición, este límite es igual a la derivada de  $x$  respecto a  $t$ , o la relación de cambio en el tiempo de la posición:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.5)$$

La **rapidez instantánea** de una partícula es igual a la magnitud de su velocidad instantánea.

Ilustración 4.29: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008.,, página 43

#### 4.2.2.2 Problemas propuestos por el Serway

Este ejemplo sirve para que el estudiante se dé cuenta de la diferencia entre la velocidad media y velocidad promedio, lo malo de este ejemplo es que en realidad ni se debiera usar velocidad media debido a que la trayectoria no coincide con la variación de posición por lo que pierde sentido su uso. Por lo menos en este libro no se utilizar en tanto ejemplos como ya lo hacia el Tipler.



1. Un motociclista se dirige al sur a 20.0 m/s durante 3.00 min, luego da vuelta al oeste y viaja a 25.0 m/s durante 2.00 min y finalmente viaja al noroeste a 30.0 m/s durante 1.00 min. Para este viaje de 6.00 min, encuentre a) el desplazamiento vectorial total, b) la rapidez promedio y c) la velocidad promedio. Sea el eje  $x$  positivo que apunta al este.

Ilustración 4.30: Serway & Jewett, Física para ciencias e ingeniería, 2008, página 93

#### 4.2.3 Velocidad en Física, volumen 1: mecánica, Marcelo Alonso y Edward J. Finn

Para comenzar, este texto comienza definiendo velocidad promedio durante cierto intervalo de tiempo, diciendo que es igual al desplazamiento promedio por unidad de tiempo, lo errado es que este concepto no corresponde al de velocidad promedio, sino velocidad media:

$$\bar{v} = \frac{x' - x}{t' - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

Y que para calcular la velocidad instantánea en un punto, tal como A, se debe hacer el intervalo de tiempo  $\Delta t$  tan pequeño como sea posible.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Luego nos dice que la velocidad instantánea calculando la derivada del desplazamiento con respecto al tiempo, es decir en dos posiciones muy cercanas separadas por una pequeña distancia  $dx$  y midiendo el intervalo de tiempo  $dt$  necesario para que vaya de una posición a la otra.

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Luego, dice que a veces, se define a la velocidad como la distancia /tiempo, lo cual deja la inquietud de no saber con qué definición quedarse, además como en el caso anterior, define velocidad respecto a la posición y no la trayectoria, además de solo limitar este concepto a una trayectoria lineal.

**EJEMPLO 5.1.** Una partícula se mueve a lo largo del eje  $X$  de manera que su posición en cualquier instante  $t$  está dado por  $x = 5t^2 + 1$ , donde  $x$  se expresa en metros y  $t$  en segundos. Calcular su velocidad promedio en el intervalo de tiempo entre (a) 2 s y 3 s, (b) 2 s y 2,1 s, (c) 2 s y 2,001 s, (d) 2 s y 2,00001 s. Calcular también (e) la velocidad instantánea a los 2 s.

**Solución:** Haremos  $t_0 = 2$  s, el cual es común para todo el problema. Usando  $x = 5t^2 + 1$ , tenemos  $x_0 = 5(2)^2 + 1 = 21$  m. Entonces, para cada caso,  $\Delta x = x - x_0$ ,  $x - 21$  y  $\Delta t = t - t_0 = t - 2$ .

(a) Para  $t = 3$  s, tenemos  $\Delta t = 1$  s,  $x = 5(3)^2 + 1 = 46$  m, y  $\Delta x = 46 \text{ m} - 21 \text{ m} = 25$  m. Por lo tanto:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 25 \text{ m s}^{-1}.$$

(b) Para  $t = 2,1$  s, tenemos  $\Delta t = 0,1$  s,  $x = 5(2,1)^2 + 1 = 23,05$  m, y  $\Delta x = 2,05$  m. Por lo tanto:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,05 \text{ m}}{0,1 \text{ s}} = 20,5 \text{ m s}^{-1}.$$

(c) Para  $t = 2,001$  s, tenemos  $\Delta t = 0,001$  s,  $x = 5(2,001)^2 + 1 = 21,020005$  m, y  $\Delta x = 0,020005$  m. Por consiguiente:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,020005 \text{ m}}{0,001 \text{ s}} = 20,005 \text{ m s}^{-1}$$

Ilustración 4.31: Alonso & Finn, Física, 1971, página 89

Este ejemplo tiene sentido porque mientras pequeño es el intervalo de tiempo, más exacto es el resultado lo que sirve para graficar que la velocidad media aproxima muy bien la velocidad en intervalos pequeños de tiempo. Lo que llama la atención es que en este texto no hay preguntas donde se utilice la velocidad media, pues solo es mencionado para aproximar la velocidad y no para usarlo en otras situaciones que no corresponde, el único detalle es que, a diferencia al MER, no utiliza la trayectoria del móvil para definir velocidad.

#### 4.2.4 Definición de Velocidad en Física Volumen 1: Mecánica, radiación y calor, Richard Feynman

En el Feynman, inician la definición de Velocidad utilizando la distancia que recorre el móvil, en un tiempo pequeño:

Tratemos de definir la velocidad un poco mejor. Supongamos que en un corto tiempo  $\epsilon$ , el automóvil u otro cuerpo recorren una corta distancia  $x$ ; entonces la velocidad,  $v$ , está definida por

$$v = x/\epsilon,$$

una aproximación que mejora a medida que  $\epsilon$  se torna más y más pequeño. Si deseamos una expresión matemática, podemos decir que la velocidad es igual al límite cuando  $\epsilon$  se hace más y más pequeño en la expresión  $x/\epsilon$ , o

$$v = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{x}{\epsilon}. \quad (8.3)$$

Ilustración 4.32: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-6

Luego la define como:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Lo que llama la atención es que define la velocidad respecto a la trayectoria y no la posición como los autores anteriores, que está acorde con el MER.

Para terminar la velocidad como derivada:

A propósito, con buena aproximación tenemos otra ley, que dice que el cambio en la distancia de un punto en movimiento es la velocidad por el intervalo de tiempo, o  $\Delta s = v \Delta t$ . Este enunciado es válido sólo si la velocidad no cambia durante este intervalo de tiempo, y esta condición es válida sólo en el límite cuando  $\Delta t$  tiende a 0. A los físicos les gusta escribirlo  $ds = v dt$ , ya que por  $dt$  ellos entienden  $\Delta t$  cuando es muy pequeño; con esta interpretación la expresión es válida con gran aproximación. Si  $\Delta t$  es demasiado grande, la velocidad podría cambiar durante el intervalo, y la aproximación llegaría a ser menos exacta. Para un tiempo  $dt$  aproximándose a cero, se tiene precisamente que  $ds = v dt$ . En esta anotación podemos escribir (8.5) en la forma

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Ilustración 4.33: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-8

La cantidad  $ds/dt$ , que encontramos arriba, se llama "derivada de  $s$  con respecto a  $t$ " (este lenguaje ayuda a saber qué cosa cambia) y el complicado proceso de encontrarla se llama derivar, o derivación. Los  $ds$  y  $dt$  que aparecen separadamente se llaman *diferenciales*. Para familiarizarnos con las palabras, decimos que encontramos que la derivada de la función  $5t^2$ , o la derivada (respecto a  $t$ ) de  $5t^2$ , es  $10t$ . Cuando nos acostumbramos a las palabras, las ideas se comprenden más fácilmente. Para practicar, encontremos la derivada de una función más complicada. Consideremos la fórmula  $s = At^3 + Bt + C$ , la cual puede describir el movimiento de un punto. Las letras  $A$ ,  $B$  y  $C$  representan números constantes, como en la forma familiar general de una ecuación de segundo grado. Partiendo de la fórmula para el movimiento, queremos encontrar la velocidad en cualquier instante. Para encontrar la velocidad de la manera más elegante, cambiamos  $t$  por  $t + \Delta t$  y notamos que

Ilustración 4.34: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-8

**$s$  ha cambiado a  $s +$  cierto  $\Delta s$ ; entonces encontramos el  $\Delta s$  en términos de  $\Delta t$ . Es decir,**

$$\begin{aligned} s + \Delta s &= A(t + \Delta t)^3 + B(t + \Delta t) + C \\ &= At^3 + Bt + C + 3At^2\Delta t + B\Delta t + 3At(\Delta t)^2 + A(\Delta t)^3, \end{aligned}$$

pero ya que

$$s = At^3 + Bt + C,$$

encontramos que

$$\Delta s = 3At^2\Delta t + B\Delta t + 3At(\Delta t)^2 + A(\Delta t)^3.$$

Pero nosotros no queremos  $\Delta s$  —queremos  $\Delta s$  dividido por  $\Delta t$ —. Dividimos la ecuación anterior por  $\Delta t$ , obteniendo

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = 3At^2 + B + 3At(\Delta t) + A(\Delta t)^2.$$

Cuando  $\Delta t$  tiende a 0, el límite de  $\Delta s/\Delta t$  es  $ds/dt$  y es igual a

$$\frac{ds}{dt} = 3At^2 + B.$$

Ilustración 4.35: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-9

Lo que llama la atención es que en este libro en ningún momento se utiliza el concepto de Velocidad media para definir velocidad, ni se menciona la rapidez, además el ejemplo planteado utiliza esta noción de derivada, por ello queda claro que el concepto de Velocidad depende de la trayectoria.

### **4.3 Caracterización de los textos de enseñanza Media y Universitaria.**

Luego de este análisis a diversos textos universitarios y escolares, se realizara una categorización de ellos, para ello se realizara una tabla, en la que se consideraran los siguientes aspectos:

#### **4.3.1 Aspectos a considerar en el proceso de categorización.**

##### **a) Conceptos derivados de velocidad**

- Presenta el concepto de Rapidez Media
- Presenta el concepto de Velocidad Media
- Resalta la diferencia entre Velocidad Media y Rapidez Media
- Utiliza Velocidad Media en situaciones donde no tiene sentido físico.

##### **b) Definición de Velocidad**

- Utiliza el desplazamiento para definirlo
- Utiliza la trayectoria del móvil en su definición.
- Resalta su carácter vectorial
- Diferencia rapidez de velocidad como dos magnitudes distintas o indica que rapidez es el módulo de velocidad.

A partir de considerar estos aspectos en los textos analizados, se establecieron tres grandes categorías, a las que tendrán como nombre naturalistas, teoricistas y tecnicistas. A continuación se describirá las características esenciales que tiene cada una de estas categorías.

#### **4.3.2 Naturalistas**

Definen la velocidad como la variación de la trayectoria en cada instante de tiempo, cuya dirección es tangente a la trayectoria. Es una magnitud vectorial. No necesariamente se hace referencia al desplazamiento o la posición.

A propósito, con buena aproximación tenemos otra ley, que dice que el cambio en la distancia de un punto en movimiento es la velocidad por el intervalo de tiempo. o  $\Delta s = v \Delta t$ . Este enunciado es válido sólo si la velocidad no cambia durante este intervalo de tiempo, y esta condición es válida sólo en el límite cuando  $\Delta t$  tiende a 0. A los físicos les gusta escribirlo  $ds = v dt$ , ya que por  $dt$  ellos entienden  $\Delta t$  cuando es muy pequeño; con esta interpretación la expresión es válida con gran aproximación. Si  $\Delta t$  es demasiado grande, la velocidad podría cambiar durante el intervalo, y la aproximación llegaría a ser menos exacta. Para un tiempo  $dt$  aproximándose a cero, se tiene precisamente que  $ds = v dt$ . En esta anotación podemos escribir (8.5) en la forma

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Ilustración 4.36: Feynman, Leighton, & Sands, Física, 1987, página 8-8

Introducen el concepto de velocidad promedio en aquellos casos en que el cálculo de la velocidad se efectúa entre dos instantes de tiempo distintos. Esto es escalar porque es el promedio del módulo.

Si denotamos con  $V$  la constante de proporcionalidad que sirve para caracterizar el movimiento uniforme se puede expresar la ley de este movimiento con la siguiente relación, siendo  $S$  el espacio, i  $T$  el tiempo:

$$(1) \quad V = \frac{S}{T} \quad \text{o bien}$$

$$S = V \cdot T$$

Ilustración 4.37: Rossi, Apuntes de física, 1924

No presentan ejercicios en el que haya que calcular la velocidad promedio tomando en lugar de la trayectoria, el desplazamiento.

### 4.3.3 Teoricistas

Son aquellos que parten antes de definir el movimiento, definen sistema de coordenadas, vectores, operatoria vectorial (en  $R^3$ ). Luego utilizan dichas nociones para describir el movimiento y definir la velocidad.

Para ello, se define la posición como un vector que indica la posición de un objeto respecto a un eje de referencia.

El desplazamiento como el vector que va desde la posición final, hasta la posición inicial de un móvil, y con ello definir lo que es velocidad media:

**3.3. VECTOR VELOCIDAD Y SU MODULO**

La *posición* de un objeto indica dónde está situado el objeto respecto a un sistema de referencia. Por otra parte la *velocidad* del objeto indica cuán rápidamente se mueve y en qué dirección lo hace respecto al sistema de referencia.

Para definir la velocidad, primero definiremos y discutiremos la *velocidad media*. La velocidad media  $\bar{v}$  de un objeto durante un intervalo de tiempo desde  $t_i$  a  $t_f$  es

$$\bar{v} = \frac{r_f - r_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (3.3)$$

Ilustración 4.38: Gettys, Keller, & Skove, Física Clásica y moderna 1991, página 33

A partir de esto definen la velocidad como el valor límite de la velocidad media cuando el tiempo tiende a cero como en el siguiente ejemplo:

La definición de la componente de la velocidad nos conduce a la definición general de la velocidad  $v$ . La velocidad es el valor límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v}$$

Ilustración 4.39: Gettys, Keller, & Skove, Física Clásica y moderna 1991, página 33

Algunos de estos textos mencionan la relación entre el modulo del vector desplazamiento y la distancia recorrida, haciendo hincapié en que solo bajo ciertas condiciones puede reemplazarse la distancia recorrida por el desplazamiento. A su vez, dichos textos suelen hacer mención que en el caso limite la dirección del desplazamiento coincide con la dirección tangente a la trayectoria.

Estos textos no presentan problemáticas en las que se solicite calcular la velocidad media en contextos en los que no tenga sentido.

#### 4.3.4 Tecnicistas

Son aquellos textos que tienen el foco en resolver problemas de cálculos de velocidades en distintos contextos y dimensiones (R, R<sup>2</sup> y R<sup>3</sup>).

Aprovechan esta variedad de contextos para disgregar el concepto de velocidad en distintas nociones. Suelen distinguir velocidad y rapidez como magnitudes distintas, dándole a su vez el carácter de magnitud también a la velocidad media y a la rapidez media.

Hacen fuerte hincapié en evidenciar las diferencias entre estas cuatro nociones sin tratar de relacionarlas ni buscar similitudes.

Todo ello al servicio de que los estudiantes resuelvan distintos problemas utilizando las distintas nociones definidas, justificando y reforzando de ese modo el punto de vista de los textos sobre la necesidad de distinguir esas cuatro nociones.

Por ejemplo, aquí se muestra un ejercicio donde calculan velocidad media y rapidez media, para resaltar la diferencia entre estas:

La rapidez promedio y la velocidad promedio tienen la misma magnitud cuando todo el movimiento se da en una dirección. En otros casos, pueden diferir: recuerde la caminata descrita anteriormente, en la figura 2-4, donde una persona caminó 70 m al este y luego 30 m al oeste. La distancia total recorrida fue 70 m + 30 m = 100 m, pero el desplazamiento fue de 40 m. Supongamos que esta caminata tardó 70 s en completarse. Entonces, la rapidez promedio fue:

$$\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{100 \text{ m}}{70 \text{ s}} = 1.4 \text{ m/s.}$$

Por otra parte, la magnitud de la velocidad promedio fue:

$$\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{40 \text{ m}}{70 \text{ s}} = 0.57 \text{ m/s.}$$

Ilustración 4.40: Giancoli, Física Principios con Aplicaciones, 2009, página 22

No cuestionan en ningún momento la significancia de los resultados obtenidos en determinados cálculos de la velocidad media pese a que claramente dichos resultados carecen de sentido físico alguno. En lugar de ello aprovechan esta circunstancia para enfatizar la necesidad de distinguir las distintas nociones de velocidad que definen. En estos problemas propuestos por ejemplo se pretende resaltar que la velocidad media puede dar cero, en situaciones en donde claramente el objeto se mueve, siendo que no otorga información relevante de la situación planteada.



## Problemas conceptuales

- 1 ● ¿Cuál es la velocidad media del recorrido de “ida y vuelta” de un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba y que vuelve a caer en el mismo sitio desde donde ha sido lanzado?
- 2 ● SSM Un objeto lanzado verticalmente hacia arriba vuelve al suelo  $T$  segundos más tarde. Su altura máxima es  $H$  metros y su altura en el momento de soltarlo es despreciable. Su velocidad media durante estos  $T$  segundos es (a)  $H/T$ , (b) 0, (c)  $H/2T$ , (d)  $2H/T$ .

Ilustración 4.41: Tipler, Física para la ciencia y la tecnología, 2005, página 40

Al igual que en los textos Teoricistas, estos definen la velocidad usando el desplazamiento dividido en el tiempo, cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

da por un velocímetro; figura 2-8.) Con más precisión, la **velocidad instantánea** en cualquier momento se define como *la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto*. Esto es, si se comienza con la ecuación 2-2,

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

la velocidad instantánea se define como la velocidad promedio mientras se deja que  $\Delta t$  se vuelva extremadamente pequeño, tendiendo a cero. La definición de velocidad instantánea,  $v$ , para movimiento unidimensional se escribe como

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (2-3)$$

Ilustración 4.42: Giancoli, Física Principios con Aplicaciones, 2009, página 23

## 5. Estudio de situaciones problemáticas contextualizadas.

A la luz de lo visto en los capítulos anteriores, es necesario crear problemáticas cuyo estudio facilite adquirir el concepto de velocidad acorde con el MER, donde se entienda en qué condiciones se puede utilizar la velocidad media, ya que, como se ha estudiado, este concepto puede ser utilizado solamente cuando  $|\Delta\vec{r}| \sim \Delta s$ , para aproximar la velocidad en intervalos de tiempo pequeños.

Para esto, se debe mostrar que la idea que traen sobre la velocidad media, no tiene lógica como magnitud física independiente, diferente de la velocidad, al ser aplicada en casos donde no se cumpla que la distancia recorrida y la trayectoria sean similares.

Se podría comenzar creando diversos ejercicios para estudiar el concepto de velocidad, sin embargo, el saber resolver ejercicios no necesariamente significa comprender el concepto en sí. Así mismo, el inventar problemáticas desde cero, puede resultar en un alejamiento del objetivo planteado, empleando tiempo y esfuerzo, en que los datos empleados tengan coherencia, que cualquier persona pueda entender las situaciones planteadas, que las problemáticas tengan lógica, etc.

Es por esto que se propone estudiar problemáticas reales, basadas en deportes, utilizando datos verídicos, con el fin de facilitar el planteamiento de los mismos, ya que, a diferencia de casos imaginarios o abstractos, todos los estudiantes tienen algún conocimiento, por muy vago que sea, sobre estos. El hecho de que sean casos reales, permite, por un lado, trabajar con datos verídicos. Por otro lado, permite tener algo menos abstracto; por ejemplo, si a alguien le costara visualizar una competencia de atletismo de cien metros planos, fácilmente puede mostrarse el video de la competencia en cuestión.

Se trabajará, en primera instancia, problemáticas relacionadas con la natación, deporte en el cual la velocidad es parte fundamental de la competencia. Este tipo de problemas será más simple, ya que se desarrolla en piscinas de largo establecido (véase Ilustración 5.3) donde los nadadores se desplazan en una sola dimensión.

Luego, se estudiarán problemáticas relacionadas con el atletismo, deporte en el que la velocidad también es parte fundamental de las distintas competencias, este deporte, presenta un desafío, pues si bien las distancias que recorren los atletas son fijas, su desplazamiento ocurre en dos dimensiones (véase Ilustración 5.4).

## 5.0 Características de las problemáticas

Es sabido que la velocidad es parte fundamental en la mayoría de los deportes. Entonces ¿Por qué estudiar problemáticas de natación y atletismo? En primer lugar, ambos casos presentan movimientos en circuitos cerrados, por lo tanto, en estas situaciones se podrá observar claramente porque es inadecuado utilizar arbitrariamente la velocidad media. También, se eligieron estos deportes porque la velocidad está totalmente relacionada con el resultado de la competencia; en deportes como el fútbol, que los futbolistas corran más rápido o más lento, así como la velocidad que tome el balón al ser pateado, no determinará el resultado del partido, en cambio, si un atleta va más lento que el resto, es seguro que no ganará. Finalmente, fueron elegidos ya que son utilizados en distintos textos de estudio, en algunas ocasiones para avalar el uso de la velocidad media como una magnitud física distinta a la velocidad.

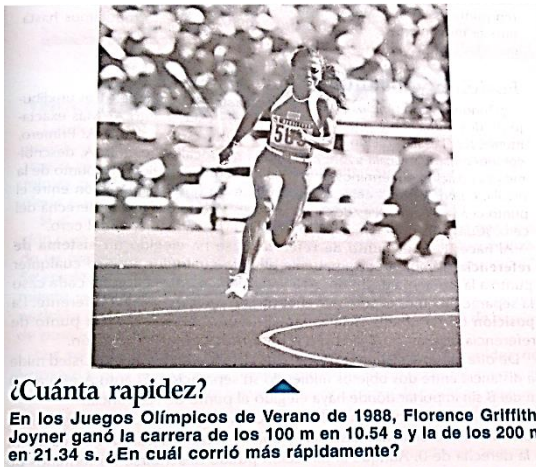


Ilustración 5.1: Ejemplo de atletismo (Zitzewitz & Neff)

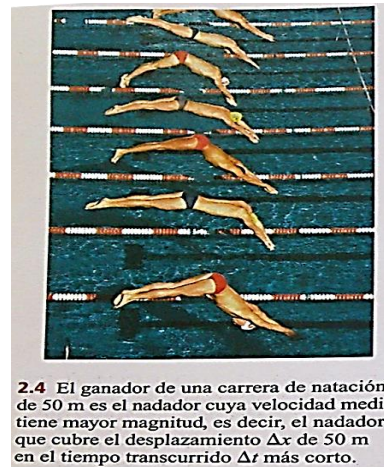


Ilustración 5.2: Ejemplo de natación (Sears, Zemansky, Young, & Fredman, Física Universitaria)

Cabe señalar, que en el estudio de dichas problemáticas, se trabajará con estimaciones de la velocidad instantánea, ya que esta varía, como su nombre lo indica, en cada instante. También es necesario mencionar que no se calculará la velocidad en el  $t_0$  (cuando se encuentran en reposo), y se asumirá que la velocidad entre  $t_0$  y  $t_1$  se mantuvo constante. Será así debido a que no se tiene (en este seminario de grado) una forma certera de saber cómo varió la velocidad en dicho tramo.

## 5.1 Competencias de Natación

La natación es uno de los deportes más completos, ya que en este se trabajan todos los músculos del cuerpo. Existen distintos tipos de nado, siendo el más rápido y común el estilo crol, en cambio, el estilo pecho, al ser un estilo que presenta más técnica, resulta, por su complejidad, ser es el más lento. Las competencias de natación se dividen según el estilo y la distancia que recorren al nadar; estas se realizan en una piscina olímpica, cuyas medidas se muestran a continuación.

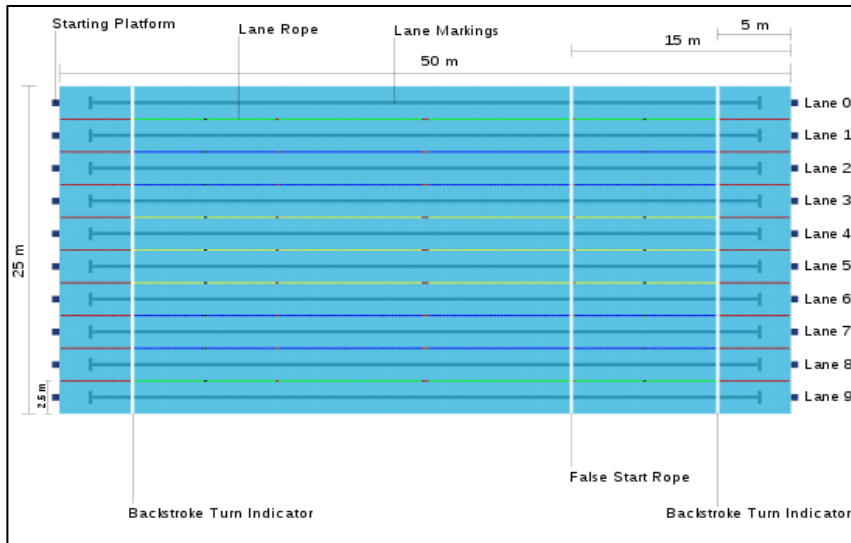


Ilustración 5.3: Diagrama que muestra las dimensiones de una piscina olímpica

### 5.1.1 Primer caso: Missy Franklin – 200 metros espalda

Missy Franklin, nadadora Estadounidense, batió el récord mundial de natación de 200 metros espalda el 3 de agosto 2012, en Londres, Reino Unido. Marcó los siguientes tiempos:

Tabla 5.1: Tiempos obtenidos por Missy Franklin

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)
0	0
50	29,53
100	60,5
150	90,81
200	124,06

Nos interesa saber, a qué velocidad nadó y en que tramos fue más rápido o más lento. Se comenzó calculando la velocidad media, la cual, es presentada en un gráfico de velocidad con respecto del tiempo.

Para calcular el módulo de la velocidad media, se ocupará el desplazamiento (con respecto al origen) en cada tramo y se dividirá por el tiempo transcurrido, es decir:

$$v_m = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}}$$

De este modo, se obtienen:

Tabla 5.2: Módulo de las velocidades media obtenida por Missy Franklin

Distancia recorrida (m)	Desplazamiento (m)	Tiempo (s)	Módulo de la velocidad media (m/s)
0	0	0,00	0,00
50	50	29,53	1,69
100	0	60,5	0,00
150	50	90,81	0,55
200	0	124,06	0,00

De este modo, al graficar la velocidad con respecto al tiempo, se obtiene el siguiente gráfico.

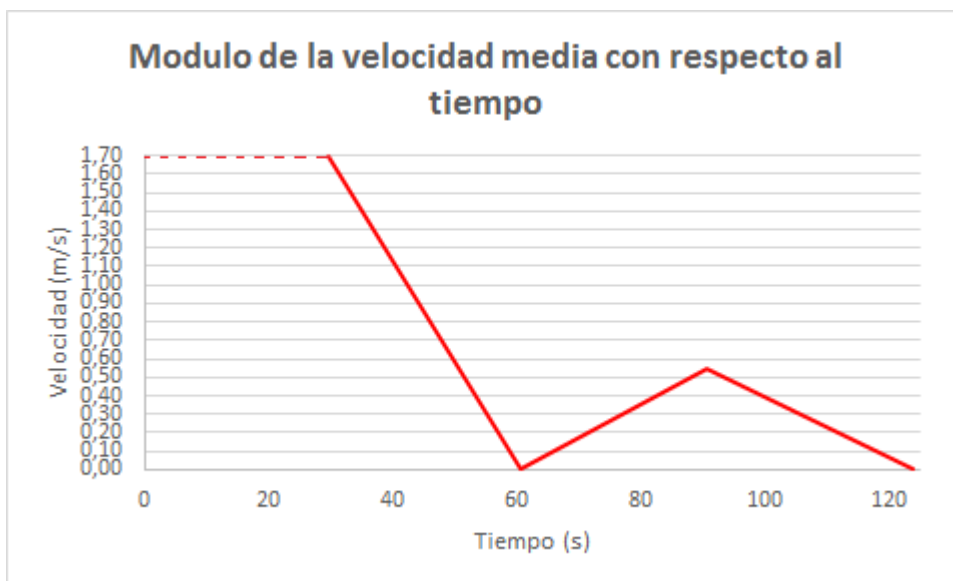


Gráfico 5.1: Velocidad media con respecto al tiempo, Missy Franklin

Se observa que la velocidad de Missy es 0 m/s en dos instantes distintos, sin embargo, se sabe que durante toda la competencia ella no se detuvo, entonces ¿tiene algún sentido este valor?

Se calculó, en cambio, la velocidad promedio, nuevamente presentándola en un gráfico de velocidad con respecto al tiempo.

Para calcular la velocidad promedio, se toma la distancia recorrida (desde el origen) con respecto al tiempo transcurrido (desde el inicio), es decir:

$$\langle |v| \rangle = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo}}$$

De esta forma, se obtienen las siguientes velocidades:

Tabla 5.3: velocidades promedio obtenidas por Missy Franklin

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)	Velocidad promedio (m/s)
0	0,00	0,00
50	29,53	1,69
100	60,5	1,65
150	90,81	1,65
200	124,06	1,61

Con estos datos, se construye el gráfico de la velocidad promedio con respecto al tiempo

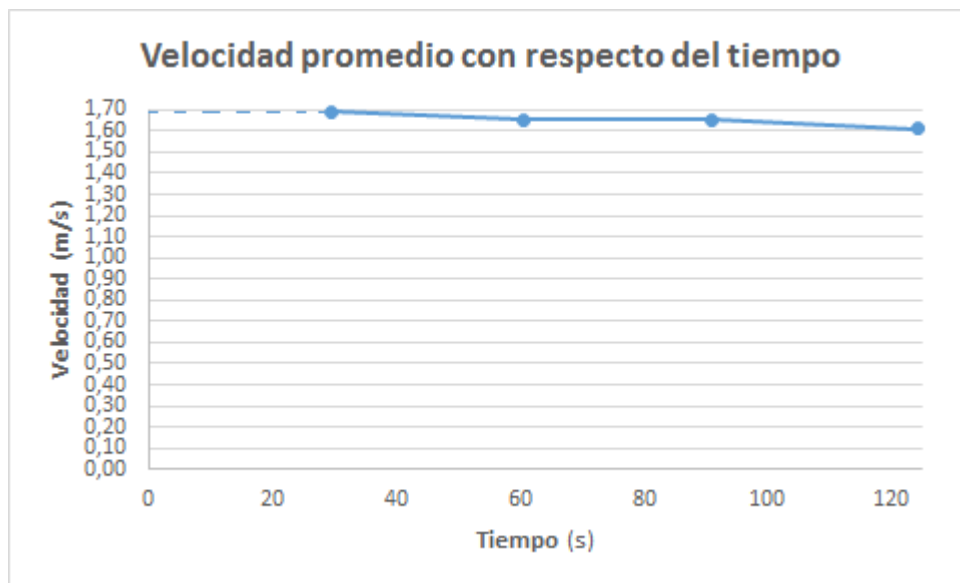


Gráfico 5.2: Velocidad promedio con respeto al tiempo, Missy Franklin

Acá, se observa algo más acercado a la realidad, pues no hay detenciones, y se observa como la velocidad va a disminuyendo en cada tramo. Esto, tiene dos posibles razones, una, es que en cada tramo la nadadora haya ido reduciendo su velocidad, la otra, se explica por el concepto mismo de velocidad promedio.

Para comprobar a que se debe la reducción de la velocidad, será necesario estimar el módulo de la velocidad instantánea, para esto, se tomará la distancia recorrida en cada tramo y se dividirá por el tiempo que tarda en recorrer cada tramo, es decir:

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Así, se obtienen las siguientes velocidades

Tabla 5.4: Estimación del módulo de las velocidades instantáneas obtenidas por Missy Franklin

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)	Estimación del módulo de la velocidad instantánea (m/s)
0	0,00	0,00
50	29,53	1,69
100	60,5	1,61
150	90,81	1,65
200	124,06	1,50

Con esto, se grafica con respecto al tiempo, como se observa a continuación.

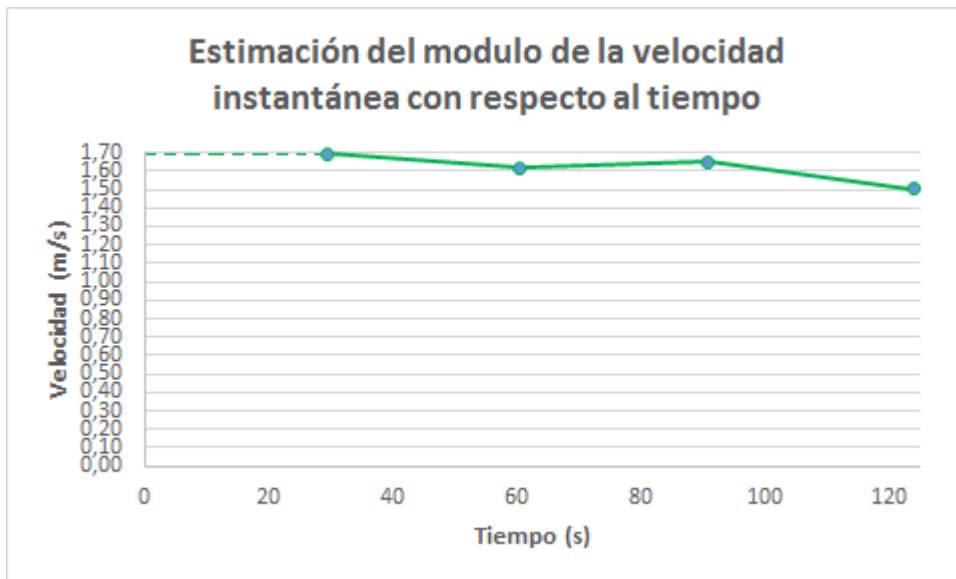


Gráfico 5.3: Estimación del módulo de la velocidad instantánea con respecto al tiempo, Missy Franklin

Queda en evidencia que, efectivamente, la nadadora disminuyó su velocidad en el último tramo. Ahora, se comparará las tres distintas velocidades, presentándolas en una tabla comparativa, y un gráfico con los mismos datos.

Tabla 5.5: comparación de velocidades de Missy Franklin

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)	Módulo de la velocidad media (m/s)	Velocidad promedio (m/s)	Estimación del módulo de la velocidad Instantánea (m/s)
0	0,00	-	-	-
50	29,53	1,69	1,69	1,69
100	60,5	0,00	1,65	1,61
150	90,81	0,55	1,65	1,65
200	124,06	0,00	1,61	1,5

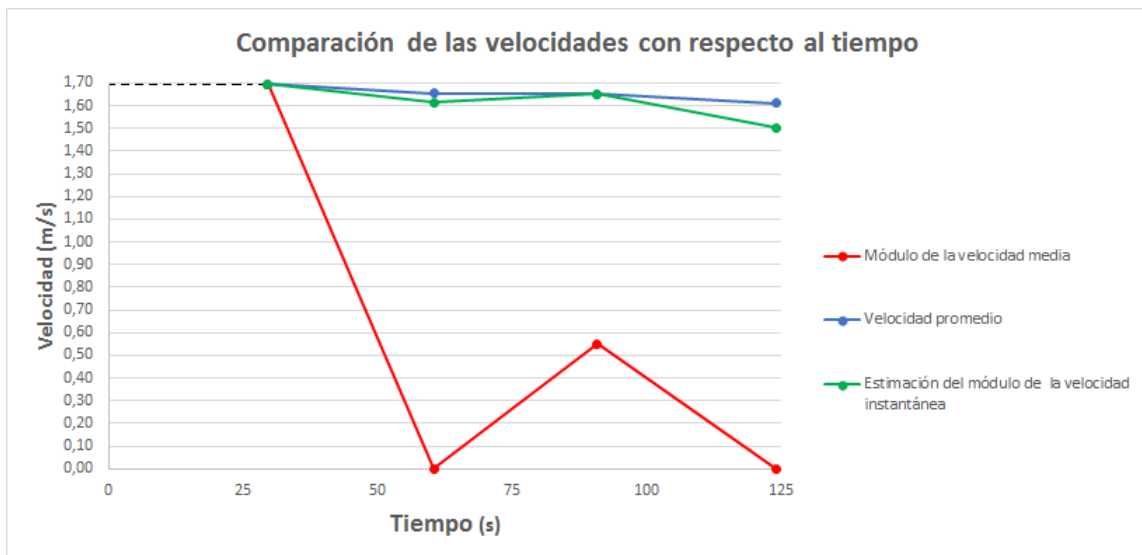


Gráfico 5.4: Comparación de las velocidades con respecto al tiempo, Missy Franklin.

Se puede observar que, en el primer tramo, las tres velocidades coinciden, pasado este tramo, el módulo de la velocidad media se aleja considerablemente de las otras velocidades. Tanto la velocidad promedio como la estimación del módulo de la velocidad instantánea son similares durante toda la competencia, llegando a ser iguales en dos tramos distintos.



Antes de sacar conclusiones, es necesario comprobar que esto no sea una simple coincidencia ni un caso puntual, es decir, que ocurra en más casos.

### 5.1.2 Segundo caso: Katie Ledecky – 400 metros libre

Katie Ledecky, nadadora Estadounidense, es el actual récord mundial de natación de 400 metros libre. Impuso el récord el 23 de agosto 2014, en Gold Coast, Australia. En dicha competencia, su desempeño fue el siguiente:

Tabla 5.6: Tiempos obtenidos por Katie Ledecky

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)
0	0
50	27,85
100	57,87
150	87,91
200	118,3
250	148,37
300	178,74
350	209,07
400	238,37

Nuevamente, se calculará el módulo de la velocidad media, tomando el desplazamiento (con respecto al origen) en cada tramo y se dividirá por el tiempo transcurrido, es decir:

$$v_m = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}}$$

De este modo, se obtienen los siguientes valores:

Tabla 5.7: Tiempos obtenidos por Katie Ledecky

Distancia recorrida (m)	Desplazamiento (m)	Tiempo (s)	Módulo de la velocidad media (m/s)
0	0	0	0,00
50	50	27,85	1,80
100	0	57,87	0,00
150	50	87,91	0,57
200	0	118,3	0,00
250	50	148,37	0,34
300	0	178,74	0,00
350	50	209,07	0,24
400	0	238,37	0,00

Con estos resultados, se presenta la gráfica del módulo de la velocidad media con respecto al tiempo

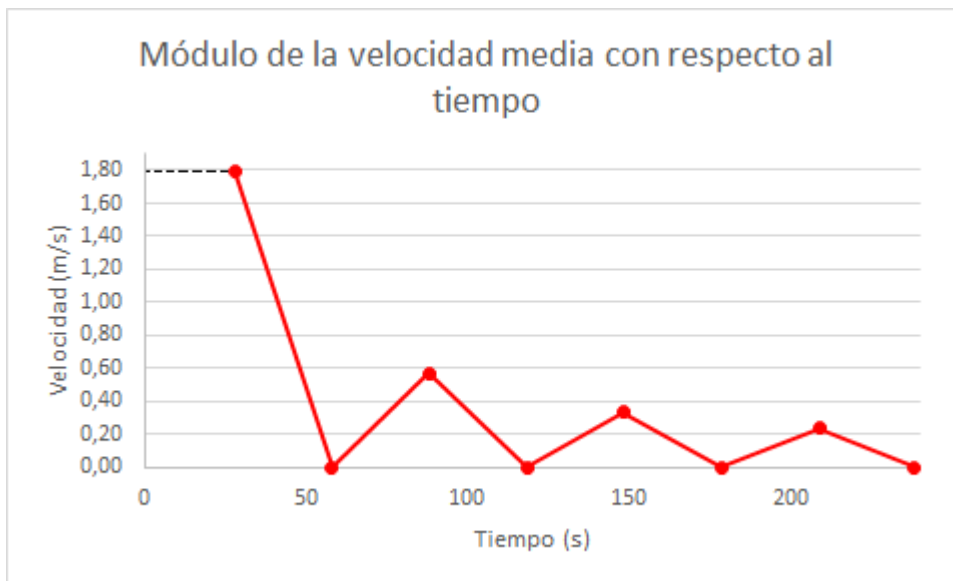


Gráfico 5.5: Módulo de la velocidad media con respecto al tiempo de Katie Ledecky

Se puede observar que, nuevamente, la velocidad media va disminuyendo con el tiempo y que da valores iguales a 0 m/s en instantes que la nadadora se mantenía en movimiento.

Para comparar, se calculará la velocidad considerando la distancia recorrida (desde el origen) con respecto al tiempo transcurrido (desde el inicio), es decir:

$$\langle |v| \rangle = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo}}$$

Obteniendo así, los siguientes datos

Tabla 5.8: Velocidades promedio obtenidas por Katie Ledecky

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)	Velocidad promedio (m/s)
0	0,00	0,00
50	27,85	1,80
100	57,87	1,73
150	87,91	1,71
200	118,30	1,69
250	148,37	1,68
300	178,74	1,68
350	209,07	1,67
400	238,37	1,68

Con estos datos, se realiza el grafico de la velocidad promedio con respecto al tiempo

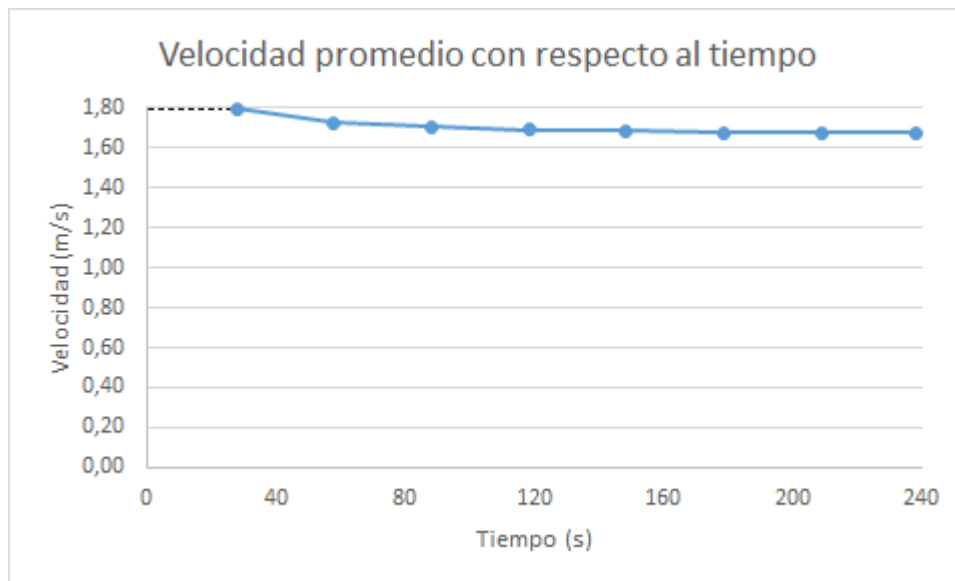


Gráfico 5.6: Velocidad promedio con respecto al tiempo de Katie Ledecky

Se observa que la velocidad ahora sí tiene sentido, ya que no hay detenciones en la carrera.

Finalmente, es necesario estimar el módulo de la velocidad instantánea, para esto, se tomará la distancia recorrida en cada tramo y se dividirá por el tiempo que tarda en recorrer cada tramo, es decir:

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Obteniendo las siguientes velocidades

Tabla 5.9: Estimación del módulo de las velocidades instantáneas obtenidas por Katie Ledecky

Distancia recorrida (m)	Tiempo (s)	Estimación del módulo de la velocidad instantánea
0	0,00	0,00
50	27,85	1,80
100	57,87	1,67
150	87,91	1,66
200	118,3	1,65
250	148,37	1,66
300	178,74	1,65
350	209,07	1,65
400	238,37	1,71

A continuación se presentan estos datos en una gráfica de estimación del módulo de la velocidad media con respecto al tiempo.

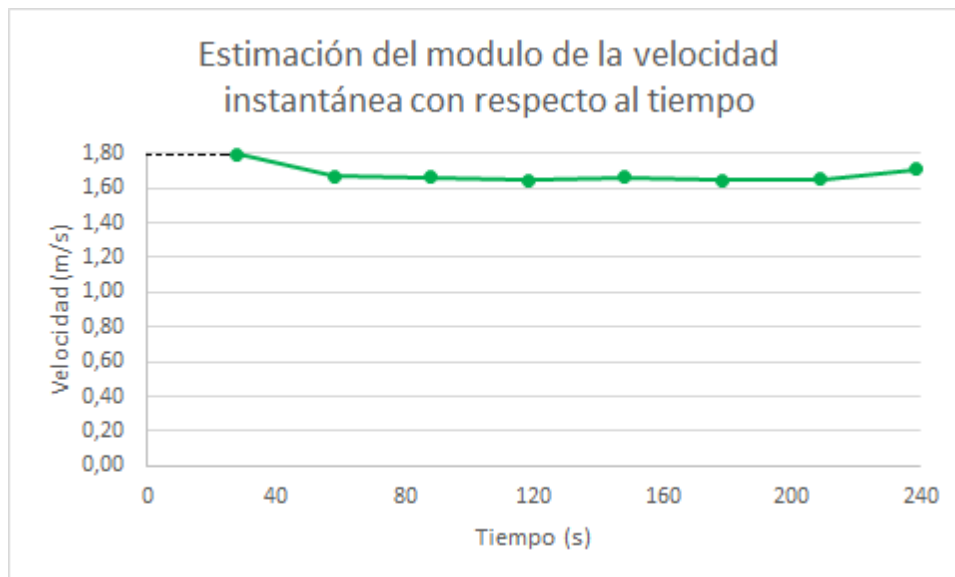


Gráfico 5.7: Estimación del módulo de la velocidad con respecto al tiempo de Katie Ledecky

Finalmente, se comparan las velocidades obtenidas en una sola gráfica,

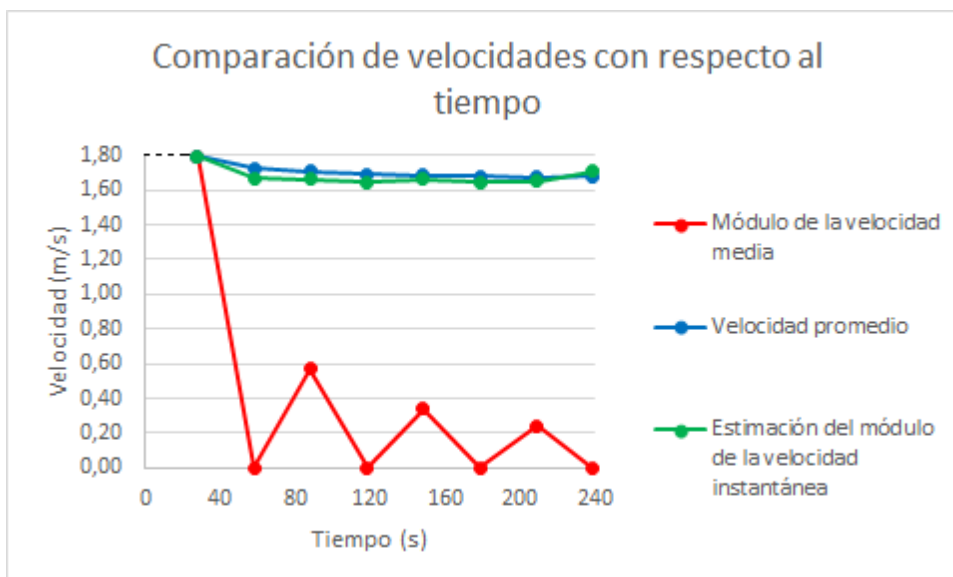


Gráfico 5.8: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, Katie Ledecky

En este gráfico se observa como el módulo de la velocidad media va disminuyendo en cada tramo. También se puede observar que no existe mucha diferencia entre velocidad promedio y la estimación del módulo de la velocidad instantánea. Al comparar los datos, se nota que las tres velocidades coinciden en el primer tramo, mientras que la diferencia entre velocidad promedio y la estimación del módulo de la velocidad instantánea es pequeña. También se puede ver que en dos tramos la velocidad promedio se mantiene constante mientras que la estimación del módulo de la velocidad instantánea, en los mismos tramos, si varia aunque casi nulamente.

### 5.1.3 Competencia 400 metros combinado Individual Masculino

Hasta ahora, se han analizado competencias donde se prestó atención a solo un nadador o nadadora, se ha visto que el módulo de la velocidad media varía desde su valor inicial hasta 0, siendo el máximo alcanzado cada vez menor. Alguien podría creer que esto solo ocurre con los nadadores que se han trabajado. Es por esto que en este caso se analizará una competencia observando el desempeño de todos los participantes. Se eligió la final de natación de 400 metros combinados individual masculino de los Juegos Panamericanos Toronto 2015.

Tabla 5.10: Tiempos obtenidos en competencia 400 metros combinados individual masculino, juegos panamericanos Toronto 2015

Distancia recorrida (m)	Brandon Almeida	Luke Reilly	Max Williamson	Michael Weiss	Alec Page	Carlos Omaña	Tomas Peribonio
	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)
0	0	0	0	0	0	0	0
50	27,8	27,15	27,62	26,87	27,07	27,19	27,79
100	58,88	58,4	59,13	57,54	58,16	58,64	60,47
150	91,04	91,27	92,33	90	92,43	91,55	94,18
200	122,16	123,54	125,11	121,93	126,18	124,01	127,06
250	159,08	160,62	161,14	158,73	162,83	161,56	164,44
300	195,91	198,5	197,33	196,17	200,18	199,68	202,29
350	225,95	228,42	227,44	226,85	230,51	229,97	233,25
400	254,47	256,16	256,91	257,05	258,61	259,11	262,67

Se presenta la comparación del módulo de las velocidades medias de cada nadador.

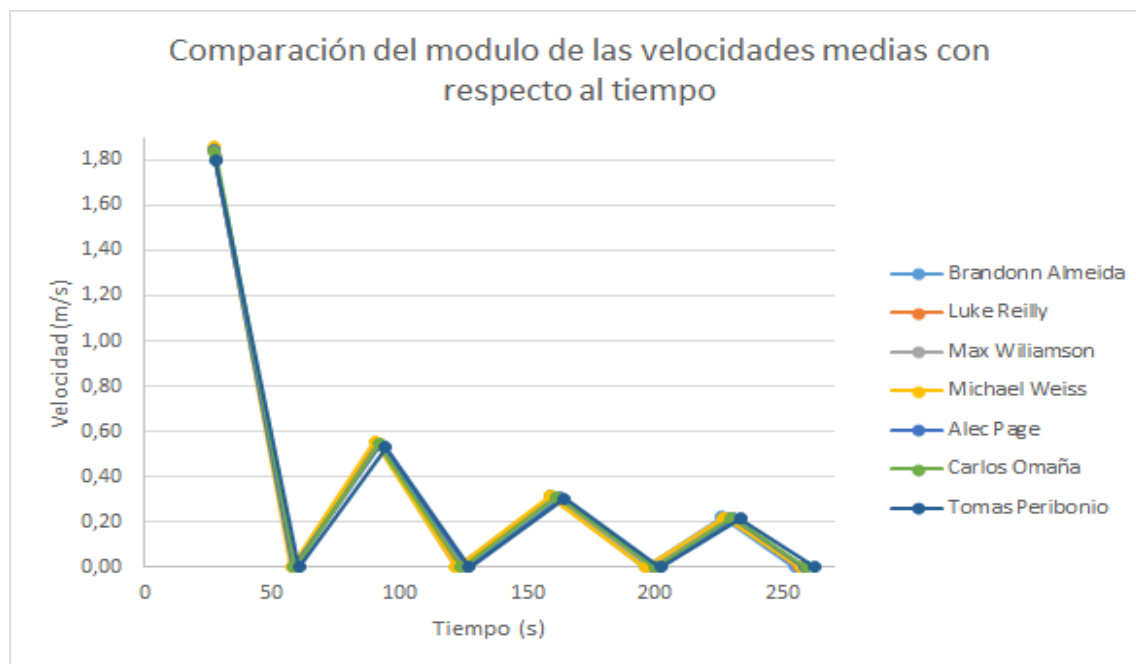


Gráfico 5.9: Comparación de velocidades medias con respecto al tiempo, competencia masculina 400 metros combinados

Se puede observar que todas las curvas siguen el mismo patrón, estando desfasados por segundos de diferencia. También se nota que todos los competidores en distintos momentos, tienen una velocidad media de 0 m/s.

Se compararán entonces, el módulo de la velocidad media con respecto a la distancia, para ver en qué lugares, esta da cero.

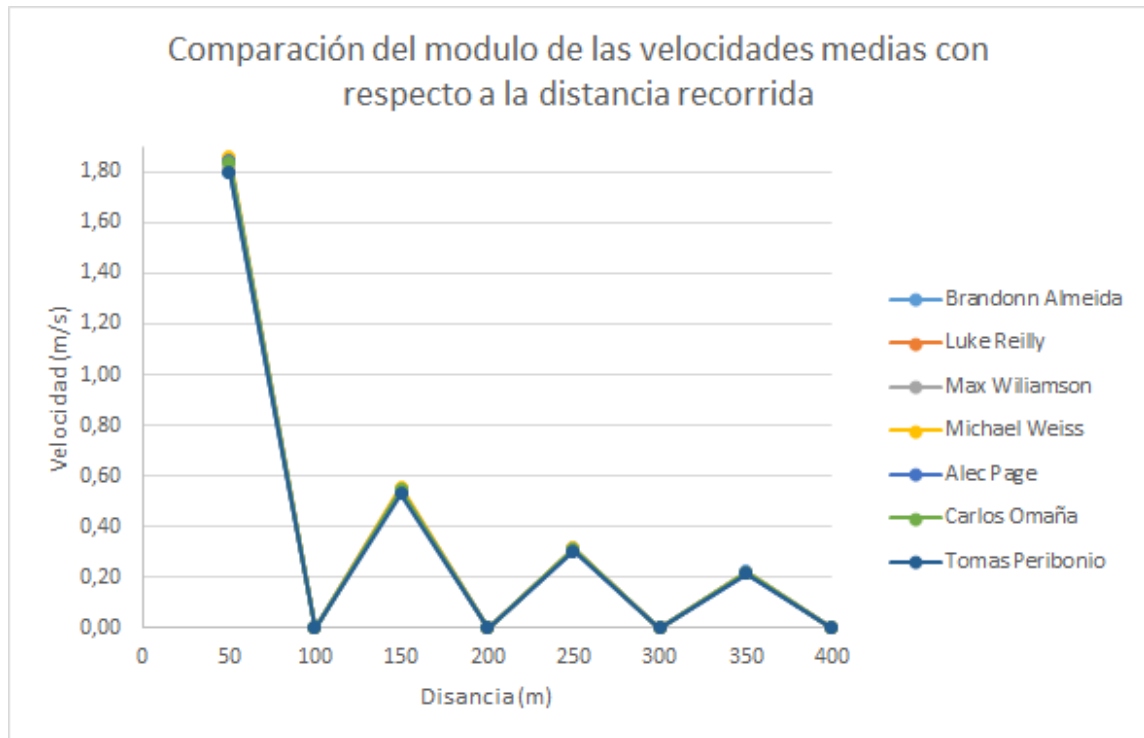


Gráfico 5.10: Comparación de velocidades medias con respecto a la distancia recorrida, competencia masculina 400 metros combinados

Se observa que todas las curvas tienen un patrón similar, teniendo valores equivalentes a cero cada 100 metros, lo que coincide con el lugar de inicio de la competencia. Esto solo se explica por la definición de velocidad media; el desplazamiento cada 100 metros, en este caso, equivale a 0.

Ahora, si se quisiera comparar quien fue el más rápido en cada tramo, se debe estimar el módulo de la velocidad instantánea. A diferencia de los casos anteriores, al contar con diferentes nadadores, cada uno llega a cada extremo de la piscina en distintos tiempos, por lo que cada uno tendrá su respectiva velocidad en distintos tiempos. ¿Convendrá comparar la velocidad de cada competidor con respecto a la distancia recorrida? El siguiente gráfico muestra dicha situación.

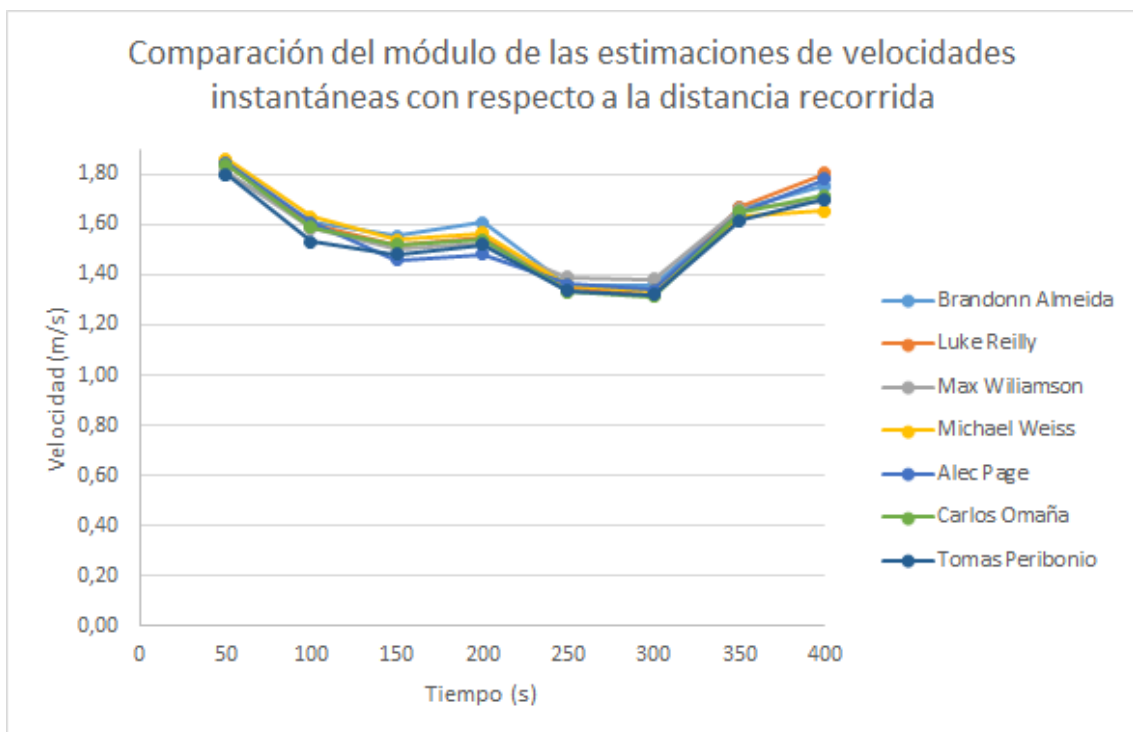


Gráfico 5.11: Comparaciones de velocidades con respecto a la distancia recorrida, competencia masculina 400 metros combinados

Se puede ver el desempeño de todos los competidores. Este gráfico tiene como ventaja que se puede ver en cada punto quién llegó con la mayor velocidad. La desventaja que presenta este gráfico es que se torna engorroso analizar algunos puntos en que una o más curvas se superponen y que si solo se contara con este gráfico, no se podría determinar quién ganó la competencia solo con verlo, se tendría que estimar el tiempo que tardó cada uno en recorrer cada tramo y luego comparar quien tardó menos en toda la competencia.



Se verá que sucede al comparar la velocidad de cada nadador con respecto al tiempo.

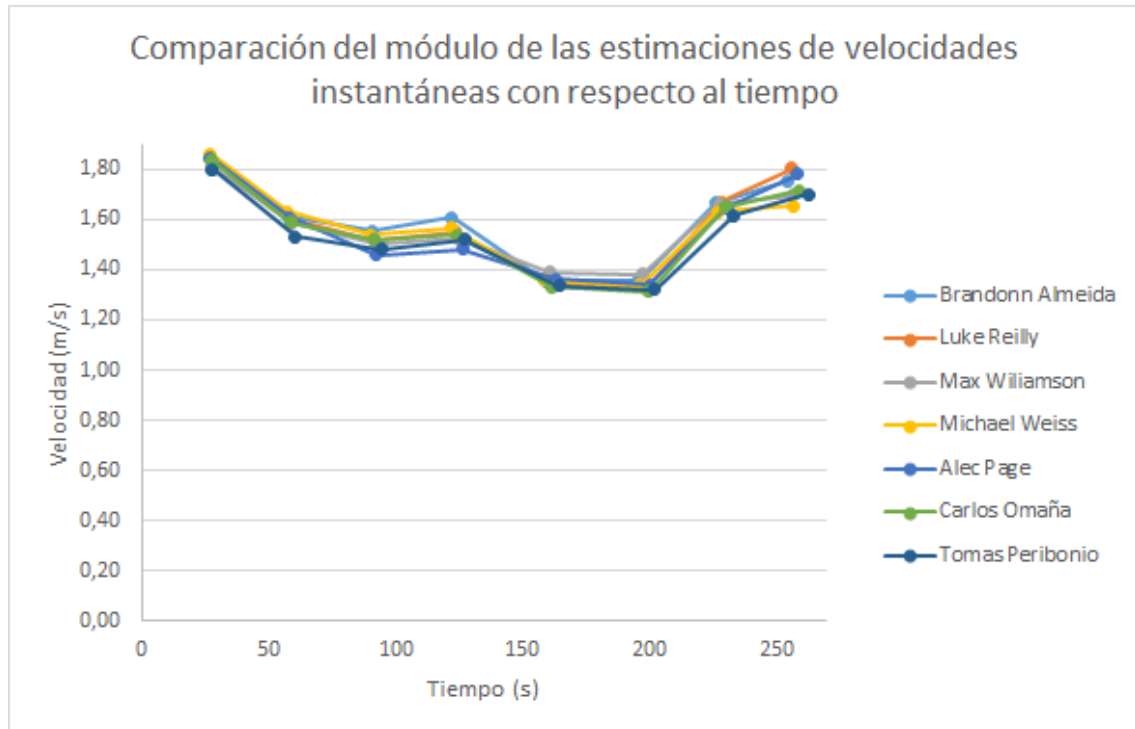


Gráfico 5.12: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, competencia masculina 400 metros combinados

Se puede observar que cada punto representa una velocidad, y al comparar cada competidor pareciera que estos puntos fueran con desfase. En este caso, cada tramo (dos puntos consecutivos de una curva) representa una distancia de 50 metros. La primera curva en finalizar representa a quien llegó primero, ya que significa que después de ese instante el nadador no continuó nadando.

Se puede comparar en cada tramo quien alcanzó mayor velocidad y quien tardó menos tiempo en recorrerlo; observamos por ejemplo los puntos que representan la velocidad en los 150 metros, el punto más alto es aquel con la mayor velocidad, el punto más bajo, el de menor velocidad. El punto más a la izquierda es el que tardó menos en llegar a los 150 metros, el punto más a la derecha, el que llegó último a dicha distancia.

Este caso sirve para verificar que la velocidad media de todos los nadadores será 0 en los mismos puntos, independiente de cuanto tarden en llegar a estos. También sirve para comparar las velocidades de distintos nadadores. Dado el número de competidores, resulta mucho más fácil de analizar utilizando la tabla de valores en vez de algún gráfico, pero, si se tuviera que utilizar uno, resulta más conveniente el gráfico de velocidades con respecto al tiempo.

## 5.2 Competencias de Atletismo

El atletismo, es un conjunto de disciplinas que agrupa a carreras, saltos, lanzamientos, pruebas combinadas, entre otros. Los primeros registros que existen sobre atletismo se remontan a la antigüedad, encontrándose en pinturas rupestres del paleolítico inferior. En civilizaciones como la egipcia y la prehelénica ya contaban con competencias en el siglo XV A.C.

El objetivo en las competencias de atletismo es ser el mejor, superando el rendimiento de los adversarios, ya sea en resistencia, distancia, altura o velocidad, según la competencia lo indica. Nosotros nos centraremos en competencias enfocadas en la velocidad, es decir, en carreras de distinta distancias.

En dichas competencias, se utilizan pistas atléticas, cuyas medidas oficiales se presentan en la siguiente imagen.

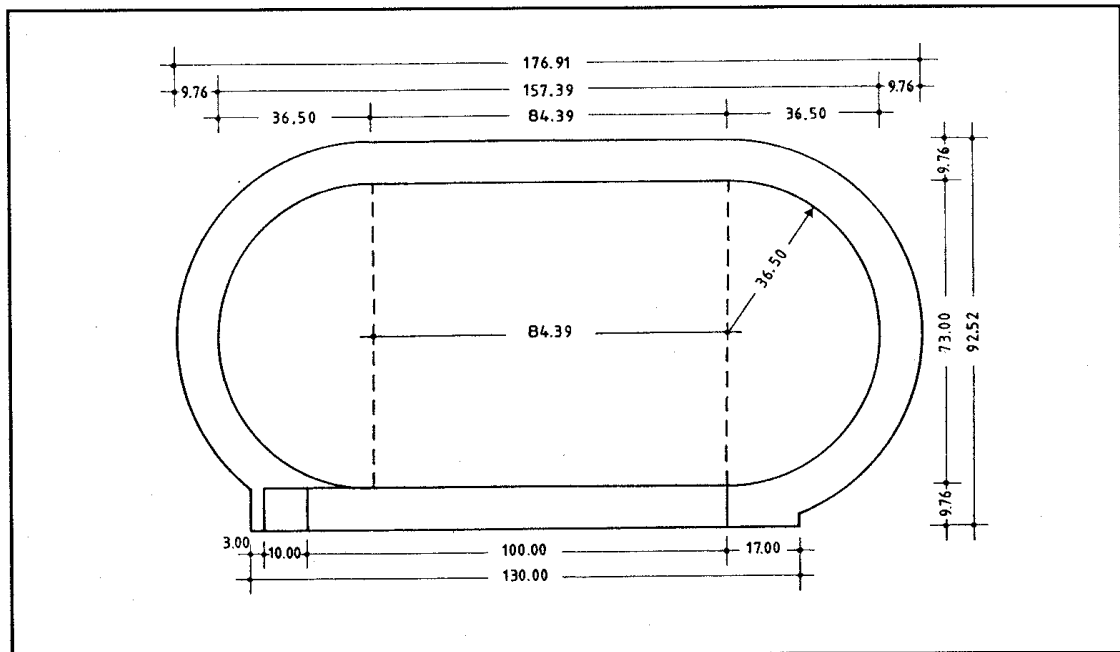


Ilustración 5.4: Dimensiones pista de atletismo

Para los siguientes casos, se omitirá el cálculo de cada una de las velocidades y se pasará a la tabla con los resultados tal como se hizo en los casos anteriores. También se considerará que los atletas compiten por el primer carril por las razones que a continuación se presentan.

### 5.2.0 Dimensiones de la pista y caso preliminar

En la Ilustración 5.4, se presentan las dimensiones de una pista de atletismo, o más bien, las dimensiones básicas para crearla; una pista atlética consta de dos líneas rectas paralelas conectadas por dos curvas idénticas, generalmente con 8 carriles de 1,25 metros de ancho. En el borde entre el primer carril y el interior de la pista atlética (donde se realizan otras pruebas) hay una separación de 30 centímetros. En el primer carril se recorren 400 metros, mas, es sabido que cada carril se hace más grande que los anteriores, es por esto que en las competencias en que no corren solo un tramo en línea recta, al comenzar la carrera, posicionan a los corredores en una curva, para que al cabo de la competencia todos recorran la misma distancia.

Se desea saber que tanto aumenta la longitud de los carriles, para esto, se calculará la cuerda de cada pista. El proceso a seguir será el siguiente:

- Se toma el radio de 36,50, se le suman los 30 centímetros del borde, se calcula la longitud del círculo que forman las dos curvas. A este valor, se le suma la longitud de las dos rectas paralelas. Se obtienen aproximadamente 400 metros. Este es el valor de la cuerda del primer carril.
- Para el segundo carril, se toma el radio con los 30 centímetros de borde y se suman los 1,25 metros del ancho del primer carril, se calcula la longitud del círculo que forman las dos curvas. A este valor se le suma la longitud de las dos rectas paralelas. Se obtiene un valor aproximado de 407,9 metros.
- Para las siguientes pistas habrá que repetir este proceso, considerando el radio con los 30 centímetros de borde y el grosor de los carriles anteriores.

Finalmente se obtienen los siguientes valores:

Tabla 5.11: Longitud de las cuerdas de los distintos carriles de la pista de atletismo

<b>Carril</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Tamaño de su cuerda (m)</b>	400	407,9	415,7	423,6	431,5	439,3	447,1	455

Si bien, se dijo que al competir los atletas comienzan en posiciones tales que, todos recorran la misma distancia, es interesante ver qué sucede al calcular el módulo de la velocidad media en los distintos carriles. Se utilizarán los resultados de la competencia femenina de 400 metros planos, realizados en los juegos panamericanos de Toronto 2015.

Tabla 5.12: Resultados final femenina 400 metros planos, Juegos Panamericanos Toronto 2015

<b>Carril</b>	<b>Atleta</b>	<b>Distancia recorrida (m)</b>	<b>Desplazamiento (m)</b>	<b>Tiempo (s)</b>
1	Anastasia Le-Roy	400	0	52,05
2	Lisneidy Veitia	400	7,84	52,44
3	Kendall Baisden	400	15,6	51,27
4	Geisa A. Coutinho	400	23,23	53,05
5	Kineke Alexander	400	30,68	51,5
6	Wimbley Shakima	400	37,92	51,36
7	Chrisann Gordon	400	44,93	51,75
8	Daysiurami Bonne	400	51,7	52,28

Si se calcula la velocidad media de las participantes, se obtendrán los siguientes valores:

Tabla 5.13: Velocidades media obtenidas por las finalistas

<b>Carril</b>	<b>Atleta</b>	<b>Velocidad media (m/s)</b>
1	Anastasia Le-Roy	0
2	Lisneidy Veitia	0,15
3	Kendall Baisden	0,30
4	Geisa A. Coutinho	0,44
5	Kineke Alexander	0,60
6	Wimbley Shakima	0,74
7	Chrisann Gordon	0,87
8	Daysiurami Bonne	0,99

Según esto, quien compite por el primer carril no corre, ya que no tiene velocidad media. Por otro lado, quien compite en el último carril alcanza la mayor velocidad media. Entonces, según esta tabla, podría asegurarse que quien corre por el último carril siempre ganará por ir más rápido que el resto. Sin embargo, esto no refleja los resultados obtenidos en la competencia, donde fue Kendall Baisden, quien iba en el tercer carril, quien tardó menos tiempo en llegar.

Resulta evidente, que en términos de calcular la velocidad media, el carril en que se compite afecta totalmente el resultado. Es por esto que en los siguientes casos, se considerará que los corredores compiten solo por el primer carril, de modo que el cálculo del desplazamiento sea más sencillo.

### 5.2.1 Primer caso: David Rudisha – Carrera 800 metros planos.

El 9 de agosto de 2012, David Rudisha, atleta proveniente de Kenia, batió el récord mundial de los 800 metros planos, en Londres. A continuación se calcula tanto su velocidad media, su velocidad promedio y la estimación de la velocidad instantánea cada 200 metros, suponiendo que corre por la pista 1.

Tabla 5.14: Tiempos obtenidos por David Rudisha

<b>Distancia Recorrida (m)</b>	<b>Tiempo (s)</b>
0	0
200	23
400	49
600	74
800	100

Para calcular las distintas velocidades, se utilizará el mismo procedimiento que en el apartado anterior, de este modo, al calcular la velocidad media se obtienen los siguientes valores:

Tabla 5.15: Módulo de las velocidades medias obtenidas por David Rudisha

<b>Distancia Recorrida (m)</b>	<b>Desplazamiento (m)</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Módulo de la velocidad media (m/s)</b>
0	0	0,0	-
200	113	23	4,9
400	0	49	0,0
600	113	74	1,5
800	0	100	0,0

Se representan estos datos en un gráfico de velocidad media con respecto al tiempo:

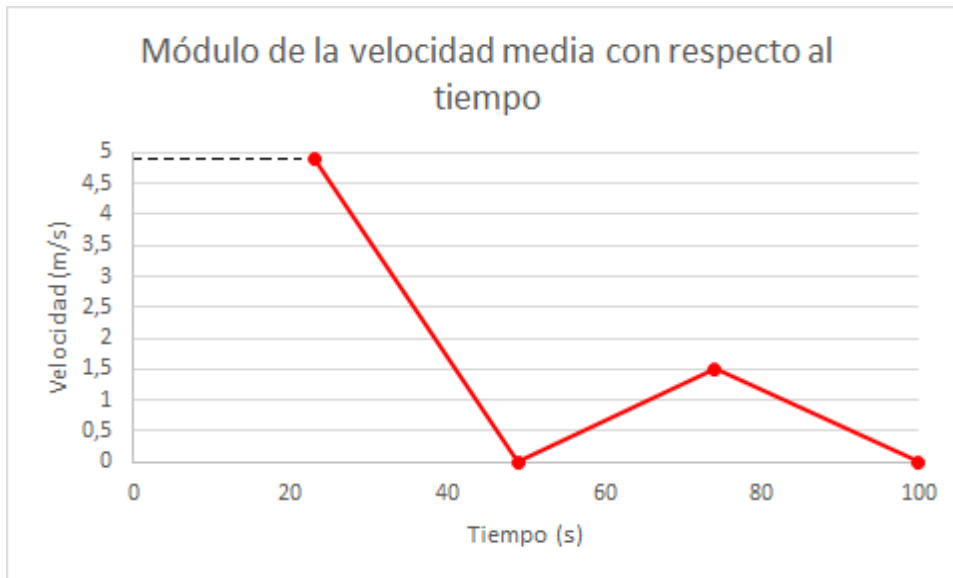


Gráfico 5.13: Módulo de la velocidad media con respecto al tiempo, David Rudisha

Se puede observar como la velocidad media disminuye con el tiempo. Al igual que en los casos de natación, se obtienen valores iguales a 0 m/s en instantes en que el atleta se encontraba en movimiento.

Calculando la velocidad promedio, se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 5.16: Velocidades promedio obtenidas por David Rudisha

<b>Distancia Recorrida (m)</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Velocidad promedio (m/s)</b>
0	0	-
200	23	8,7
400	49	8,2
600	74	8,1
800	100	8

Que al ser presentado como un gráfico queda de la siguiente manera:

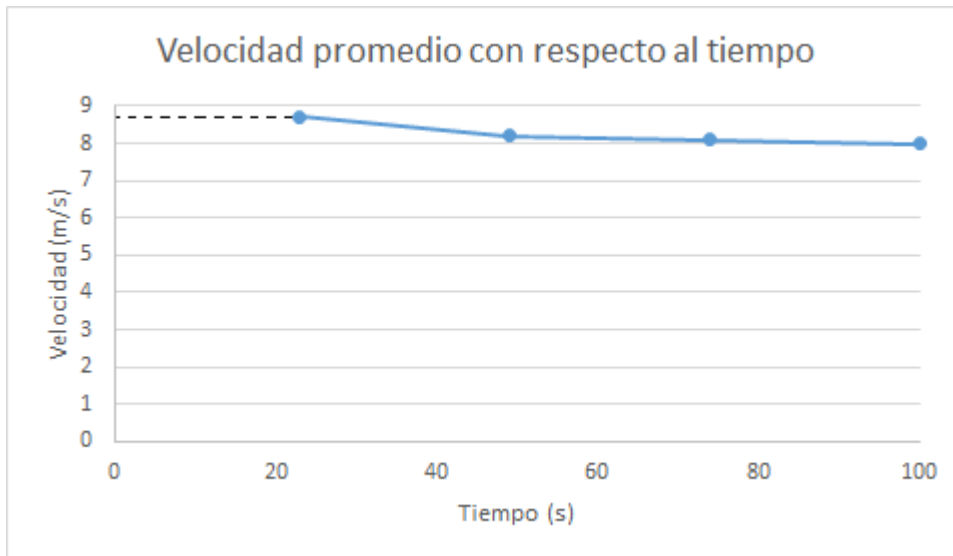


Gráfico 5.14: velocidad promedio con respecto al tiempo de David Rudisha

Lo primero que se nota es que el valor de la velocidad promedio es casi el doble de la velocidad media. Esto se debe a que al realizar el cálculo del primer tramo, en la velocidad promedio se utiliza la distancia recorrida (200 metros), en cambio, para calcular el módulo de la velocidad media, se utiliza el desplazamiento (113 metros).

Finalmente, se calculó la estimación del módulo de la velocidad instantánea, obteniendo los siguientes datos:

Tabla 5.17: Estimación del módulo de las velocidades instantáneas obtenidas por David Rudisha

<b>Distancia Recorrida (m)</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Estimación del módulo de la velocidad Instantánea (m/s)</b>
0	0	-
200	23	8,7
400	49	7,7
600	74	8
800	100	7,7

Con estos datos, se construyó la siguiente gráfica:

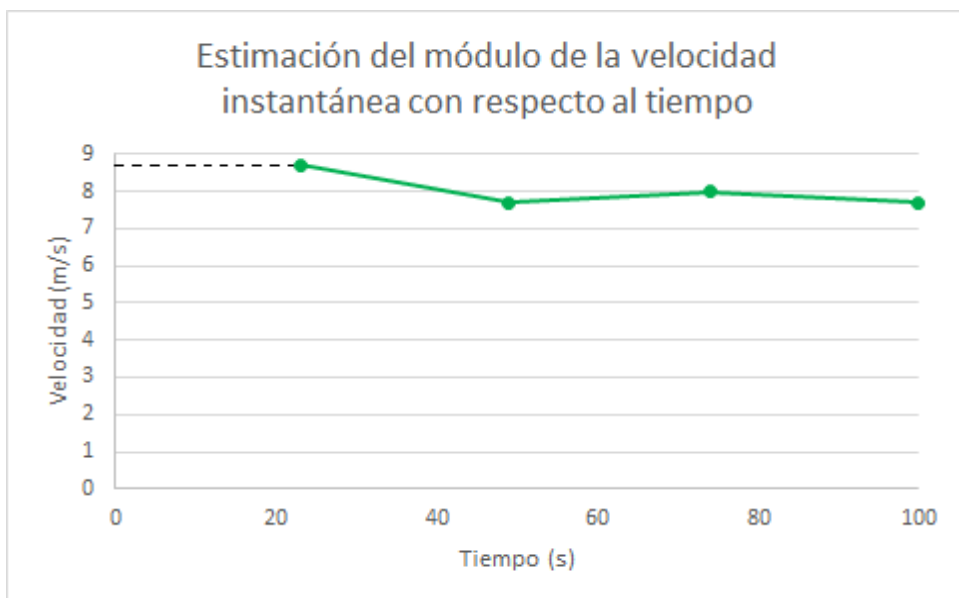


Gráfico 5.15: Estimación del módulo de la velocidad instantánea con respecto al tiempo de David Rudisha

En la siguiente tabla se comparan las distintas velocidades calculadas

Tabla 5.18: comparación de velocidades de David Rudisha

<b>Distancia Recorrida (m)</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Módulo de la velocidad media (m/s)</b>	<b>Velocidad promedio (m/s)</b>	<b>Estimación del módulo de la velocidad instantánea (m/s)</b>
0	0	-	-	-
200	23	4,9	8,7	8,7
400	49	0,0	8,2	7,7
600	74	1,5	8,1	8,0
800	100	0,0	8,0	7,7

Con estos datos se construye la tabla comparativa de velocidades con respecto al tiempo, presentada a continuación



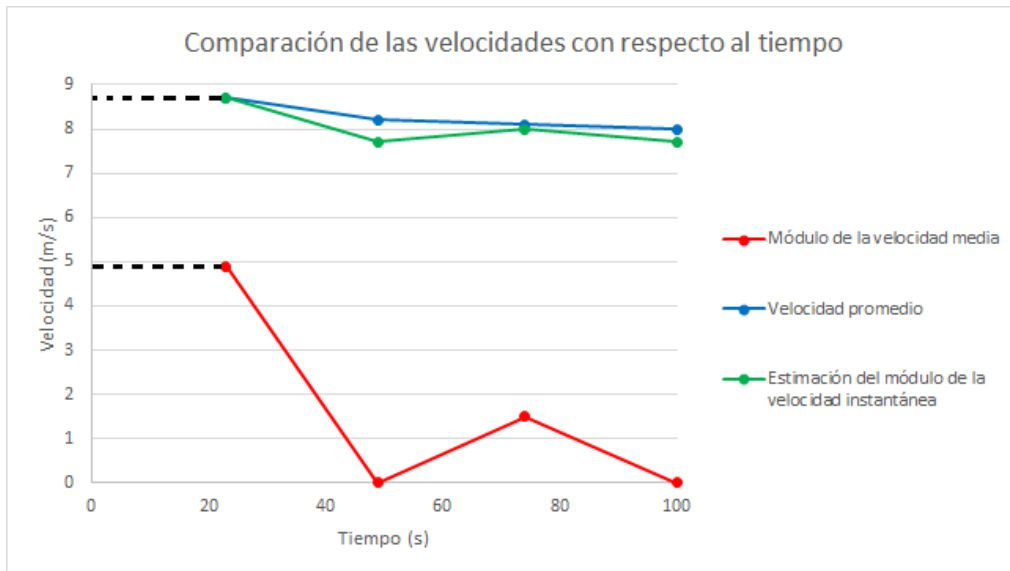


Gráfico 5.16: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, David Rudisha

En este gráfico, se observa que la velocidad promedio y la estimación del módulo de la velocidad instantánea son parecidas mientras que el módulo de la velocidad media, presenta valores inferiores. Como se explicó anteriormente, esto se debe a la forma en que se calcula la velocidad media. Al utilizar el desplazamiento, se está considerando un valor menor a la distancia recorrida, ya que, en este caso, el atleta al recorrer doscientos metros, se encuentra a una distancia, entre el origen y el punto en cuestión, de 113 metros, ya que no corre los 200 metros en línea recta, si no que toma una curva y luego sigue recto, en cambio el desplazamiento considera que el atleta hubiese corrido por dentro de la pista de atletismo y no por su carril correspondiente.

### 5.2.2 Segundo caso: Usain Bolt – Carrera 100 metros planos.

El Jamaicano Usain Bolt rompió el record mundial de 100 metros planos el 16 de agosto de 2009 en Berlin, Alemania, obteniendo un tiempo de 9,58.

Tabla 5.19: Tiempo obtenido por Usain Bolt

Distancia Recorrida (m)	Tiempo (s)
0	0
100	9,58

Al comenzar este caso, resaltan dos cosas, la primera es que solo se cuenta con una medición de tiempo. Lo segundo, es que esta competencia se realiza en una sola dimensión. Tal como fue trabajado en los casos de natación, al calcular la velocidad en una dimensión, el valor de las distintas velocidades en el primer tramo a calcular es el mismo.

Esto se comprueba al calcular las distintas velocidades, obteniendo la siguiente tabla

Tabla 5.20: comparación de velocidades de Usain Bolt

Distancia Recorrida (m)	Tiempo (s)	Módulo de la velocidad media (m/s)	Velocidad promedio (m/s)	Estimación del módulo de la velocidad instantánea (m/s)
0	0	-	-	-
100	9,58	10,44	10,44	10,44

A continuación se presenta el gráfico realizado con los datos anteriores:

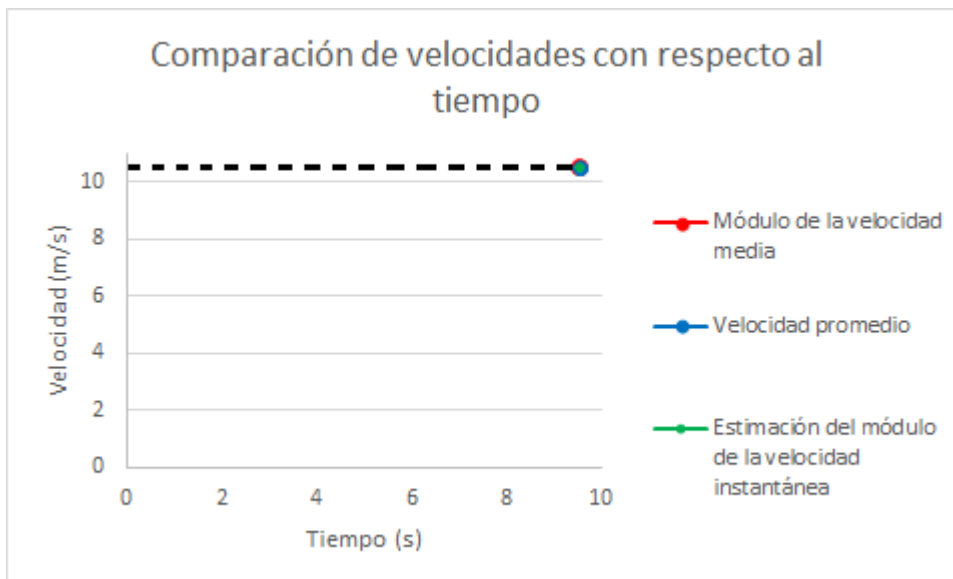


Gráfico 5.17: Comparación de velocidades con respecto al tiempo, Usain Bolt

Se observa que el módulo de las tres velocidades es idéntico. ¿Por qué en el caso anterior el módulo de la velocidad media dio un valor menor a las otras y ahora son iguales? A diferencia del caso anterior, la carrera se realiza totalmente en línea recta, por lo tanto, la distancia recorrida es igual desplazamiento. Si bien, este caso sirve para mostrar que bajo ciertas condiciones la velocidad media puede servir para estimar la velocidad instantánea, no resulta muy provechoso pues no se cuenta con suficiente información para saber con exactitud que pasó antes de los 100 metros.

El estudio exclusivo de casos como este puede llevar a confusiones de parte de los estudiantes ¿existe diferencia entre velocidad instantánea, velocidad media y velocidad promedio? ¿Es lo mismo con distintos nombres? ¿Da igual que “formula” utilizo para calcular? Etc.

Distinto sería el caso, si se replicara el estudio realizado por Eriksen, Kristiansen, Langangen y Wehus (How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study, 2009), donde, analizaron la competencia detalladamente, utilizando una grabación en alta definición de la competencia para determinar la posición en cada instante.

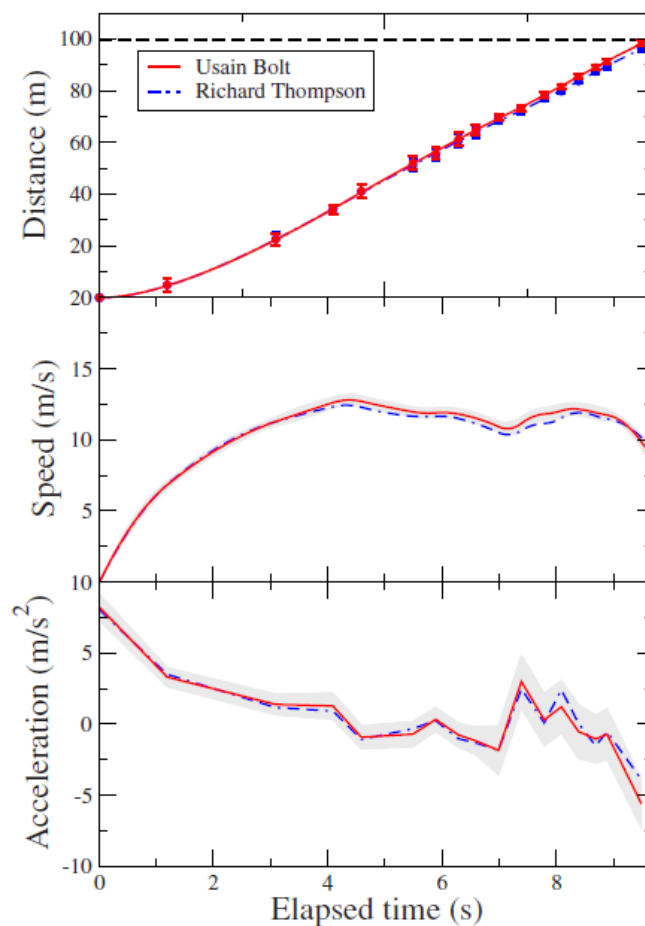


Gráfico 5.18: Desempeño de Usain Bolt en competencia de 100 metros planos. Fuente: How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study, 2009

Al tener información detallada de la competencia, logran estimar su velocidad con mayor precisión (aunque reconocen que el cálculo está sujeto a márgenes de error correspondientes a la toma de datos). Cabe destacar que en este estudio no hacen distinción entre velocidad media, instantánea o promedio, solo hablan de speed, para referirse al módulo de la velocidad. Resulta evidente que mientras más datos se tenga de la competencia, es decir, más pequeños sean los tramos utilizados para calcular la velocidad, se tendrá una mejor idea de cómo fue el desarrollo de esta. Al comparar nuestro gráfico con el publicado por el estudio, sin dudas, el primero no sirve para saber cómo fue el desempeño durante la carrera, solo tener una vaga idea de la velocidad con que compitió.

### 5.3 Ideas finales sobre las situaciones problemáticas contextualizadas

Al trabajar los distintos casos, aparecieron distintas ideas sobre estos, que consideraciones tener al momento de trabajarlos y las posibles dudas que puedan generar.

El hecho de trabajar casos donde se calcula la velocidad en un solo tramo, de forma que la distancia recorrida y el desplazamiento sean idénticos, se podría utilizar cualquier velocidad (instantánea, promedio, media). Sin embargo, esto no ayuda a difuminar los problemas encontrados con el concepto de velocidad media, al contrario, los alumnos podrían asumir que no existe diferencia alguna entre los tres términos trabajados, y como ya se ha visto, esto no es cierto.

Casos en que se vuelve al punto de origen de modo que la trayectoria sea 0 pueden ser buenos o malos dependiendo de la forma en que se planteen y apliquen. Una forma incorrecta de trabajarlo es presentar este tipo de casos para reforzar la idea de que la velocidad media es un concepto distinto a la velocidad instantánea, ya que, aunque los estudiantes obtenga el resultado “correcto” aun así se preguntan por qué da cero si saben que no se ha detenido. Por otra parte, presentar este caso para reflexionar sobre el concepto de velocidad media, y poder llegar a la idea de que esta solo sirve bajo ciertas condiciones resulta mucho más provechoso ya que permite profundizar en que están entendiendo por velocidad.

En todos los casos estudiados la velocidad promedio se acerca bastante a la velocidad instantánea, siendo la principal diferencia que, para calcular la velocidad promedio se consideran todos los tramos anteriores, es decir, la distancia total recorrida partido por el tiempo transcurrido, en cambio, al estimar la velocidad instantánea se utiliza la distancia recorrida y el tiempo transcurrido solo en el tramo que nos interesa calcular. Si bien, la velocidad promedio permite tener una idea de que tan rápido o lento fue el movimiento, si se tienen los datos necesarios siempre será mejor estimar la velocidad instantánea.

Finalmente, resta decir que, no se trata de enseñar que existen tres velocidades distintas, ni que las tres son idénticas, lo que se busca es que los alumnos puedan comprender que representa cada concepto y bajo que parámetros pueden usar cada uno, que utilidad tienen en distintos casos.

## **6. Propuesta de trabajo.**

A partir de los que se ha observado en este seminario de grado, se creará una propuesta de trabajo, enfocada en las distintas temáticas trabajadas, buscando obtener como resultado, una concepción de velocidad acorde al marco epistemológico de referencia planteado.

Este taller, tendrá como objetivo final reflexionar sobre el concepto de velocidad, tratando de evidenciar las confusiones presentes al momento de estudiarla.

Está pensado para ser aplicado a docentes, por un docente guía, aunque también puede ser trabajado por estudiantes universitarios o de enseñanza media, haciendo algunas modificaciones pertinentes para cada nivel. Tanto el taller finalizado, considerando las mejoras de los evaluadores, como la pauta para el docente que lo guía, están presentes en el Anexo 2 y Anexo 3, respectivamente.

### **6.1 Justificación metodológica de la guía**

En la teoría antropológica de lo didáctico se plantea que lo que se enseña son obras, las cuales, responden un conjunto de preguntas que le dan sentido a la obra y a los conocimientos que aparecen.

Esta propuesta busca reestudiar el concepto de velocidad, tomando como punto de partida problemáticas que permitan dar sentido al concepto de velocidad. Se generará una mini obra con el fin de deconstruir una transposición que no cumple con la vigilancia epistemológica. Dichas problemáticas tienen como propósito evidenciar el sinsentido de esta transposición. Para resolver estas problemáticas, se requieren técnicas, tecnologías y teoría. Al utilizar dichas técnicas, se darán resultados paradójales y desarrollando un discurso interpretativo argumentativo sobre estos problemas, se evidencia el problema presente.

Esta propuesta está articulada teniendo en cuenta los distintos momentos del estudio y la organización física.

De esta forma, se organizaron las actividades de la siguiente manera:

La primera actividad, corresponde a un momento del primer encuentro y momento exploratorio. En esta Tarea (T1), se trabaja con la técnica "clásica", es decir, con la técnica de la organización física presente en la transposición didáctica vista en los diversos textos trabajados (en adelante, OF tradicional). Esta tarea sirve para plantear la Pregunta Inicial a estudiar

En la segunda Tarea (T2) se analizan los conceptos presentes en los textos de Enseñanza Media y Enseñanza Superior. Esta tarea, corresponde a un momento exploratorio sobre la Tecnología y Teoría de la OF tradicional. Los textos a trabajar en esta tarea presentan conceptos, tecnologías, teoría y tareas para el estudio de situaciones como T1.

Luego de desarrollar T1 y T2, se espera que surjan preguntas como ¿A quién le creo, a mi intuición o a lo que presentan la mayoría de los textos? Se busca que emerjan estas dudas para darle sentido al trabajo.

La tercera actividad de la propuesta, es similar a T1, siendo la principal que esta es trabajada en dos dimensiones, razón por la que fue catalogada como T1 (2D). Esta tarea, corresponde a un momento exploratorio dentro de la Organización Física del Taller (en adelante OF taller) y un momento del trabajo de la técnica y momento tecnológico-teórico dentro de OF tradicional. Esta tarea pone de manifiesto que en este caso hay que hacerle caso a la intuición y la definición de Velocidad  $\vec{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \vec{u}_t$ . (Por ejemplo la pregunta 3f 'Supón que hubieses corrido...') Por otro lado, la pregunta 3g ('Si elaboráramos esas mismas tablas pero para la carrera de 100 metros planos...') permite abrir la discusión de en qué condiciones tiene sentido utilizar  $v_m$ .

La cuarta tarea (T4) corresponde a un momento tecnológico-teórico dentro de OF taller, y pretende vincularlo de manera de poder reconstruir, en conjunto con el profesor, un discurso coherente sobre la noción de velocidad.

La quinta tarea (T5) corresponde a un momento del trabajo de la técnica y momento de evaluación. Se busca poner a prueba si los estudiantes se apropiaron del concepto y del discurso establecido en T4.

La sexta y última tarea (T6) corresponde a un momento de institucionalización y un momento de evaluación donde se pretende mediante una puesta en común sistematizar el propósito del taller, así como la noción de velocidad coherente con el MER.

## **6.2 Evaluación de la propuesta de trabajo**

Esta propuesta fue evaluada por tres expertos, el criterio para elegirlos, fue que tuvieran conocimientos de física, especialmente del concepto de velocidad y haber ejercido la docencia, idealmente, en enseñanza media. Esto es considerando que ellos, al estar ejerciendo la profesión, han debido estudiar y enseñar velocidad.

Esta propuesta de trabajo, fue evaluada utilizando una encuesta de apreciación con distintos criterios a evaluar en una escala de 1 al 5, siendo 1 Totalmente en Desacuerdo y 5 Totalmente de acuerdo. (Para más información, véase Anexo 4: Encuesta de apreciación de la propuesta de trabajo).

Entre los tres pares evaluadores elegidos, hubo respuestas similares, así como comentarios que permitieron modificar la propuesta. Algunas apreciaciones dadas por los pares incluyen la utilización de imágenes para mostrar las dimensiones de la piscina olímpica, así como el punto

de partida en la competencia de atletismo de 400 metros planos. Por otro lado, sugieren dar alguna formalización al taller, para evitar mayor confusión en los estudiantes, de este modo fue que escribimos la síntesis final de la propuesta, la cual debe ser entregada una vez que los estudiantes ya hayan realizado todo el trabajo que el taller plantea.

Al evaluar, hubo ciertas similitudes entre los evaluadores, sin embargo, dos de ellos están totalmente de acuerdo de que el estudio de las problemáticas planteadas permite cuestionar la definición de velocidad media presente en los textos y evidenciar claramente cómo en muchos casos no guarda relación alguna con la velocidad, mientras que el tercer evaluador está en desacuerdo.

Están de acuerdo que este taller permite: establecer la relevancia de que para el cálculo de velocidades es necesario considerar la trayectoria recorrida, y solo cuando el desplazamiento es muy similar a la trayectoria es que puede reemplazarse la trayectoria por el desplazamiento en el cálculo. También permite establecer que la rapidez media sí que es una magnitud que guarda una fuerte relación con la velocidad, correspondiendo a un valor promedio de la velocidad a lo largo de la trayectoria considerada.

También están de acuerdo que las problemáticas planteadas permiten evidenciar las confusiones que aparecen en las propuestas de textos de física, tanto de enseñanza media como de primeros cursos de enseñanza superior, y que estas son factibles de ser estudiadas en tercer medio.

Dos evaluadores están totalmente de acuerdo con que las problemáticas son factibles de ser estudiadas en primer año de universidad y presentan un enfoque novedoso de cómo resolver un problema vinculado a la enseñanza del concepto de velocidad. El tercer evaluador, en cambio no está ni de acuerdo ni en desacuerdo con respecto a este último punto.

En base a la opinión de los expertos, se puede suponer que la propuesta presentada cumpliría su objetivo al ser trabajada, ya que en general se recibieron evaluaciones positivas en los distintos aspectos. Bajo este punto de vista, se puede suponer que el taller permitiría reflexionar sobre cómo aparece el concepto de velocidad en los textos de física y esclarecer las confusiones presentes sobre este tema.



## 7. Conclusiones.

Respecto a la primera Hipótesis, que indica que la noción de velocidad presente en los textos escolares no es acorde con la noción real, se comprobó que efectivamente en textos de enseñanza media en que se estudió el concepto de velocidad no se acerca al Marco epistemológico de Referencia, por las siguientes razones

- Se define la velocidad como el desplazamiento dividido por el tiempo, sin considerar la longitud de la trayectoria recorrida.
- Algunos conceptos y definiciones asociados a la noción de velocidad son utilizados en distintas partes del texto con significados distintos, por ejemplo en algunos párrafos se refieren a la rapidez media como el módulo de la velocidad media, mientras que en otros como la distancia recorrida dividido en el tiempo.
- Se plantean ejercicios a los estudiantes, donde se les hace calcular la velocidad media en situaciones en donde conociendo la trayectoria recorrida, se utiliza para el cálculo el desplazamiento, legitimando el valor obtenido aun cuando claramente dicho valor no guarda relación alguna con la velocidad del móvil a lo largo de su trayectoria.
- Se presenta una disociación entre rapidez y velocidad definiéndolas como dos magnitudes distintas, una escalar y la otra vectorial, en lugar de establecer la rapidez como el módulo de la velocidad.

Respecto a la segunda hipótesis, el concepto de velocidad presente en los textos de estudio de física utilizados como material de apoyo en la educación superior es coherente con la noción real, se puede concluir que es rechazada debido ya que la mayoría de los textos utilizados en la actualidad, presentan un concepto de velocidad alejado a lo establecido en el marco epistemológico de referencia, en la revisión de textos se pudo apreciar este hecho debido a lo siguiente:

- Se define la velocidad como el desplazamiento dividido por el tiempo, sin considerar la longitud de la trayectoria recorrida.
- Hay conceptos y definiciones asociados a la noción de velocidad que aparecen con nombres distintos dependiendo del texto, por ejemplo lo que en el marco epistemológico se conoce como velocidad promedio, en unos textos se llama rapidez media, y en uno de ellos se llama módulo de la velocidad media.
- Se plantean ejercicios a los estudiantes, donde se les hace calcular la velocidad media en situaciones en donde, conociendo la trayectoria recorrida, se utiliza para el cálculo el

desplazamiento, legitimando el valor obtenido aun cuando claramente dicho valor no guarda relación alguna con la velocidad del móvil a lo largo de su trayectoria.

- Se presenta una disociación entre rapidez y velocidad definiéndolas como dos magnitudes distintas, una escalar y la otra vectorial, en lugar de establecer la rapidez como el módulo de la velocidad.

En la caracterización de textos se confirma este hecho, debido a que en la tabla de textos se puede apreciar que la mayoría de los textos más modernos son Tecnicistas, los cuales son los más alejados del marco epistemológico, principalmente por utilizar la velocidad media en situaciones en donde carece de sentido. En la siguiente tabla se puede observar la frecuencia de los textos de los tres tipos antes y después de 1990, en donde se ve la clara predominancia de los tecnicistas desde la década de los 90:

Tabla 7.1: Categorización de los libros trabajados

<b>Tipo de Texto</b>	<b>Antes de 1990</b>	<b>Después de 1990</b>
Teoricistas	2	4
Naturalistas	6	1
Tecnicistas	0	12

Esta tabla deja en claro que no siempre existió esta confusión, los textos más antiguos que se revisaron eran naturalistas, después aparecieron los teoricistas, y finalmente los tecnicistas, esto se podría investigar con más detalles en una futura investigación.

Con respecto a la tercera hipótesis, que se refería a que el estudio de determinadas situaciones problemáticas contextualizadas, cuidadosamente seleccionadas, permitirá confrontar el concepto de velocidad del Marco Epistemológico de Referencia, basados en la evaluación de expertos, podemos afirmar que el estudio de determinadas situaciones problemáticas contextualizadas, cuidadosamente seleccionadas, permitirá confrontar el concepto de velocidad del Marco Epistemológico de Referencia con el propuesto en la mayoría de textos escolares así como el propuesto en textos de educación superior. Así mismo, basados en dicha evaluación, se puede suponer que al implementar este taller, se obtendrían los resultados esperados, logrando disipar algunas inquietudes de los estudiantes relacionadas con el concepto de velocidad, producto de las contradicciones presentes en diversos textos de estudio.

En relación a nuestra experiencia como futuros profesores, al desarrollar este seminario de grado podemos decir que aprendimos a comprender de mejor manera el concepto de velocidad, desde sus distintas visiones presente tanto en los textos escolares y universitarios, además de

entender cómo se utilizan cada uno de los distintos conceptos asociados a velocidad (como velocidad media principalmente), por ello podremos realizar una labor educativa enfocada a que nuestros futuros estudiantes no caigan en las confusiones que se encontró durante el análisis de los libros, para ello contamos con la guía y las problemáticas presentas en este seminario, estas se podrían adaptar para la enseñanza escolar y está la confianza de que si se implementa de manera adecuada, podría ser beneficiosa para clarificar los conceptos asociados a velocidad, dada a la evaluación realizada por los expertos.

Además, consideramos que este trabajo posee proyecciones como por ejemplo, realizar a futuro una investigación que implemente la propuesta de trabajo en futuros docentes, a modo de comprobar su efectividad, también podría adaptarse a estudiantes de enseñanza media e implementarla. Otra proyección es que se podría realizar una investigación donde exclusivamente se estudie el concepto de velocidad presente en los textos universitarios, con el fin de indagar en qué momento se comenzó a generar esta confusión y a utilizarse la velocidad media en situaciones en donde carece de sentido, dado a que, como descubrimos en este seminario, no siempre estuvo presente, por lo que sería interesante un estudio en profundidad de este hecho. Finalmente, como proyección de este seminario se puede hacer un estudio de cuál es el concepto de velocidad que se está enseñando en nuestra carrera, ya que hemos detectado indicios que sugieren que esta confusión de nociones en torno al concepto velocidad podría estar presente en algunos de los estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía en Física y Matemática.

## Referencias bibliográficas

- Alcaraz i Sendra, O., López López, J., & López Solanas, V. (2006). *Física: Problemas y ejercicios resueltos*. Madrid: Pearson Educación.
- Alonso, M., & Finn, E. J. (1971). *Física* (Vol. I). Fondo Educativo Interamericano, S.A.
- Arons, A. B. (1990). *A guide to Introductory Physics Teaching*. Nueva York: Wiley.
- Avison, J. (s.f.). *The World of Physics* (Segunda ed.). Nelson Thornes.
- Bachelard, G. (1948). *La formación del espíritu científico*. Editorial Argos.
- Bensen, H. (1999). *Física universitaria* (Segunda ed.). México: Compañía Editorial Continental, S.A de C.V.
- Blatt, F. J. (1995). *Fundamentos de Física* (Tercera ed.). Prentice Hall Hispanoamericana, SA.
- Bueche, F. J., & Hecht, E. (2001). *Física general* (Novena ed.). McGraw-Hill.
- Chacón, Á. E., & Rodríguez, D. (2003). La formalización de los conceptos físicos. El caso de la velocidad instantánea. *Revista educación y pedagogía Vol.XV No.35*.
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(22)*, 221-266.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1998). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Biblioteca del Normalista de la SEP.
- Committee, P. S. (1960). *Physics*. Boston, E.E.U.U.A.A: D.C. Heat and Company.
- Eriksen, H. K., Kristiansen, J. R., Langangen, Ø., & Wehus, I. K. (Marzo de 2009). How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study. *American Journal of Physics, 77(3)*, 224-228.
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1987). *Física* (Vol. I). Adison Wesley Iberoamericana.
- Fishbane, P. M., Gasiorowicz, S., & Thornton, S. T. (1994). *Física para ciencias e ingeniería* (Vol. I). Prentice Hall Hispano Americano S.A.

- Fonseca, C., Gascón, J., & Oliveira, C. (Noviembre de 2014). Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(3), 289-318.
- Franco Vásquez, C. A. (2013). *La comprensión del concepto de cantidad de movimiento, desde una perspectiva histórica y epistemológica*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Medellín.
- Frish, S., & Timoreva, A. (1967). *Curso de física general*. Moscú: Editorial Mir.
- Gettys, W. E., Keller, F. J., & Skove, M. J. (1991). *Física clásica y moderna*. Madrid: McGraw-Hill.
- Giancoli, D. C. (2009). *Física: Principios con aplicaciones* (Sexta ed.). Pearson Educación.
- Gomez Mendoza, M. (2005). La transposición didáctica: historia de un concepto. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 1(1), 83-115.
- Guidugli, S., Villegas, M., Porasso, R., & Benegas, J. (2001). Aprendizaje conceptual en un curso introductorio de física universitaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 172.
- Hewitt, P. G. (2007). *Física Conceptual* (Deéima ed.). México: Pearson Educación.
- Hurrell, S. (2001). Transposición didáctica.
- Jimenez Robledo, M. (2013). *Física 1° año medio, Edición Bicentenario*. Santillana.
- Jimenez Robledo, M. (2013). *Física 2° año medio, Edición Bicentenario*. Santillana.
- Jones, E., & Childers, R. (2001). *Física contemporánea* (Tercera ed.). McGraw-Hill.
- Kane, J. W., & Sternheim, M. M. (1994). *Física* (Segunda ed.). Barcelona: Reverté.
- Lea, S. M., & Burke, J. R. (1997). *Physics: The nature of things*. West Publishing Co.
- McDermott, L. C. (Julio de 1984). Research on conceptual understanding of Mechanics. *Physics Today*(37), 24-34.
- McDermott, L. C. (2009). Concepciones de los alumnos y resolución de problemas en mecánica. Seattle, Washington, USA.
- McDermott, L. C., & Shaffer, P. S. (2001). *Tutoriales en física introductoria*. Buenos Aires: Pearson Education.

- Mckelvey, J. P., & Grotch, H. (1980). *Física para ciencias e ingeniería* (Primera ed.). México: Harla.
- Mercado Schüler, C. (1972). *Curso de física: mecánica y ondas: 3er. año de educación media*. Editorial Universitaria.
- Moore, T. A. (2006). *Física: Seis ideas fundamentales* (Segunda ed., Vol. I). Mc Graw Hill.
- Perucca, E. (1943). *Física general y experimental* (Vol. I). Editorial Labor, S.A.
- Riveiroda Luz, A. M., & Alvarenga Álvares, B. (2000). *Física general con experimentos sencillos* (Cuarta ed.). Oxford University Press.
- Rodriguez Valencia, L. (2002). *Física I*. Santiago: Universidad de Santiago de Chile.
- Rossi, P. (1924). *Apuntes de Física*. Santiago, Chile: Imprenta i Encuadernación Latina.
- Schaum, D., & Merwe, C. W. (1987). *Teoría y problemas de física general*. McGraw-Hill.
- Sears, F. W., & Zemmansky, M. W. (1948). *College physics* (Tercera ed.). Reading: Addison - Wesley.
- Sears, F. W., Zemansky, M. W., & Young, H. D. (2005). *Física Universitaria* (Sexta ed.). Addison-Wesley Iberoamericana.
- Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D., & Freedman, R. A. (s.f.). *Física Universitaria* (Decimoprimer ed., Vol. I). Pearson Educación.
- Serway, R. A., & Faughn, J. S. (2001). *Física* (Quinta ed.). Pearson Educación.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2004). *Física: texto basado en cálculo* (Tercera ed.). México: International Thomson.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2008). *Física para ciencias e ingeniería* (Séptima ed., Vol. 1). CENGAGE Learning.
- Tipler, P. A. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología* (Quinta ed., Vol. I). Reverté.
- Tipler, P. A., & Mosca, G. (2010). *Física para la ciencia y la tecnología* (Sexta ed., Vol. I). Reverté.
- Watson, W., & Moss, H. (1939). *Curso de física : incluyendo un apéndice acerca de la teoría de la relatividad*. Buenos Aires: Labor.

Weber, R. L., White, M. W., Manning, K. V., & Febrer, J. (1954). *Física general moderna*. Editorial Reverté, S.A.

Wilson, J. D. (1996). *Física*. Pientice Hall Hispano Americana, S.A.

Zitzewitz, P. W., & Neff, R. F. (s.f.). *Física 1* (Segunda ed.). McGraw-Hill.

## Anexo 1: Tablas comparativas de texto

Tabla con textos respecto a conceptos derivados de velocidad.

Nombre del texto	año	nivel (media o superior)	Presenta el concepto de rapidez media	Presenta el concepto de velocidad media	Resalta la diferencia entre rapidez media y velocidad media
Apuntes de física, Pablo Rosel	1914	S	No	No	No
Física General y Experimental, Eligio Peruca	1943	S	No	No	No
Física general moderna, Robert Weber	1954	S	No	No	No
Teorías y problemas de Física general, Daniel Schaum	1969	S	No	No	No
The World of Physics, John Avison	1982	S	Si	Si	No
Física Conceptual - Hewit	2004	S	RP	No	No
Física Universitaria, Francis W. Sears, Sexta Edición	1991	S	Si	Si	Si
Fundamentos de Física, Frank J Blatt	1994	S	Si	Si	Si
Physics Nature of things, Susan M Lea	1996	S	Si	Si	Si
Física, Jerry Wilson 2da edición	1997	S	RP	VP	Si
Física Universitaria, Harris Benson	1999	S	RP	VP	Si
Física Contemporánea, Edwin Jones	2001	S	RP	VP	Si
Física general, Frederick Bueche	2001	S	RP	VP	No
Física, Raymond Serway, 5ta edición	2001	S	Si	Si	Si
Física, Jerry Wilson 6ta edición	2007	S	Si	Si	Si
Física Universitaria, Volumen 1 Francis W. Sears, Decimoprimer edición	2008	S	Si	Si	Si
Física Principios con Aplicaciones, Douglas C Giancoli	2009	S	RP	VP	Si
Física Para La Ciencia y Tecnología, Paul Tipler, 6ta edición	2010	S	MVM	Si	Si
College Physics, Francis Sears	1960	S	No	Si	No



Física, Joseph Kane	1989	S	No	Si	No
Física para ciencias e ingeniería, John McKelvey	1994	S	No	Si	No
Física Clásica y moderna, Edward Gettys	1996	S	No	Si	No
Física problemas y ejercicios, Olga Alcaraz	2005	S	No	Si	No
Física Seis Ideas fundamentales, Thomas A. Moore	2005	S	No	Si	No
Física 1ro Medio Bicentenario	2009	M	Si	Si	Si
Física 2do Medio Bicentenario	2009	M	Si	Si	No
Física 2do Medio Santillana	2013	M	Si	Si	No
Física 2do Medio	2016	M	Si	Si	No

Notas: RP = Rapidez Promedio

VP = Velocidad Promedio

MVM= Modulo de la Velocidad Media

#### Tabla con textos respecto al concepto de velocidad

Nombre del texto	año	nivel (media/ superior)	Utiliza $\Delta\vec{r}$ para definir Velocidad	Utiliza $\Delta s$ en la definición de velocidad	Rapidez vs velocidad ¿Una magnitud o dos?
Apuntes de física, Pablo Rosel	1914	S	No	Si	Una
Física General y Experimental, Eligio Peruca	1943	S	Si	Si	Una
Física general moderna, Robert Weber	1954	S	No	Si	Una
Teorías y problemas de Física general, Daniel Schaum	1969	S	No	Si	Una
The World of Physics, John Avison	1982	S	Si	Si	Una
Física Conceptual - Hewit	2004	S	No	Si	Una
Física Universitaria, Francis W. Sears, Sexta Edición	1991	S	Si	No	Dos
Fundamentos de Física, Frank J Blatt	1994	S	Si	No	Una
Physics Nature of things, Susan M Lea	1996	S	Si	No	Dos
Física, Jerry Wilson 2da edición	1997	S	Si	No	Una

Física Universitaria, Harris Benson	1999	S	Si	No	Dos
Física Contemporánea, Edwin Jones	2001	S	SI	No	Dos
Física general, Frederick Bueche	2001	S	Si	No	Una
Física, Raymond Serway, 5ta edición	2001	S	Si	No	Una
Física, Jerry Wilson 6ta edición	2007	S	Si	No	Una
Física Universitaria, Volumen 1 Francis W.Sears, Decimoprimer edición	2008	S	Si	No	Una
Física Principios con Aplicaciones, Douglas C Giancoli	2009	S	Si	No	Una
Física Para La Ciencia y Tecnología, Paul Tipler, 6ta edición	2010	S	Si	No	
College Physics, Francis Sears	1960	S	Si	No	Una
Física, Joseph Kane	1989	S	Si	No	Una
Física para ciencias e ingeniería, John McKelvey	1994	S	Si	No	<b>Dos</b>
Física Clásica y moderna, Edward Gettys	1996	S	Si	No	Una
Física problemas y ejercicios, Olga Alcaraz	2005	S	Si	No	Una
Física Seis Ideas fundamentales, Thomas A. Moore	2005	S	Si	No	Una
Física 1ro Medio Bicentenario	2009	M	Si	No	Dos
Física 2do Medio Bicentenario	2009	M	Si	No	Una
Física 2do Medio Santillana	2013	M	No	No	
Física 2do Medio	2016	M	Si	No	Una

**Anexo 2: Taller: Reflexionando sobre la velocidad como magnitud física.**

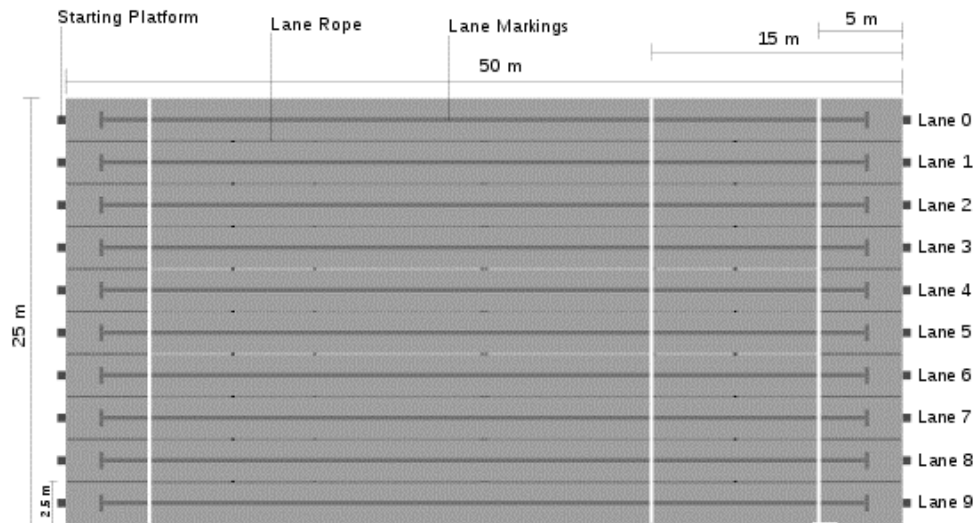
1. Estudiando una prueba de natación.

En grupos de tres personas, analicen y respondan la siguiente situación.

En la competencia de 400 metros libres femeninos del Campeonato Pan-Pacífico de Natación del 2014, la nadadora Katie Ledecky ganó la competencia. Sus tiempos de paso fueron los siguientes:

<b>Distancia recorrida (m)</b>	0	50	100	150	200	250	300	350	400
<b>Tiempo (s)</b>	0	27,85	57,87	87,91	118,3	148,37	178,74	209,07	238,37

- a) ¿En qué tramo nadó más lento y en cuál nadó más rápido?
- b) Si tuviéramos que calcular la velocidad promedio de la carrera, ¿cuál sería?
- c) Con la información de la tabla ¿Cómo representaría gráficamente la evolución en la velocidad a lo largo de la carrera?
- d) ¿Podemos calcular la velocidad instantánea en algún momento de la carrera? (Responder si o no, como o por qué)
- e) Si tuvieses que estimar la velocidad instantánea a los 100 segundos ¿Cómo lo harías?



2.-Lean los extractos de textos de Física del Anexo marcando con destacadador las distintas definiciones y/o fórmulas asociadas al concepto de velocidad y luego respondan a las preguntas siguientes:

- a) ¿Son todas las definiciones coherentes entre sí?
- b) Utilizando las distintas definiciones encontradas en los textos, calcular el módulo de la velocidad media y la rapidez media en los siguientes tramos, entre 0 y 50 metros; entre 0 y 100 metros; entre 0 y 150 metros; entre 0 y 200 metros; entre 0 y 250 metros; entre 0 y 300 metros; entre 0 y 350 metros; entre 0 y 400 metros; entre 150 y 200 metros.
- c) Analizar las velocidades medias obtenidas en la pregunta anterior, y discutan cuales de ellas tienen sentido y cuales no y por qué. ¿Y en el caso de las rapidezces medias?
- d) Escribir una conclusión sobre cuando es pertinente utilizar la noción de velocidad media

3.- Analizando la competencia de 400 metros planos.

Utilizando la definición del módulo de la velocidad media,  $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$  extraída de los textos de estudio presentados en el ítem anterior, un estudiante calculó el módulo de la velocidad media, de cada atleta que corrió en la final femenina de 400 metros planos, realizada en los juegos panamericanos de Toronto 2015.

Carril en que compete	Atleta	Tiempo (s)	Módulo de la velocidad media (m/s)
1	Anastasia Le-Roy	52,05	0,00
2	Lisneidy Veitia	52,44	0,15
3	Kendall Baisden	51,27	0,30
4	Geisa A. Coutinho	53,05	0,44
5	Kineke Alexander	51,5	0,60
6	Wimbley Shakima	51,36	0,74
7	Chrisann Gordon	51,75	0,87
8	Daysiurami Bonne	52,28	0,99

- a) ¿Cómo podemos explicar los resultados que obtuvo al calcular las velocidades medias de las atletas? (Sugerencia: pueden ver el video de la competencia en el siguiente enlace <https://youtu.be/LnDcTePmNNQ>)
- b) ¿Qué pasa si ordenamos los datos por tiempos de menor a mayor? ¿y si los ordenamos por el módulo de la velocidad media de mayor a menor?

c) Analiza la información presentada en las siguientes tablas, que resumen las velocidades medias y la rapidez media de los distintos corredores en distintas finales olímpicas de 400 metros planos, así como las medallas obtenidas. ¿Qué conclusiones puedes sacar al respecto?



	Londres 2012	Pekín 2008	Atenas 2004	Sidney 2000	Atlanta 1996	Barcelona 1992
Carril del atleta	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)	Tiempo (s)
1	-	-	45,55	45,14	44,62	45,10
2	44,83	45,22	44,94	45,01	BM 44,53	44,52
3	45,14	45,39	BM 44,42	45,55	SM 44,41	44,75
4	BM 44,52	GM 43,75	GM 44,00	SM 44,40	GM 43,49	GM 43,50
5	GM 43,92	44,84	SM 44,16	-	44,83	BM 44,24
6	44,79	45,11	44,76	GM 43,84	44,99	44,25
7	SM 44,46	SM 44,74	44,83	45,26	-	SM 44,21
8	44,98	45,12	44,66	BM 44,70	44,70	45,18
9	44,81	BM 44,80	-	-	-	-

	Londres 2012	Pekín 2008	Atenas 2004	Sidney 2000	Atlanta 1996	Barcelona 1992
Carril del atleta	Velocidad Media (m/s)	Velocidad Media (m/s)	Velocidad Media (m/s)	Velocidad Media (m/s)	Velocidad Media (m/s)	Velocidad Media (m/s)
1	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,17	0,17	0,17	0,17	BM 0,18	0,18
3	0,35	0,34	BM 0,35	0,34	SM 0,35	0,35
4	BM 0,52	GM 0,53	GM 0,53	SM 0,52	GM 0,53	GM 0,53
5	GM 0,70	0,68	SM 0,69	-	0,68	BM 0,69
6	0,85	0,84	0,85	GM 0,86	0,84	0,86
7	SM 1,01	SM 1,00	1,00	0,99	-	SM 1,02
8	1,15	1,15	1,16	BM 1,16	1,16	1,14
9	1,30	BM 1,30	-	-	-	-

	Londres 2012	Pekín 2008	Atenas 2004	Sidney 2000	Atlanta 1996	Barcelona 1992
Carril del atleta	Rapidez Media (m/s)	Rapidez Media (m/s)	Rapidez Media (m/s)	Rapidez Media (m/s)	Rapidez Media (m/s)	Rapidez Media (m/s)
1	-	-	8,78	8,86	8,96	8,87
2	8,92	8,85	8,90	8,89	BM 8,98	8,98
3	8,86	8,81	BM 9,00	8,78	SM 9,01	8,94
4	BM 8,98	GM 9,14	GM 9,09	SM 9,01	GM 9,20	GM 9,20
5	GM 9,11	8,92	SM 9,06	-	8,92	BM 9,04
6	8,93	8,87	8,94	GM 9,12	8,89	9,04
7	SM 9,00	SM 8,94	8,92	8,84	-	SM 9,05
8	8,89	8,87	8,96	BM 8,95	8,95	8,85
9	8,93	BM 8,93	-	-	-	-

En cada tabla, GM, SM, BM corresponden a la medalla de Oro, Plata y Bronce, respectivamente.

(Puedes ver el video de estas competencias en los siguientes enlaces:  
<https://youtu.be/2fn8LZvsRhs>; <https://youtu.be/JLaVIPIpM6g>; <https://youtu.be/tnCc4pl3cvs>;  
[https://youtu.be/Sy\\_M0KI5\\_Ww](https://youtu.be/Sy_M0KI5_Ww); <https://youtu.be/g3JAo27QKYU>;  
<https://youtu.be/KhNA33ZLtSY>)

- d) ¿Cómo explicarías que en todas las carreras que se han hecho en una pista atlética de 400 metros planos, el competidor que corre por el primer carril siempre tiene una velocidad media igual a 0?
- e) ¿Existe alguna relación entre las velocidades medias de los atletas y el carril por el que corren?
- f) Supón que hubieses corrido la final de Atenas 2004 por el carril 9, aprovechando que ese carril estaba vacío. Considera que realizaste un tiempo más que razonable para un cuerpo atlético como el tuyo de 80 segundos para dar la vuelta (eso corresponde a una velocidad aproximada de 18 km/h, bastante por debajo del ritmo de los atletas profesionales que corren maratones). Sabiendo que la línea de partida está a 58,1m de la meta y considerando que por esa vez en lugar de premiar la carrera por tiempo se premió por la mayor velocidad media (en módulo) ¿En qué posición hubieses quedado?
- g) Si elaboráramos esas mismas tablas pero para la carrera de 100 metros planos ¿Sucedería lo mismo que en los 400 metros? ¿Por qué?

#### 4.- Puesta en común

En grupos, responden las siguientes preguntas, para luego hacer una puesta en común con los otros grupos.

- a) Luego de haber realizado todas las actividades planteadas, ¿Qué podemos decir con respecto al concepto de velocidad media?
- b) ¿Cómo se debiera articular el concepto de velocidad media con el de rapidez media? ¿Y con el de velocidad instantánea?
- c) ¿Cómo se podría definir la velocidad instantánea a partir de la rapidez media?
- d) ¿Cuál es la principal ventaja de definir el concepto de velocidad instantánea a partir del de velocidad media? ¿Y el principal inconveniente?

5.- A continuación, se presentan una serie de problemas y ejemplos extraídos de distintos textos de física, tanto de enseñanza media como de primer año de universidad. En parejas clasifiquen cada uno de ellos según tu criterio si el resultado obtenido en el cálculo tiene o no sentido físico (respuestas en Anexo 3) (Los resultados fueron obtenidos utilizando, en cada caso, las fórmulas y definiciones propuestas en dichos textos)

a)

2. Un jeep avanza hacia el este 100 km en 50 minutos, se detiene durante 10 minutos y luego recorre 70 km hacia el oeste en otros 30 minutos. ¿Cuál fue su velocidad media?

b)

Un atleta nada a lo largo del primer carril de una piscina olímpica, recorriendo 50 metros en 20 segundos. El recorrido de vuelta lo realiza en 22 segundos. ¿Cuál es su velocidad en el primer tramo, en el segundo tramo y la rapidez media durante todo el recorrido?

c)

En las Olimpiadas de Beijing 2008, Usain Bolt obtuvo el oro olímpico en los 100 metros planos al llegar a la meta en 9,69 segundos. En la tabla 2 se muestra el tiempo registrado durante la carrera cada 10 metros.

Tabla N° 2

Tiempo (s)	Distancia (m)
1,85	10
2,87	20
3,78	30
4,65	40
5,50	50
6,32	60
7,14	70
7,96	80
8,79	90
9,69	100

Fuente: [www.sportsscientists.com](http://www.sportsscientists.com)

a. ¿Cuál fue la velocidad media del atleta?

d)

3. ¿Qué significa que la rapidez de un automóvil sea de 90 km/h? Si quisiéramos expresar esta rapidez como velocidad, ¿qué más necesitamos saber?



e)

### Problemas conceptuales

1 ● ¿Cuál es la velocidad media del recorrido de “ida y vuelta” de un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba y que vuelve a caer en el mismo sitio desde donde ha sido lanzado?

2 ● SSM Un objeto lanzado verticalmente hacia arriba vuelve al suelo  $T$  segundos más tarde. Su altura máxima es  $H$  metros y su altura en el momento de soltarlo es despreciable. Su velocidad media durante estos  $T$  segundos es (a)  $H/T$ , (b) 0, (c)  $H/2T$ , (d)  $2H/T$ .

h)

1. Un motociclista se dirige al sur a 20.0 m/s durante 3.00 min, luego da vuelta al oeste y viaja a 25.0 m/s durante 2.00 min y finalmente viaja al noroeste a 30.0 m/s durante 1.00 min. Para este viaje de 6.00 min, encuentre a) el desplazamiento vectorial total, b) la rapidez promedio y c) la velocidad promedio. Sea el eje  $x$  positivo que apunta al este.

6.- Escribe una conclusión que sacas del trabajo realizado

## Anexo: Síntesis

### Definición de velocidad en un sistema de coordenadas.

La **velocidad**  $\vec{v}$  es igual al valor límite de la proporción  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  conforme t tiende a cero:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \hat{u}_t = \frac{ds}{dt} \hat{u}_t$$

Donde:

s = Largo de la trayectoria

t = Tiempo

Donde la dirección del vector es una tangente a la trayectoria.

Cuando se cuenta con la información de la distancia recorrida durante un tiempo determinado, se calcula lo que se llama la Velocidad Promedio.

La **Velocidad Promedio**  $\langle |\vec{v}| \rangle$  de una partícula, es una cantidad escalar, que se define como la distancia total recorrida dividida entre el intervalo de tiempo total requerido para recorrer dicha distancia.

$$\langle |\vec{v}| \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

El movimiento puede definirse como el cambio de posición dentro de un sistema de referencia.

La posición suele caracterizarse a través del vector  $\vec{r}(t)$

El desplazamiento de una partícula es un vector que se define como su cambio en posición en algún intervalo de tiempo. Conforme la partícula se mueve desde una posición inicial a una posición final, su desplazamiento se conoce por:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

La velocidad media es un constructo cuyo único propósito es poder definir la velocidad instantánea a partir de  $\Delta \vec{r}$  en vez de la trayectoria.

$$\vec{V}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

De este modo, la velocidad puede definirse como:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La ventaja de esto es que la dirección de  $\Delta\vec{r}$ , en ese caso, también coincide con la tangente a la trayectoria  $\hat{u}_t$ .

En el caso que  $\Delta t$  no tiende a cero, es que suele definirse la velocidad media como:

$$\vec{V}_M = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Sin embargo solo tiene sentido físico si su módulo coincide con  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  o cuando el módulo del desplazamiento se aproxime a la trayectoria  $|\Delta\vec{r}| \sim \Delta s$ . Además se tiene que cumplir que a dirección se aproxime con la dirección de a velocidad que es tangente a la trayectoria.

- a) Física 1° año medio, Edición Bicentenario. Santillana.

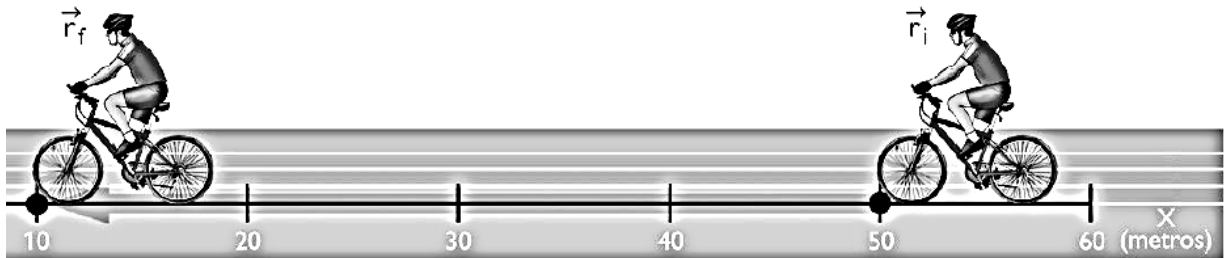
## 6. El vector velocidad

La **velocidad media**  $\vec{v}_m$  es un vector que representa la variación de la posición de un cuerpo en el tiempo, es decir, la razón entre el desplazamiento de un cuerpo  $\Delta\vec{r}$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que emplea en dicho desplazamiento.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$

En el Sistema Internacional de Unidades, la velocidad media se mide en **m/s** y su valor numérico o módulo es la **rapidez media**.

Calculemos la velocidad media de un ciclista que demora 20 segundos en avanzar desde la posición inicial  $\vec{r}_i = +50 \hat{x}$  m hasta la final  $\vec{r}_f = +10 \hat{x}$  m.



La velocidad media se estima como el cambio de posición en el intervalo de tiempo, es decir:

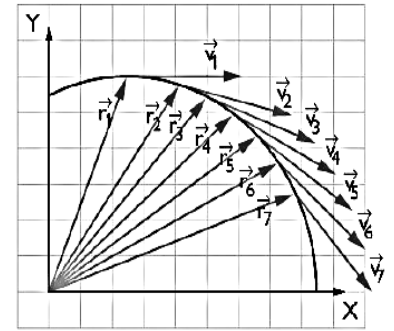
$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{(10 \hat{x} \text{ m} - 50 \hat{x} \text{ m})}{(20 \text{ s} - 0 \text{ s})} = -2,0 \hat{x} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso, el movimiento es unidimensional, en la dirección horizontal, y el signo negativo indica su sentido, es decir, opuesto a la orientación del sistema de coordenadas.

Si pensamos, por ejemplo, en una competencia ciclista, es muy difícil que durante la carrera los competidores mantengan su velocidad constante. Lo más probable es que esta cambie varias veces durante el trayecto. Al finalizar la competencia podemos calcular la velocidad media del ciclista ganador, dividiendo el desplazamiento por el tiempo empleado. Pero, si reducimos el intervalo  $\Delta t$ , es decir,  $\Delta t = 2$  s,  $\Delta t = 1$  s,  $\Delta t = 0,5$  s... cada vez, obtendremos la velocidad del ciclista en instantes de tiempo más pequeños; si  $\Delta t$  se acerca a cero, obtendremos una **velocidad instantánea**.

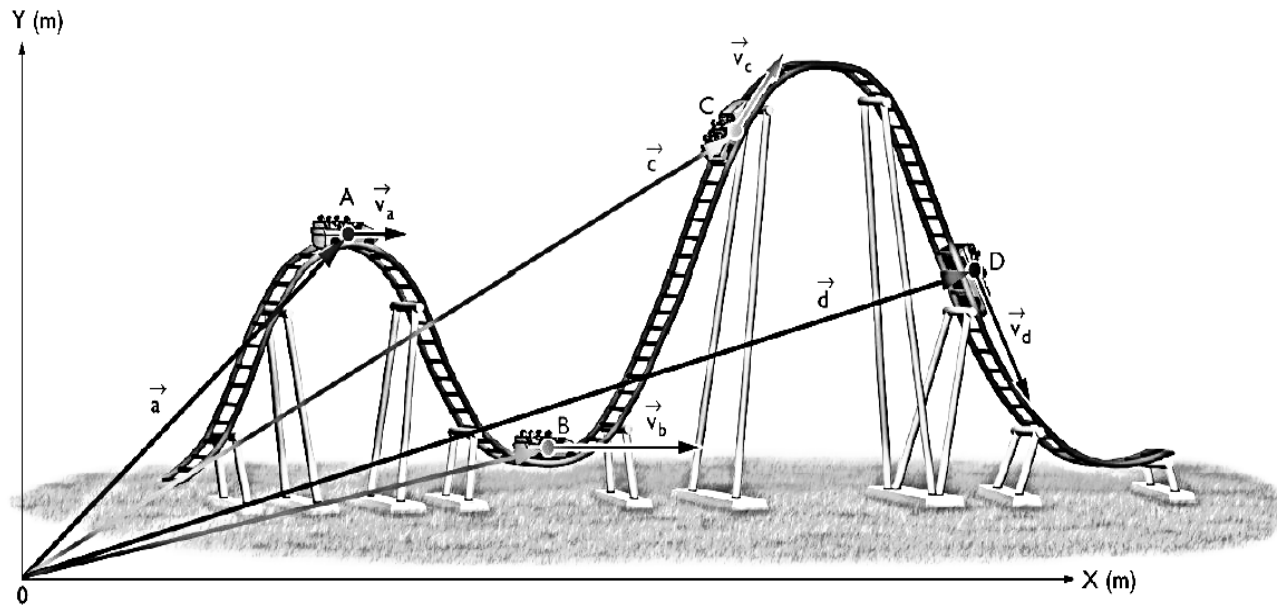
Así, la velocidad media representa la variación entre la posición final e inicial de un móvil en el intervalo  $\Delta t$ , es decir, no representa todas las variaciones de posición dentro de ese intervalo de tiempo. En tanto que la velocidad instantánea de un móvil nos dice en cada momento cuál es el valor de la rapidez y la dirección de su movimiento.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}, \text{ donde } \Delta t \rightarrow 0, \text{ es decir, el intervalo de tiempo es muy pequeño y se acerca a cero.}$$



Por ejemplo: un carro se desliza por los rieles de una montaña rusa y experimenta sucesivas variaciones en su posición y velocidad. Para analizar su movimiento, primero se define un marco de referencia apropiado (fijo en tierra) y luego se establece un sistema de coordenadas cartesiano.

El vector velocidad instantánea indica la rapidez, la dirección y el sentido del movimiento en cada instante.



- La posición del carro al pasar por los puntos A, B, C y D se representa por los vectores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  y  $\vec{d}$ .
- El vector velocidad instantánea en cada punto es **tangente** a la trayectoria.

b) Curso de física: mecánica y ondas: 3er. año de educación media.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME:  
Rapidez y velocidad.

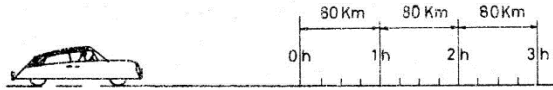


Fig. 59

Si un móvil se mueve sobre una recta de modo que en cada hora recorra 80 Km se dice que su *rapidez* ha sido de 80 Km por hora, lo que se escribe 80 Km/h. Si además esta rapidez se ha mantenido constante durante todo el movimiento se dice que el movimiento ha sido *uniforme*.

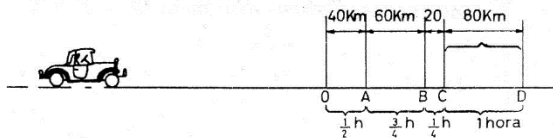


Fig. 60

Supongamos que un automóvil debe recorrer una distancia de 200 Km y lo hace tal como lo indica el esquema anterior; si cada segmento recorrido lo dividimos por el tiempo empleado se obtiene:

$$\text{Para OA: } 40 \text{ Km: } \frac{1}{2} \text{ h} = 80 \text{ Km/h.}$$

$$\text{Para AB: } 60 \text{ Km: } \frac{3}{4} \text{ h} = 80 \text{ Km/h}$$

$$\text{Para BC: } 20 \text{ Km: } \frac{1}{4} \text{ h} = 80 \text{ Km/h}$$

$$\text{Para CD: } 80 \text{ Km: } 1 \text{ h} = 80 \text{ Km/h.}$$

Se encuentra que la razón o cociente entre el camino recorrido en cada caso y el tiempo empleado en recorrerlo se mantiene constante y por lo tanto el movimiento ha sido uniforme.

Se define por *rapidez media* el cociente entre el camino recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo. Es decir.

$$v_m = \frac{s}{t}$$

s = camino recorrido

t = tiempo empleado en recorrer el camino s.

Numéricamente la *rapidez* corresponde al camino recorrido en la unidad de tiempo y cuando la rapidez es numéricamente constante el movimiento es *uniforme* (Rapidez constante).

En cambio, si el automóvil del ejemplo anterior se desplaza del punto A al B distante 60 Km

$$\text{en } \frac{3}{4} \text{ h, se dice que su velocidad es } \frac{60 \text{ km}}{\frac{3}{4} \text{ h}} =$$

$$80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ de A hacia B en esta dirección y sentido.}$$

Si un río corre de Oeste a Este y una lancha lo atraviesa de Sur a Norte, debido a la corriente

del agua el *desplazamiento* de la lancha no será el ancho AB sino la distancia AC.

Si AB = 300 m y BC = 400 m resulta al aplicar el Teorema de Pitágoras que:

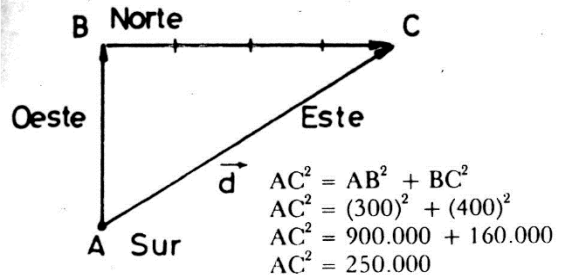


Fig. 61

de donde AC = 500 m (pues  $500^2 = 250.000$ ). Este valor indica que la lancha al atravesar el río se ha desplazado 500 m; si se demora 20 min. en efectuar la travesía la *velocidad* de la lancha

respecto a la orilla es =  $25 \frac{\text{m}}{\text{min}}$  en dirección AC

y sentido noreste; la velocidad del río respecto a la orilla es  $\frac{400 \text{ m}}{20 \text{ min}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{min}}$  de Oeste a Este;

la velocidad de la lancha respecto al agua es

$$= 15 \frac{\text{m}}{\text{min}} \text{ de Sur a Norte.}$$

Esto demuestra que la velocidad de la lancha respecto a la orilla es de  $25 \frac{m}{min}$  que equivale a

la suma vectorial de su velocidad relativa al agua y de la velocidad del agua relativa a la orilla;  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  (suma geométrica o vectorial y no suma algebraica).

De estos ejemplos podemos definir por *velocidad media* al cociente entre el *desplazamiento* de un móvil y el tiempo que demora en efectuarlo.

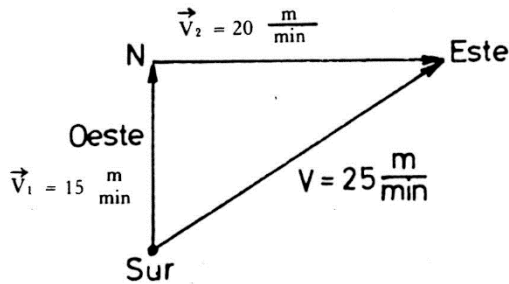
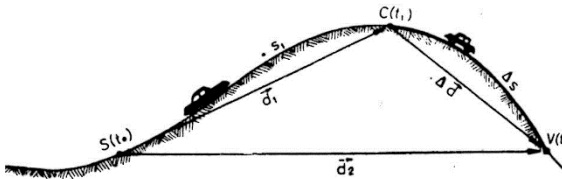


Fig. 62

VELOCIDAD INSTANTÁNEA Y RAPIDEZ INSTANTÁNEA

Fig. 71



Supongamos que un automóvil se traslada de Santiago (S) a Valparaíso (V) pasando por Curacaví (C). Parte de S en un instante  $t_0$ , por C pasa en el instante  $t_1$  y llega a V en el tiempo  $t_2$ . La trayectoria o camino recorrido entre S y C es  $s_1$  (Km) que demora  $t_1$  (horas) en recorrerlo; el desplazamiento entre S y C es  $d_1$  (Km). Por lo tanto se obtiene:

$$\text{rapidez media entre S y C es } V_1 = \frac{s_1}{t_1} \text{ (Km/h).}$$

$$\text{velocidad media entre S y C es } \vec{V}_1 = \frac{\vec{d}_1}{t_1} \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Análogamente, el camino recorrido entre S y V es  $s_2$  (Km) = SCV que demora el tiempo de  $t_2$  (h) en recorrerlo; el desplazamiento correspondiente entre estos dos puntos es  $\vec{d}_2 = \vec{SV}$ . Entonces:

$$\text{rapidez media entre S y V es } V_2 = \frac{s_2}{t_2} \text{ (Km/h)}$$

$$\text{velocidad media entre S y V es } \vec{V}_2 = \frac{\vec{d}_2}{t_2} \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Entre C y V el camino recorrido es  $CV = SV - SC = s_2 - s_1 = \Delta s$ , y el tiempo empleado en recorrerlo es  $t_2 - t_1 = \Delta t$ .

A su vez el desplazamiento entre C y V es  $\vec{CV} = \vec{SV} - \vec{SC} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = \Delta \vec{d}$ . Por tanto:

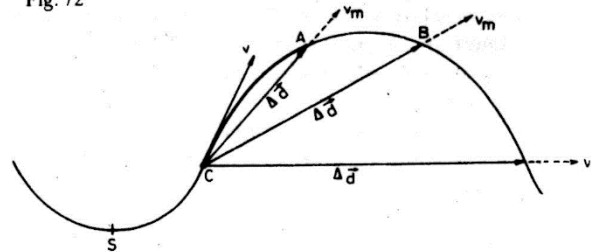
$$\text{Luego: rapidez media entre C y V es } V_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{velocidad media entre C y V es } \vec{V}_m = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t}$$

El vector velocidad media  $\vec{V}_m$  está sobre el vector desplazamiento  $\Delta \vec{d}$  (puede su longitud ser más chica o más grande según el caso).

Fig. 72



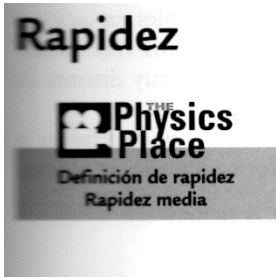
Si vamos tomando puntos B, A, de la trayectoria cada vez más cerca de C, el intervalo de tiempo  $\Delta t$  se hará cada vez más chico y, a su vez, el vector  $\vec{V}_m$  se va acercando más y más a la tangente en C. Cuando  $\Delta t$  tiende a cero se obtiene la *velocidad instantánea* en el punto C y se la define como «el límite a que tiende la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero». Algebraicamente se escribe:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t}$$

Gráficamente, la *velocidad instantánea* está representada por el valor de la tangente a la curva en el instante que se indique.

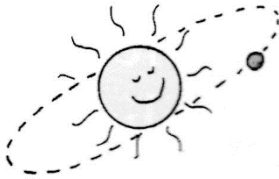
*Rapidez instantánea*: es el módulo de la *velocidad instantánea*. Por ej., si un automóvil pasó por Curacaví a 160 Km/h hacia el Oeste, su *velocidad* fue 160 Km/h al Oeste y su *rapidez* 160 Km/h (sin indicar dirección ni sentido sino solamente el módulo: 160 Km/h).

c) Física Conceptual (Décima Edición) Hewitt, P. G.



Antes de Galileo, la gente describía los objetos en movimiento simplemente como “lentos” o “rápidos”; no obstante, tales descripciones eran muy vagas. A Galileo se le da el crédito de ser primero en medir la rapidez al considerar la distancia que se cubre durante cierto tiempo. Definió la **rapidez** como la distancia recorrida por unidad de tiempo.

$$\text{Rapidez} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$



**FIGURA 3.1**  
Cuando estás sentado en una silla, tu rapidez es cero con respecto a la Tierra; pero 30 km/s respecto al Sol.

Un ciclista que recorre 30 metros en un tiempo de 2 segundos, por ejemplo, tiene una rapidez de 15 metros por segundo.

Cualquier combinación de unidades de distancia entre tiempo es válida para medir la rapidez: para los vehículos de motor (o en distancias largas) por lo común se utilizan las unidades de kilómetros por hora (km/h) o millas por hora (mi/h, o mph). Para distancias más cortas con frecuencia se usan las unidades de metros por segundo (m/s). El símbolo diagonal (/) se lee *por*, y quiere decir “dividido entre”. En este libro usaremos principalmente metros por segundo. La tabla 3.1 muestra la comparación de rapidezces, en distintas unidades.<sup>1</sup>

### Rapidez instantánea

Las cosas que se mueven a menudo tienen variaciones en la rapidez. Un automóvil, por ejemplo, puede recorrer una calle a 50 km/h, detenerse hasta 0 km/h con la luz roja del semáforo, y acelerar sólo hasta 30 km/h debido al tránsito vehicular. Puedes saber en cada instante la rapidez del automóvil observando el velocímetro. La rapidez en cualquier instante es la *rapidez instantánea*. En general, cuando un automóvil viaja a 50 km/h, sostiene esa rapidez durante menos de una hora. Si lo hiciera durante toda una hora, recorrería los 50 km. Si durara media hora a esa velocidad, recorrería la mitad de esa distancia, es decir, 25 km. Si sólo durara 1 minuto, recorrería menos de 1 km.

### Rapidez media

Cuando se planea hacer un viaje en automóvil, el conductor desea saber el tiempo de recorrido. Lo que considera es la *rapidez promedio* o *rapidez media*, en el viaje. La rapidez media se define como:

$$\text{Rapidez media} = \frac{\text{distancia total recorrida}}{\text{tiempo de recorrido}}$$

**TABLA 3.1**  
**Rapideces aproximadas en distintas unidades**

12 mi/h = 20 km/h = 6 m/s
25 mi/h = 40 km/h = 11 m/s
37 mi/h = 60 km/h = 17 m/s
50 mi/h = 80 km/h = 22 m/s
62 mi/h = 100 km/h = 28 m/s
75 mi/h = 120 km/h = 33 m/s
100 mi/h = 160 km/h = 44 m/s





**FIGURA 3.2**  
Este velocímetro da lecturas en millas por hora y en kilómetros por hora.

La rapidez media se calcula con mucha facilidad. Por ejemplo, si recorremos 80 kilómetros de distancia en un tiempo de 1 hora, decimos que nuestra rapidez media fue de 80 kilómetros por hora. Asimismo, si recorriéramos 320 kilómetros en 4 horas,

$$\text{Rapidez media} = \frac{\text{distancia total recorrida}}{\text{tiempo de recorrido}} = \frac{320 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$

Vemos que cuando una distancia en kilómetros (km) se divide entre un tiempo en horas (h), el resultado está en kilómetros por hora (km/h).

Como la rapidez media es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total del recorrido, no indica las diversas rapidezces ni sus posibles variaciones durante intervalos de tiempo más cortos. En la mayoría de nuestros viajes avanzamos con varias rapidezces, de manera que la rapidez media es muy distinta de la rapidez instantánea.

Si conocemos la rapidez media y el tiempo de recorrido, es fácil determinar la distancia recorrida. Si la definición anterior se ordena de forma sencilla, se obtiene

$$\text{Distancia total recorrida} = \text{rapidez media} \times \text{tiempo}$$

## Velocidad



Cuando se conocen tanto la rapidez como la dirección de un objeto, estamos especificando su **velocidad**. Cuando decimos que un automóvil viaja a 60 km/h, por ejemplo, nos referimos a su rapidez. Pero si señalamos que se mueve 60 km/h al norte especificamos su *velocidad*. La rapidez es una descripción de qué tan rápido se mueve; mientras que la velocidad indica qué tan rápido se mueve y en qué dirección. A una cantidad como la velocidad, que especifica tanto dirección como magnitud se le denomina **cantidad vectorial**. Recuerda del capítulo 2 que la fuerza es una cantidad vectorial, la cual para describirse requiere tanto magnitud

como dirección. Asimismo, la velocidad es una cantidad vectorial. En cambio, las cantidades que se describen sólo con magnitud se denominan *cantidades escalares*. La rapidez es una cantidad escalar.

## Velocidad constante

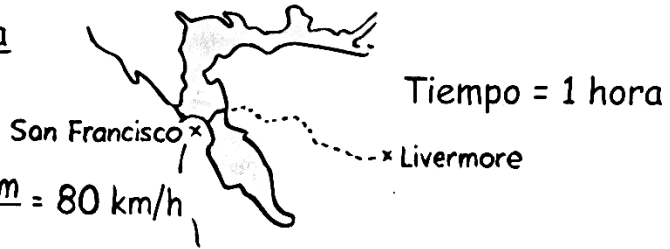
La rapidez constante no varía. Algo con rapidez constante ni disminuye ni aumenta su rapidez. Por otro lado, la velocidad constante implica *tanto* rapidez constante *como* dirección constante. Esta última es una recta: la trayectoria del objeto no describe una curva. Por consiguiente, velocidad constante significa movimiento en una recta a rapidez constante.

## Velocidad variable

Si la rapidez o la dirección cambian (o si ambas lo hacen), entonces cambia la velocidad. Por ejemplo, un automóvil que describe un círculo tiene rapidez constante, pero como su dirección cambia, su velocidad no es constante. Estudiaremos esto en la siguiente sección cuando veamos la *aceleración*.

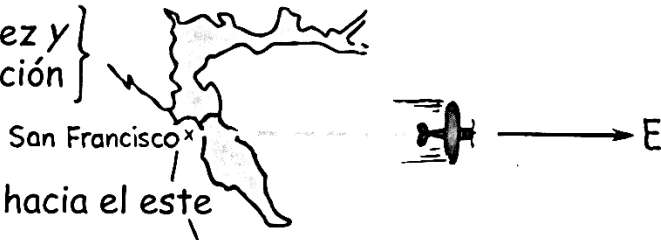
$$\text{Rapidez} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$

$$\text{Rapidez} = \frac{80 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$



$$\text{Velocidad} = \left\{ \begin{array}{l} \text{rapidez y} \\ \text{dirección} \end{array} \right\}$$

Velocidad = 300 km/h, hacia el este



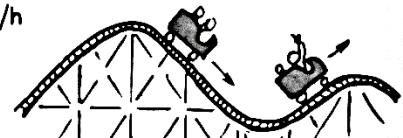
$$\text{Aceleración} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Razón de} \\ \text{cambio} \\ \text{de velocidad} \end{array} \right\} \text{ debida a } \left\{ \begin{array}{l} \text{cambio de rapidez} \\ \text{y/o dirección} \end{array} \right\}$$



Cambio de rapidez  
pero *no* de dirección



Cambio de dirección  
pero *no* de rapidez



Cambio de rapidez y  
también de dirección

d) Física para la ciencia y la tecnología (Quinta edición ) Tipler, P. A.

Se define la **velocidad media** de la partícula  $v_m$ , como el cociente entre el desplazamiento  $\Delta x$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_f - t_i$ :

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \quad (2.2)$$

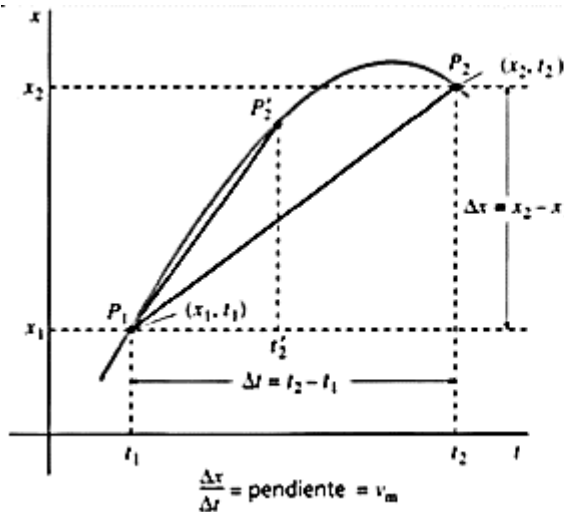
DEFINICIÓN —VELOCIDAD MEDIA

El desplazamiento y la velocidad media pueden ser positivas o negativas. Un valor positivo indica el movimiento en la dirección  $x$  positiva. La unidad del SI de velocidad es el m/s.

El **módulo de la velocidad media** de una partícula es el cociente de la distancia total recorrida y el tiempo total desde el principio al final:

$$\text{Módulo de la velocidad media} = \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}} = \frac{s}{t} \quad (2.3)$$

La distancia total y el tiempo total son siempre positivos, por lo tanto el módulo de la velocidad media también es siempre positivo.



**Figura 2.4** Gráfico de  $x$  en función de  $t$  para una partícula que se mueve en una dimensión. Cada punto de la curva representa la posición  $x$  en un tiempo determinado  $t$ . Se ha dibujado una línea recta entre las posiciones  $P_1$  y  $P_2$ . El desplazamiento  $\Delta x = x_2 - x_1$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_2 - t_1$  se indican en la figura. La línea recta entre  $P_1$  y  $P_2$  es la hipotenusa del triángulo de lados  $\Delta x$  y  $\Delta t$  y la relación  $\Delta x/\Delta t$  es su pendiente. En términos geométricos, la pendiente es una medida de la inclinación de la recta.

La figura 2.4 representa gráficamente la velocidad media. Una línea recta une los puntos  $P_1$  y  $P_2$  y forma la hipotenusa del triángulo de catetos  $\Delta x$  y  $\Delta t$ . El cociente  $\Delta x/\Delta t$  es la **pendiente** de la línea y nos ofrece una interpretación geométrica de la velocidad media:

La velocidad media es la pendiente de la línea recta que conecta los puntos  $(t_1, x_1)$  y  $(t_2, x_2)$ .

#### INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA VELOCIDAD MEDIA

En general, la velocidad media depende del intervalo de tiempo escogido. Por ejemplo, si en la figura 2.4 tomamos un intervalo menor de tiempo, escogiendo un instante  $t'_2$  más próximo a  $t_1$ , la velocidad media será mayor, según indica la mayor inclinación de la línea que une los puntos  $P_1$  y  $P'_2$ .

### Velocidad instantánea

A primera vista puede parecer imposible definir la velocidad de la partícula en un solo instante, es decir, en un tiempo específico. En un instante determinado la partícula está en un solo punto. Si está en un solo punto, ¿cómo puede estar moviéndose? Por otra parte, si no se está moviendo, ¿cómo puede tener velocidad? Esto constituye una antigua paradoja que puede resolverse cuando nos damos cuenta que para observar el movimiento y así definirlo, debemos observar la posición del objeto en más de un instante. Entonces resulta posible definir la velocidad en un instante mediante un proceso de paso al límite. Veamos ahora la figura 2.5. Cuando consideramos sucesivamente intervalos de tiempo más cortos a partir de  $t_1$ , la velocidad media para cada intervalo se aproxima más a la pendiente de la tangente en  $t_1$ . La pendiente de esta tangente se define como la **velocidad instantánea** en  $t_1$ . Esta tangente es el límite de la relación  $\Delta x/\Delta t$  cuando  $\Delta t$  y, por lo tanto,  $\Delta x$  se aproximan a cero. Así podremos decir,

La velocidad instantánea es el límite de la relación  $\Delta x/\Delta t$  cuando  $\Delta t$  se aproxima al valor cero.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{pendiente de la línea tangente a la curva } x \text{ función de } t \quad (2.4)$$

#### DEFINICIÓN —VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Este límite se denomina **derivada** de  $x$  respecto a  $t$ . La notación usual para la derivada es  $dx/dt$ :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.5)$$

Esta pendiente puede ser positiva, negativa o nula; por consiguiente, en un movimiento unidimensional la velocidad instantánea puede ser positiva ( $x$  creciente) o negativa ( $x$  decreciente) o nula (no hay movimiento). Su módulo lo denominamos **módulo de la velocidad instantánea**.

# Resumen

El desplazamiento, la velocidad y la aceleración son magnitudes cinemáticas *definidas* importantes.

TEMA

OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES

## 1. Desplazamiento

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Interpretación gráfica

El desplazamiento es el área bajo la curva  $v$  en función de  $t$ .

## 2. Velocidad

Velocidad media

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Velocidad instantánea

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Módulo de la velocidad

Módulo de la velocidad media

$$\text{Módulo de la velocidad media} = \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}} = \frac{s}{t}$$

### Anexo 3: Pauta para el docente

<b>Momento de Inicio</b>	<b>Evaluación</b>
<p>El profesor guía inicia el taller presentando el tema, indicando que se estudiara el concepto de velocidad, preguntando a los asistentes respecto a que entienden ellos por este concepto, y preguntando por velocidad promedio y velocidad media, Anotando en la pizarra las ideas que los profesores estudiantes indiquen y finalmente dejando una definición breve dado a lo que ellos mismos respondieron.</p>	
<p><b>Actividad 1</b></p> <p>La idea de esta actividad es que los profesores estudiantes analicen una situación unidimensional de velocidad, en el cual se espera que utilicen los conocimientos que ya poseen previamente. En grupos de tres personas, se propone estudiar el de caso de una competencia de 400 metros libres en natación, en donde utilizando la tabla, los profesores estudiantes responderán las 5 preguntas propuestas, Se propone que los estudiantes primero determinen en que tramo la nadadora fue más rápido, luego de esto tendrán que calcular la velocidad promedio de la carrera, después ellos tendrán que realizar un gráfico que represente la velocidad durante el recorrido, para finalmente, responder que pasa con la velocidad instantánea en el recorrido, preguntando en particular como estimar la velocidad en los 100 metros.</p>	<p>Comprobar que los estudiantes logran efectivamente encontrar el tramo más rápido y como lo hacen, verificar que el grafico es adecuado con la tabla asignada, y que efectivamente logran determinar en qué tramo la velocidad es mayor.</p>
<p><b>Actividad 2</b></p> <p>En esta actividad se espera que los profesores estudiantes determinen en que situaciones es pertinente utilizar velocidad media, para ello primero analizaran las definiciones que encontraran en los textos presentes en el anexo, luego, utilizando las distintas definiciones encontradas en los textos, calcular el módulo de la velocidad media y la rapidez media en distintos trayectos, para luego con los resultados obtenidos en este caso determinar cuándo tiene sentido utilizar velocidad media y cuando</p>	<p>Verificar que se calcule correctamente la velocidad media y promedio, guiándolos si es que tienen dudas respecto a los conceptos, y guiarlos en qué resultados no tiene</p>

no, y con ello, concluir cuando es pertinente utilizarlo y cuando no.	sentido físico.
<p>Momento de Desarrollo</p> <p><b>Actividad 3</b></p> <p>En esta actividad se estudiara el caso de una carrera de 400 metros, en la cual, se analizara primero una competencia en donde se entregaran datos respecto al tiempo de llegada de los competidores y sus velocidades medias de la carrera completa, donde a los profesores estudiantes tiene que explicar los resultados de las velocidades medias, para luego ordenar los datos por los tiempos obtenidos y después lo mismo pero respecto a las velocidades medias, con ello realizar un análisis de estos resultados. Luego, se estudiaran distintas tablas de competencias de 400 metros en donde los estudiantes tendrán que determinar porque en todas las competencias el corredor del carril 1 siempre tiene una velocidad media 0, luego darles una situación en donde los estudiantes supondrán que son ellos los que corren la carrera por el carril 9, y que si en caso de utilizar la velocidad media para determinar el ganador, ellos obtendrían el primer lugar. Finalmente, se analizará, que sucedería si se hiciera lo mismo con una carrera de 100 metros se obtendría la misma contradicción,</p> <p><b>Actividad 4</b></p> <p>En esta actividad se realizará una puesta en común, en donde se les planteará a los profesores estudiantes que den sus conclusiones respecto a la velocidad media, además de vincularlo con el concepto de rapidez media y velocidad instantánea. Finalmente, se les preguntara como se define velocidad instantánea a partir de la velocidad media, mencionando sus ventajas y desventajas.</p> <p><b>Actividad 5</b></p> <p>En esta actividad, se les presentaran una serie de problemas y ejemplos extraídos de distintos textos de física, tanto de enseñanza media como de primer año de universidad, con el</p>	<p>Comprobar que los estudiantes logran efectivamente encontrar la razón por la cual la velocidad media aumenta en la medida que se utiliza un carril más lejano, así como, ver si notan el sinsentido de la velocidad media en este caso, comparándolo con la carrera de 100 metros.</p> <p>Comprobar que las conclusiones sobre la velocidad tengan sentido con el objetivo del taller.</p> <p>Revisar las categorías utilizadas para separar los ejercicios y comentar las</p>

<p>objetivo que en parejas, los clasifiquen e indiquen cuales de estos tienen sentido físico y cuales no tienen sentido, dado todo lo realizado en las actividades anteriores y las respuestas de cada ejercicio.</p>	<p>razones por las que decidieron que ejercicio era y cual no era útil.</p>
<p><b>Momento de Cierre</b></p> <p>Para terminar el taller, se realizara una síntesis de los conceptos principales. También se hace entrega de la síntesis presente en el anexo</p>	



#### Anexo 4: Encuesta de apreciación de la propuesta de trabajo

Nombre \_\_\_\_\_

Institución \_\_\_\_\_

Cargo Actual \_\_\_\_\_

Usted ha sido seleccionado como experto evaluador para evaluar la propuesta del Taller de Estudio sobre el concepto de velocidad. Dicha propuesta tiene el objetivo de problematizar a los estudiantes de enseñanza media y futuros Ingenieros y docentes de Física sobre ciertos aspectos del estudio de la velocidad, presentes en las propuestas de la mayoría de Textos Escolares e Universitarios. Le agradecemos de antemano por su disposición a participar del proceso de validación del Taller por Expertos.

1. Totalmente en desacuerdo
2. En desacuerdo
3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4. De acuerdo
5. Totalmente de acuerdo

El estudio de las problemáticas planteadas permite

Cuestionar la definición de velocidad media presente en los textos y evidenciar claramente como en muchos casos no guarda relación alguna con la velocidad.

Establecer la relevancia de que para el cálculo de velocidades es necesario considerar la trayectoria recorrida, y solo cuando el desplazamiento es muy similar a la trayectoria es que puede reemplazarse la trayectoria por el desplazamiento en el cálculo.

Establecer que la rapidez media sí que es una magnitud que guarda fuerte relación con la velocidad, correspondiendo a un valor promedio de la velocidad a lo largo de la trayectoria considerada.

Evidenciar las confusiones que aparecen en las propuestas de textos de física, tanto de enseñanza media como de primeros cursos de enseñanza superior.

Son factibles de ser estudiadas en Tercero Medio.

Son factibles de ser estudiadas en primer año de universidad

Presentan un enfoque novedoso de cómo resolver un problema vinculado a la enseñanza del concepto de velocidad.

Apreciaciones generales y comentarios:

	1	2	3	4	5
Cuestionar la definición de velocidad media presente en los textos y evidenciar claramente como en muchos casos no guarda relación alguna con la velocidad.					
Establecer la relevancia de que para el cálculo de velocidades es necesario considerar la trayectoria recorrida, y solo cuando el desplazamiento es muy similar a la trayectoria es que puede reemplazarse la trayectoria por el desplazamiento en el cálculo.					
Establecer que la rapidez media sí que es una magnitud que guarda fuerte relación con la velocidad, correspondiendo a un valor promedio de la velocidad a lo largo de la trayectoria considerada.					
Evidenciar las confusiones que aparecen en las propuestas de textos de física, tanto de enseñanza media como de primeros cursos de enseñanza superior.					
Son factibles de ser estudiadas en Tercero Medio.					
Son factibles de ser estudiadas en primer año de universidad					
Presentan un enfoque novedoso de cómo resolver un problema vinculado a la enseñanza del concepto de velocidad.					